CAPÍTULO

4

ORESME Y GALILEO, LA HUELLA INDELEBLE DE LOS PRIMEROS GIGANTES: UNA EXPERIENCIA PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LA FÍSICA

Oresme and Galileo, the Indelible mark of the first giants: An experience for Phsysic and Mathematics education

Freddy Yesid Villamizar Araque[1] - Jhon-Franklin Espinosa-Castro[2] - Alfredo Martínez Uribe[3] - Juan Carlos Benavides-Parra[4]

* Producto derivado del proceso de investigación de doctorado, adscrito al Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., Ciudad de México, México.
Proyecto de investigación: Modelo metodológico para promover conceptos físicos y matemáticos: hacia la orquestación de actividades didácticas con tecnologías digitales (Villamizar, 2018)
1. Grupo de Investigación UBUNTU; 2. Grupo de Investigación e Innovación en Ingenierías Aplicadas (GI3A); 3. Grupo Altos Estudios de Frontera (ALEF).

1 Doctor en Ciencias en la Especialidad de Matemática Educativa; Universidad Nacional Abierta y a Distancia; Universidad Francisco de Paula Santander; *freddymatedu@gmail.com*; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0628-2064

2 Licenciado en Matemática e Informática; Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta, Colombia; *j.espinosa@unisimonbolivar.edu.co*; https://ORCID.org/0000-0003-2186-3000

3 Doctor en Ciencias en la Especialidad de Matemática Educativa; Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.- México; *alfymago@hotmail.com*, *amartínezu@cinvestav.mx*; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8583-9451

4 Doctor en Ciencias en la especialidad de Física, Universidad Nacional Abierta y a Distancia, *juan.benavides@unad.edu.co*, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9126-9819

RESUMEN

El presente capítulo tiene como objetivo describir cómo Oresme y Galileo interpretaron el fenómeno físico del movimiento uniforme y acelerado, en términos de objetos geométricos, sin embargo, sus contribuciones se analizarán utilizando proporciones matemáticas a través del *software* de geometría dinámica. Para ello, fue necesario explorar el trabajo realizado por aquellos que pudieron haber sido considerados por Newton, los primeros gigantes: los Calculadores del Merton College, Oresme y Galileo. El resultado de este análisis epistemológico se presentará como una propuesta para la experimentación en el aula. Aunque es un tema de discusión considerar las matemáticas como un posible lenguaje de las ciencias, fue precisamente en la Geometría donde Galileo logró cristalizar su gran trabajo sobre la interpretación de la caída libre de los cuerpos.

Palabras claves: Oresme, Galileo, cinemática, regla de grado medio, razón.

ABSTRACT

The purpose of this chapter is to describe how Oresme and Galileo interpreted the physical phenomenon of uniform and accelerated movement, in terms of geometric objects, however, their contributions will be analyzed using mathematical ratios through the support of dynamic geometry *software*. So, it was necessary to explore the work done by those who may have been considered by Newton, the first giants: The Merton College Calculators, Oresme and Galileo. The result of this epistemological analysis will be presented as a proposal for classroom experimentation. Although it is a matter of discussion to consider mathematics as a possible language of sciences, it was precisely in the Geometry where Galileo managed to crystallize his great work on the interpretation of the free fall of bodies.

Keywords: Oresme, Galileo, kinematics, middle grade rule, ratio.

1. INTRODUCCIÓN

"Si he llegado tan lejos es porque he caminado a hombros de gigantes", es una de las frases notables de Isaac Newton, en la que considera que el trabajo realizado no solo se debe a su genialidad sino a la de otras personas antes que él; precisamente uno de esos gigantes fue Galileo Galilei, sin embargo, este también se guió por las huellas que dejaron los pasos de otros gigantes casi tres siglos antes, entre ellos los calculadores de Merton College y Oresme.

Durante algún tiempo, la Física fue considerada como la ***filosofía natural,*** la cual abordaba la manera de dar explicación a ciertos fenómenos de la naturaleza, en particular, ***el movimiento*** (Feynman, 2008)***.*** Las concepciones sobre la naturaleza procedieron de los antiguos filósofos y matemáticos griegos como Platón y Aristóteles, aproximadamente en el siglo IV a.C. pero no con certeza las herramientas matemáticas para interpretar la naturaleza eran las más formales, el rigor de estas es relativo. El pensamiento Aristotélico, se basó en razonamientos sobre los ***movimientos naturales,*** como el de un cuerpo en caída libre; este era determinado a partir de qué tan pesado es dicho cuerpo y la resistencia que el medio ejerce sobre el mismo (el aire), de acuerdo con lo anterior, para Aristóteles un cuerpo con el doble de peso respecto de otro tardaría en caer la mitad del tiempo (Fernández, 1993).

Posteriormente, aproximadamente en el siglo VI, J. Philipon estableció críticamente el pensamiento Aristotélico con la teoría del ímpetu, la cual considera que el movimiento implica una causa, que se localiza en el mismo cuerpo que se mueve; es decir, cuando un objeto se mueve es porque este recibe una fuerza que permanece sobre él mismo y con el tiempo se va desgastando; esta fuerza es recibida con mayor facilidad de acuerdo a ciertas características del objeto como su forma geométrica, tamaño, entre otras (Saltiel y Viennot, 1985), de modo que, es más probable que una jabalina al ser lanzada llegue más lejos que un bloque de hierro en forma de paralelepípedo, precisamente por su forma.

Aunque los anteriores razonamientos quizás inadecuados provienen de siglos atrás, siguen persistiendo en la forma de pensar en muchos estudiantes. En efecto, McDermott (1984), Saltiel y Viennot (1985), afirman que muchas de las ideas que dan los estudiantes sobre el movimiento de un cuerpo (independiente del nivel académico), se pueden situar en las teorías Aristotélicas o del ímpetu.

Con el paso del tiempo (casi 8 siglos después), fueron surgiendo otros razonamientos para dar explicación al movimiento de un cuerpo. En el siglo XIV, los calculadores del Merton College de Oxford (1330-1340) estudiaron los movimientos, en particular: el ***uniforme disforme*** (movimiento acelerado) y el ***uniforme uniforme*** (movimiento uniforme o a velocidad constante) y a partir de ello, definieron la regla del grado medio. Esta regla, define de manera cualitativa cómo varía la ***intensidad***[5] (velocidad) del movimiento para determinada ***extensión*** (tiempo) y fue demostrada geométricamente por el matemático Francés Nicolás Oresme aproximadamente en el año 1362 (Fernández y Rondero, 2004; Farmaki, Klaudatos y Paschos, 2004). Todo este conocimiento construido a lo largo de muchos años fue cristalizándose a punto de que la geometría se consolidó una vez más para aquel entonces, como una herramienta fundamental en la interpretación de la naturaleza, a tal punto que, Galileo consideraba que en el universo y sus fenómenos residen las matemáticas; su genialidad consistió en cambiar el concepto de ciencia y su modo de hacerla, considerándose desde entonces de carácter experimental. Es en la matemática, que Galileo encuentra una nueva forma de razonamiento del mundo físico; escribiendo al respecto en su ***libro Il saggiatore:***

5 Para los calculadores de Merton la velocidad era considerada como una cualidad del movimiento intensiva, es decir, si la velocidad es uniforme, entonces la intensidad con que se mueve el objeto es constante o la misma en todo momento. La cantidad de la intensidad no se media, esta era representaba por medio de figuras geométricas o segmentos.

> El libro de la naturaleza, quiero decir el universo, siempre está abierto ante nuestros ojos, pero no lo descifrará nadie que no aprenda y entienda antes el idioma y las letras con que está escrito. El idioma es matemático y las letras son las figuras geométricas. (citado de Feynman, 2008, p.32)

Esa afirmación en realidad es muy profunda que nos lleva a cuestionarnos, ¿qué episodio vivió Galileo en el hecho de que la matemática logró ese punto de inflexión en la ciencia?

Aunque el presente escrito no trata de contemplar a detalle el hecho histórico, se busca una manera de describir fielmente el proceso de interpretación que la geometría como herramienta de razonamiento, medió el conocimiento del fenómeno físico. Esta experimentación realizada por Galileo será analizada con ayuda de un *software* de geometría dinámica.

A continuación, se describe el aporte de los calculadores de Merton, Oresme y Galileo, quienes pueden ser considerados como unos de los gigantes en la ciencia, y cómo el análisis e interpretación de los movimientos (uniforme y acelerado) se desarrollaron e interpretaron desde el punto de vista de la geometría, el cual será contrastado con conocimientos o herramientas matemáticas posteriores a ellos.

2. LA REGLA DEL GRADO MEDIO Y SU GEOMETRIZACIÓN

Debido al estudio de los movimientos, los calculadores del Merton College determinaron la regla del grado medio, la cual facilita la obtención del promedio de una cualidad intensiva en una determinada extensión, es decir, la velocidad promedio en determinado tiempo; una virtud de la regla es permitir relacionar el movimiento uniforme con el disforme (Fernández y Rondero, 2004; Farmaki, Klaudatos y Paschos, 2004). La regla establece que:

> El tiempo en el cual un espacio dado es recorrido por un móvil que parte del reposo con movimiento uniforme acelerado, es igual al tiempo en el que aquel mismo espacio habría sido recorrido por el mismo móvil con un movimiento uniforme cuyo grado de velocidad fuese la mitad del grado de velocidad máximo alcanzado al final del movimiento uniformemente acelerado precedente. (Hawking, 2003)

Aunque lo anterior se refiere a la proposición de Galileo, traduce la conclusión a la que llegaron los calculadores de Merton, sin embargo, ellos no lograron demostrarla. Esta regla fue demostrada geométricamente por el matemático francés Nicolás Oresme (1320-1382) aproximadamente en el año 1362.

Geométricamente Oresme representaba la cualidad intensiva uniforme (movimiento uniforme) como el rectángulo ABFE mostrado en la Figura 1 (a), donde cada segmento $\overline{AE}$, $\overline{PT}$, $\overline{BF}$ es perpendicular al segmento $\overline{AB}$ y representan la intensidad de la cualidad (velocidad) respectivamente para los puntos A, P y B a lo largo de la extensión $\overline{AB}$ (intervalo de tiempo), es decir A, P y B son determinados instantes de tiempo. Se puede observar que los segmentos mencionados son congruentes, por lo tanto, las intensidades mencionadas son iguales a lo largo de la extensión $\overline{AB}$, lo cual caracteriza el movimiento uniforme.

El triángulo ABC de la Figura 1 (b), representa la cualidad disforme (movimiento uniformemente acelerado); cuyas intensidades varían de acuerdo a la línea $\overline{AC}$. Cada intensidad a lo largo del segmento de tiempo $\overline{AB}$, es representada mediante un segmento perpendicular (a $\overline{AB}$) delimitado por la línea $\overline{AC}$; en este caso la intensidad inicial en A es de cero y la intensidad final en B en igual a $\overline{BC}$. Oresme llamó a los segmentos $\overline{EF}$ y $\overline{AC}$ la *línea cumbre* o *línea de la intensidad*, que en términos de la geometría analítica moderna corresponde a la *curva de movimiento* (Farmaki, Klaudatos y Paschos, 2004).

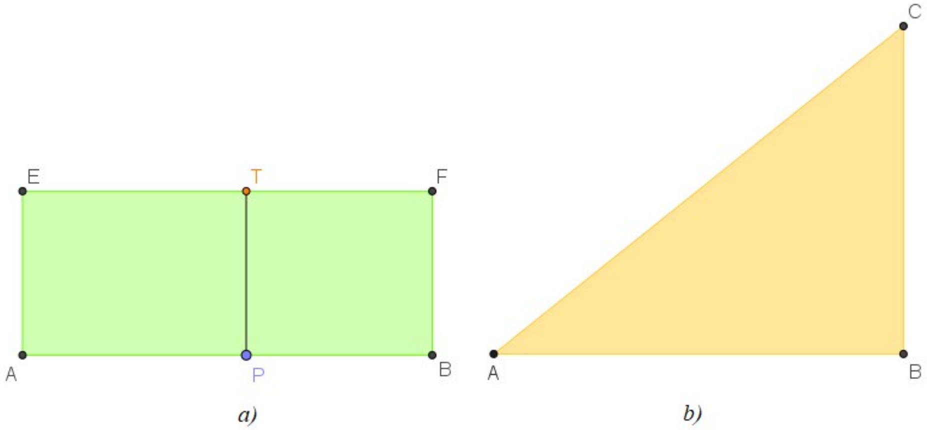

Figura 1. Representación geométrica de Oresme de las velocidades como cualidades uniformes y disformes

Ahora bien, partiendo de que las ***Figura*** 1a y 1b representan un movimiento uniforme y acelerado respectivamente para dos cuerpos que recorren la misma distancia en los mismos tiempos ($\overline{AB}$), podemos relacionar geométricamente dichos movimientos con la regla del grado medio como se muestra en la ***Figura*** 2.

Para un instante Q entre $\overline{AB}$, las intensidades de los movimientos uniforme y disforme son equivalentes a $\overline{QM}$ (siendo M el punto medio de $\overline{AC}$ o $\overline{EF}$ y Q el punto medio del $\overline{AB}$), lo cual quiere decir que para la mitad del tiempo los cuerpos van a tener las mismas intensidades. De las Figuras 1a y 1b se puede decir que los movimientos son equivalentes porque recorren la misma distancia en el mismo tiempo, las distancias son las mismas porque el área del triángulo MFC puede cubrir exactamente el área del triángulo AME, por lo tanto, el área (distancias recorridas) del triángulo ABC es equivalente al área del rectángulo ABFE.

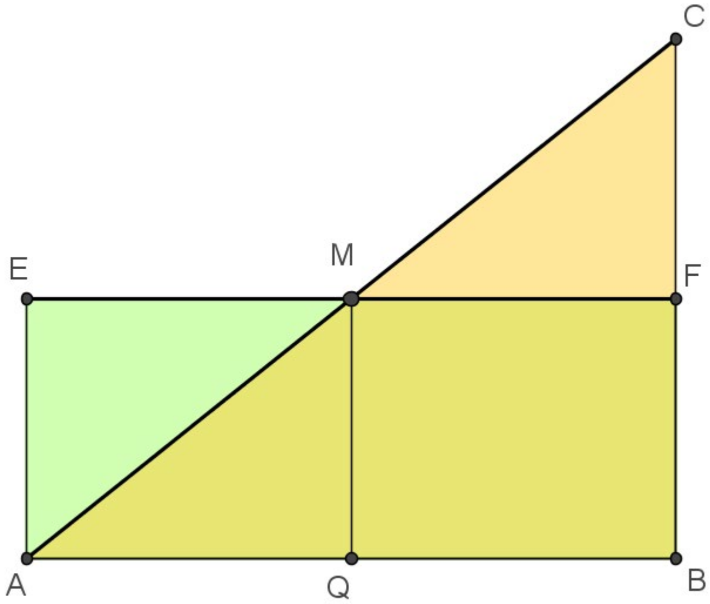

Figura 2. Representación geométrica de la regla de grado medio de Oresme

En B, la intensidad $\overline{BC}$ del movimiento disforme equivale al doble de la intensidad de la cualidad uniforme, es decir, $|\overline{BC}| = 2|\overline{AE}| = 2|\overline{QM}| = 2|\overline{BF}|$. En términos actuales, lo anterior se puede enunciar de la siguiente manera: la velocidad de un cuerpo para un movimiento uniformemente acelerado en un instante B a lo largo de un intervalo de tiempo $\overline{AB}$, equivale al doble de la velocidad media del cuerpo para el mismo intervalo de tiempo. De lo anterior, podemos considerar el trabajo de Oresme como un visionario que se anticipa a Galileo en las leyes del movimiento y en lo que sería la matematización de la física, la cual se fortalece con Isaac Newton (Feynman, 2008).

3. LA RELACIÓN ENCONTRADA POR GALILEO EN LA CAÍDA DE LOS CUERPOS

Las ideas de los calculadores de Merton y Oresme dieron una luz a Galileo quien trataba de interpretar la caída de los cuerpos en el siglo

XVI; sin embargo, este movimiento es tan efímero, que Galileo se vio en la necesidad de reducir sus experimentos al movimiento acelerado de cuerpos esféricos que ruedan sobre planos inclinados (Drake, 1975, Hawking, 2003, Feynman, 2008). Galileo usó la regla del grado medio y su representación mediante el triángulo rectángulo, lo cual ayudó a cristalizar la interpretación descrita por él mismo sobre la caída de los cuerpos (Clavelin, 1996). Galileo logró concluir que las razones entre dos tiempos de caída de un cuerpo (desde el reposo) son directamente proporcionales a las razones de sus respectivas velocidades, así como las razones de los cuadrados de los tiempos que tarda un cuerpo en caer son directamente proporcionales a la razón de las distancias recorridas (Drake, 1975; Feynman, 2008).

Para lograrlo, Galileo realizó diversas experimentaciones dejando rodar una bola de bronce sobre un plano inclinado a diversos ángulos, por tal razón fue considerado el padre de la física experimental; sin embargo, el diseño del experimento no fue sencillo, debido a que en esa época no existían aparatos sofisticados que midieran el tiempo con precisión. Aunque se mencionan distintos mitos sobre la forma en que Galileo medía el tiempo, Drake (1975), describe que el secreto de Galileo para medir intervalos cortos de tiempos iguales fue mediante los ritmos musicales de una canción[6], sin referir como patrón de medida el segundo. Galileo tomaba las medidas de las distancias de una bola al rodar, para tiempos iguales (ritmos iguales).

Fernández y Rondero (2004) describen que Galileo se apoyó parcialmente en la ***regla del valor medio*** geometrizada por Oresme como lo muestra en la Figura 3.

6 Galileo dividió el tiempo al igual que un conductor de orquesta divide el tiempo con su bastón manteniendo un ritmo uniforme de acuerdo con su ritmo interno. Si Galileo no hubiera tenido forma de dividir el tiempo en intervalos de menos de un segundo, le hubiese sido casi imposible, establecer el comportamiento matemático de la caída de los cuerpos con suficiente firmeza para merecer su aceptación (Drake,1975).

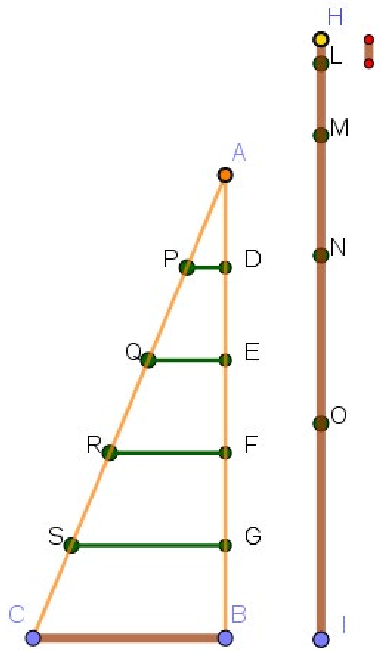

Figura 3. Representaciones geométricas de la intensidad versus tiempo y la distancia recorrida por una bola al rodar sobre un plano inclinado (modificada en Geogebra, tomada de Hawking (2003, p.469)

La Figura 3, muestra dos representaciones utilizadas por Galileo y geometrizadas por Oresme: el triángulo rectángulo[7] ABC, el cual representa las intensidades de una bola al rodar por un plano inclinado versus los ritmos o el tiempo, y el segmento $\overline{HI}$, el cual representa la distancia que recorre un cuerpo sobre un plano inclinado. El segmento $\overline{AB}$ representa la línea del tiempo total que tarda una bola en recorrer una distancia $\overline{HI}$. La primera unidad de tiempo medida por un ritmo musical corresponde al segmento $\overline{AD}$, el cual es congruente con los intervalos de tiempo $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GB}$; los segmentos $\overline{DP}$, $\overline{EQ}$, $\overline{FR}$, $\overline{GS}$ y $\overline{BC}$ representan las intensidades o velocidades.

7 La representación es modificada de Hawking (2003, p. 469) sobre la que utilizó Galileo, por dicha razón no se aprecian algunos registros de representación semiótica como el cuadrado que expresa que existe un ángulo recto en B, pero se asume que la familia de triángulos que se pueden apreciar en la Figura 3 son rectángulos.

4. METODOLOGÍA

La interpretación sobre la caída libre de los cuerpos se analizará mediante la simulación del rodamiento de una bola sobre un plano inclinado, mediada con el *software* de geometría dinámica Geogebra (Villamizar y Martínez, 2019) el cual será contrastado con las representaciones de Oresme y Galileo, para así encontrar las razones entre las distancias y las intensidades con el tiempo.

En la Figura 4, se observa que para el primer ritmo o intervalo de tiempo $\overline{AD}$, la bola ha recorrido una distancia equivalente a $\overline{HL}$, y lleva una intensidad que equivale a $\overline{DP}$.

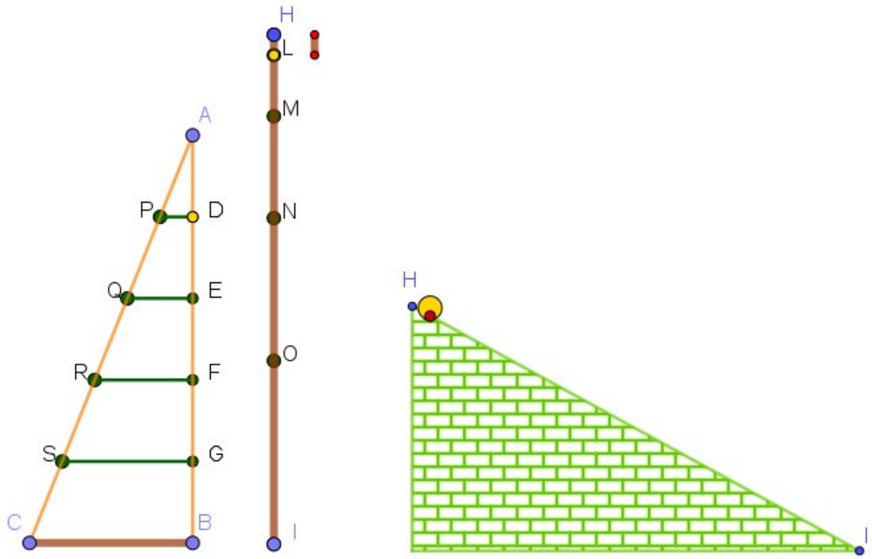

Figura 4. Primer ritmo recorrido por la bola sobre el plano inclinado

En la Figura 5, se observa que para el segundo ritmo o intervalo de tiempo $\overline{DE}$, la bola ha recorrido una distancia equivalente a $\overline{LM} = 3\overline{HL}$, y lleva una intensidad que equivale a $\overline{EQ}$.

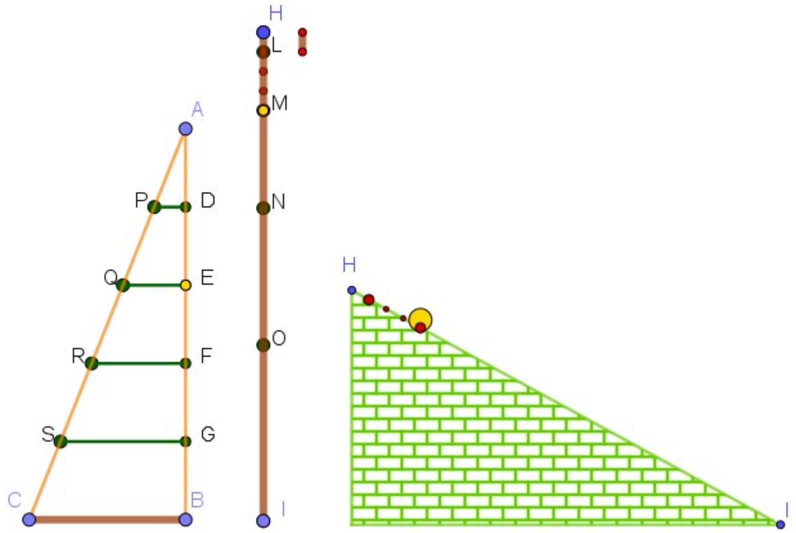

Figura 5. Segundo ritmo recorrido por la bola sobre el plano inclinado

En la Figura 6, se observa que para el tercer ritmo o intervalo de tiempo $\overline{EF}$, la bola ha recorrido una distancia equivalente a $\overline{MN} = 5\overline{HL}$, y lleva una intensidad que equivale a $\overline{FR}$.

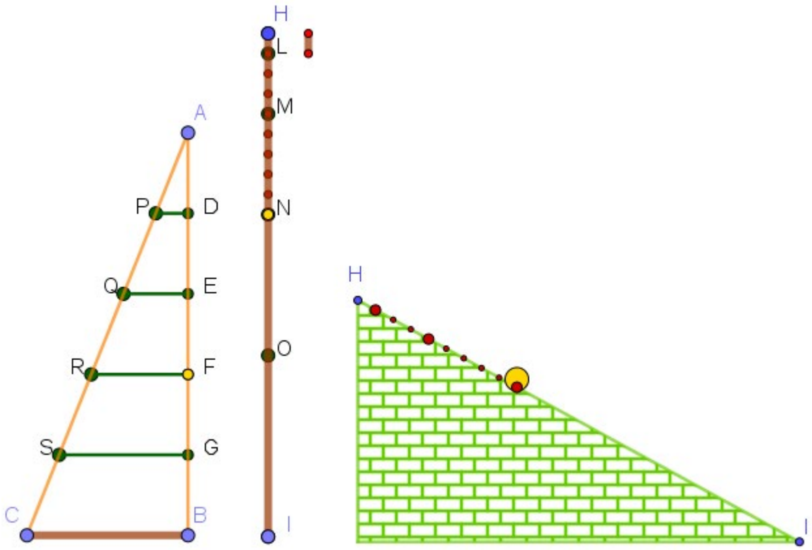

Figura 6. Tercer ritmo recorrido por la bola sobre el plano inclinado

Si seguimos experimentando, se observará en la Figura 7, que para el cuarto ritmo o intervalo de tiempo $\overline{FG}$, la bola ha recorrido una distancia equivalente a $\overline{NO} = 7\overline{HL}$[8], y lleva una intensidad que equivale a $\overline{GS}$; para el quinto ritmo o intervalo de tiempo $\overline{GB}$, la bola ha recorrido una distancia equivalente a $\overline{OI} = 9\overline{HL}$, y lleva una intensidad que equivale a $\overline{BC}$.

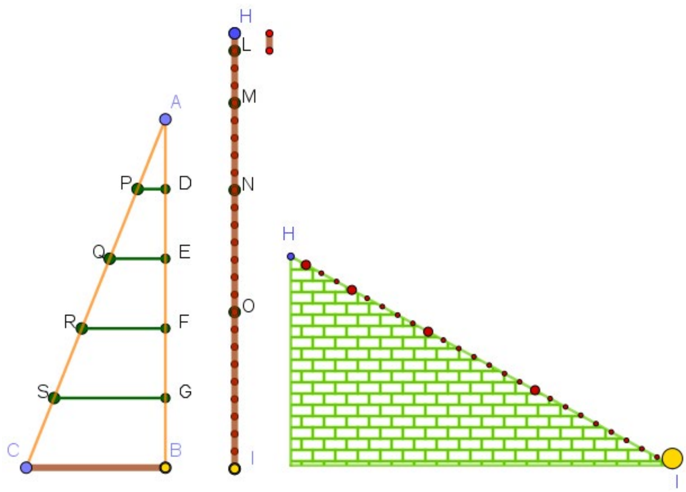

Figura 7. Cuarto y quinto ritmo recorrido por la bola sobre el plano inclinado

5. RESULTADOS

La tabla 1, sintetiza los resultados del experimento de Galileo, el cual fue analizado anteriormente mediante una simulación:

Tabla 1. Intensidades y Distancias de la Bola Rodando para diferentes Ritmos

Ritmos o Tiempos	Intensidades	Distancia recorrida por ritmo
$\overline{AD}$	$\overline{DP}$	$\overline{HL}$
$\overline{DE}$	$\overline{EQ}$	$\overline{LM} = 3\overline{HL}$
$\overline{EF}$	$\overline{FR}$	$\overline{MN} = 5\overline{HL}$
$\overline{FG}$	$\overline{GS}$	$\overline{NO} = 7\overline{HL}$
$\overline{GB}$	$\overline{BC}$	$\overline{OI} = 9\overline{HL}$

8 Las distancias HL se pueden contar a partir de los puntos rojos cuya huella se marca tanto en el segmento $\overline{HI}$ y sobre el plano inclinado.

Al analizar los datos de la Tabla 1, podemos observar que para intervalos de tiempos iguales las distancias recorridas van aumentando de acuerdo a factores impares de la primera distancia recorrida $\overline{HL}$, es decir, cumple con la sucesión 1$\overline{HL}$, 3$\overline{HL}$, 5$\overline{HL}$, 7$\overline{HL}$, 9$\overline{HL}$ hasta (2n-1) $\overline{HL}$ (siendo n un natural). Galileo asoció dicho patrón con los números cuadrados, debido a que, de algún modo, él conocía geométricamente que la suma de los números impares tiene alguna relación con los números cuadrados, como se muestra en la Figura 8 (Ford, 2003, Hawking, 2003, Fernández y Rondero, 2004).

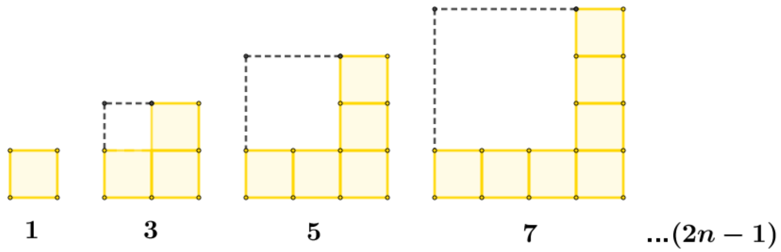

Figura 8. Relación geométrica de los números impares con los números cuadrados

De acuerdo a la Figura 8, si a un entero impar mayor o igual que tres, le sumamos sus impares anteriores se puede formar un cuadrado más grande, es decir:

1+3=4 (un cuadrado de 2x2);

1+3+5=9 (un cuadrado de 3x3);

1+3+5+7=16 (un cuadrado de 4x4);

Lo anterior en términos de sumatorias es:

$$\sum_{i=1}^{n}(2i-1)=n^2 \quad (ec. 1)$$

Lo anterior llevado al fenómeno físico, se interpreta como la acumulación de las distancias recorridas por la bola para sus respectivos tiempos o ritmos, como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Distancias acumuladas de la bola al rodar con sus respectivos tiempos o ritmos

Ritmos o Tiempos Acumulados	Distancia acumuladas
$\overline{AD}$	$1\overline{HL}$
$\overline{AE} = 2\overline{AD}$	$\overline{HM} = 4\overline{HL}$
$\overline{AF} = 3\overline{AD}$	$\overline{HN} = 9\overline{HL}$
$\overline{AG} = 4\overline{AD}$	$\overline{HO} = 16\overline{HL}$
$\overline{AB} = 5\overline{AD}$	$\overline{HI} = 25\overline{HL}$

El anterior análisis y en particular sobre los datos analizados en la Tabla 2, llevaron a Galileo a conocer que las distancias son proporcionales a los cuadrados de los tiempos, relación que había comprobado de forma experimental con la caída libre de las bolas en plano inclinado. Galileo observó que cuando el plano era más inclinado, las distancias correspondientes eran más largas, pero conservan las mismas relaciones, por lo tanto, concluyó que se cumple para el caso límite cuando el ángulo es de 90°, es decir para la caída libre (Drake, 1975).

6. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados hallados por Galileo, son un indicio a lo que hoy conocemos como la relación cuadrática de la distancia recorrida por un cuerpo al caer libremente, con el cuadrado del tiempo. Galileo utilizó las razones para llegar a dicha conclusión, sin embargo, no podemos asegurar que Galileo expresaba las razones matemáticas en forma de fracciones. Al analizar el triángulo rectángulo de la Figura 3 (representación de las intensidades versus el tiempo), y sabiendo que el área bajo la curva (área de dicho rectángulo) representa la distancia recorrida, se obtiene que:

$$\overline{HM} = \frac{1}{2}\overline{EQ} * \overline{AE} \quad (ec.2)$$

$$\overline{HL} = \frac{1}{2}\overline{DP} * \overline{AD} \quad (ec.3)$$

En términos de las razones en forma de fracción, al relacionar la ec. 2 con la ec. 3, obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\overline{HM}}{\overline{HL}} = \frac{\frac{1}{2}\overline{EQ} * \overline{AE}}{\frac{1}{2}\overline{DP} * \overline{AD}} \quad (ec.4)$$

Pero, como el $\Delta AEQ \sim \Delta ADP$ obtenemos que:

$$\frac{\overline{EQ}}{\overline{DP}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \quad (ec.5)$$

Al simplificar la ec. 4 y sustituyendo ec. 5 en ec. 4, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\overline{HM}}{\overline{HL}} = \frac{\overline{AE} * \overline{AE}}{\overline{AD} * \overline{AD}} \quad (ec.6)$$

$$\frac{\overline{HM}}{\overline{HL}} = \left(\frac{\overline{AE}}{\overline{AD}}\right)^2 \quad (ec.7)$$

En otras palabras, la ec. 7 muestra que la razón de las distancias recorridas por la bola es proporcional al cuadrado de los tiempos.

Si tomamos una parte del triángulo rectángulo de las intensidades a lo largo del tiempo, como se muestra en la Figura 9, podemos encontrar otra forma de analizar el movimiento.

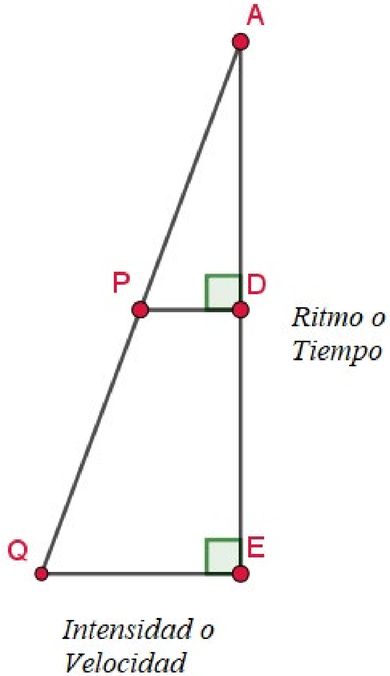

Figura 9. Representación para dos intervalos de tiempos y sus respectivas intensidades

Para ello, se asigna para los ritmos $\overline{AD}$ y $\overline{AE}$ tiempos t_1 y t_2, y a las intensidades $\overline{DP}$ y $\overline{EQ}$ velocidades v_1 y v_2; se debe tener en cuenta que para los tiempos t_1 y t_2 la bola ha recorrido distancias d_1 y d_2. De la semejanza entre el triángulo AEQ y ADP, se establece la siguiente proporción:

$$\frac{\overline{EQ}}{\overline{DP}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{DP}}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_2}{t_1} \qquad (ec. 8)$$

Pero, la magnitud de la velocidad es igual a la razón entre la distancia con el tiempo, es decir:

$$v_1 = \frac{d_1}{t_1} \quad (ec. 9)$$

$$v_2 = \frac{d_2}{t_2} \quad (ec. 10)$$

Al sustituir ec. 9 y ec. 10 en ec.8, obtenemos de la simplificación que:

$$\frac{d_2}{d_1} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 \quad (ec. 11)$$

Lo cual muestra nuevamente la relación de las distancias recorridas en con el cuadrado de los tiempos.

7. CONCLUSIONES

Hechos basados en una construcción del conocimiento en sociedad, han mostrado que la matemática es una herramienta que sirve para interpretar un fenómeno físico. Tal hecho fue significativo en la historia de la ciencias, porque cambió la forma de hacerlas, siendo Galileo quien tuvo la genialidad gracias al aporte de matemáticos predecesores de darle un sentido significativo a la geometría como una herramienta de razonamiento para interpretar el fenómeno de la caída libre; sin embargo, pese a que Galileo consideró la Geometría como el lenguaje para comprender el mundo natural, y sus letras las figuras geométricas, hoy en día podemos añadir otras letras o herramientas matemáticas más potentes, que incluso con Newton y Leibniz fueron cristalizadas con el descubrimiento del Cálculo (Waldegg, 1982).

El trabajo de los grandes gigantes, el cual fue analizado y experimentado con ayuda de un *software* de geometría dinámica en el presente trabajo, es una alternativa para la experimentación simulada dentro del aula, en la que no se requiere del conocimiento de funciones matemáticas, sino de conceptos de aritmética como las proporciones y de geometría tales como la semejanza de triángulos, para la interpretación del movimiento de la caída de los cuerpos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Clavelin, M. (1996). *La philosophie naturelle de Galilée*. France: Albin Michel.

Drake, S. (1975). The role of music in Galileo´s experiments. *Scientific American, 232*(6), 98-104.

Farmaki, V, Klaudatos, N., y Paschos, T. (2004). Integrating the History of Mathematics in Educational Praxis. *International Group for the Psychology of Mathematics Education, 28*, 14-18.

Fernández, G. M. (1993). Algunas precisiones sobre el estudio de la dinámica en Aristóteles. *Revista Española de Física, 7*(2), 58-62.

Fernández, G. M., y Rondero, C. (2004). El inicio histórico de la ciencia del movimiento: Implicaciones epistemológicas y didácticas. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 7*(2), 145-156.

Feynman, R. (1964/2008). *La conferencia perdida de Feynman. El movimiento de los planetas alrededor del Sol.* Barcelona: Tusquets editores.

Ford, M. (2003). Representing and Meaning in History and in Classrooms: Developing Symbols and Conceptual Organizations of Free-Fall Motion. *Sciences & Education,* (12), 1-25.

Hawking, S. (2003). *A hombros de gigantes.* Barcelona: Editorial Crítica.

McDermott, L.C. (1984). Research on conceptual understanding in mechanics. *Physics Today*, julio, 24-34.

Saltiel, E., y Viennot, L. (1985). ¿Qué aprendemos de las semejanzas entre las ideas históricas y el razonamiento espontáneo de los estudiantes? (J. Carrascosa, traductor) *Enseñanza de las Ciencias,* 137-144.

Villamizar, F. Y. (2018). *Modelo metodológico para promover conceptos físicos y matemáticos: hacia la orquestación de actividades didácticas con tecnologías digitales* (Tesis doctoral). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. México.

Villamizar, F.Y. y Martínez, A. (2019). *Oresme y Galileo: representaciones del movimiento acelerado.* Disponible en: https://www.geogebra.org/m/kwqwhupy

Waldegg, G. (1982). *Historia del Cálculo.* México: Sección de Matemática Educativa y de Estudios Avanzados del IPN.

Cómo citar el capítulo (APA): Villamizar Araque, F., Espinosa-Castro, J.F., Martínez Uribe, A., y Benavides-Parra, J.C. (2020). Oresme y galileo, la huella indeleble de los primeros gigantes: una experiencia para la educación matemática y la física. En Y.K. Hernández., Y.L. Contreras-Santander., A.J. Aguilar-Barreto., L. Barrera., y M. Flórez-Romero. (Ed.), *Educación, prácticas pedagógicas alternativas*. (pp.87-106). Cúcuta, Colombia: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

Cómo citar el capítulo (VANCOUVER): Villamizar Araque F, Espinosa-Castro JF, Martínez Uribe A, Benavides-Parra JC. Oresme y galileo, la huella indeleble de los primeros gigantes: una experiencia para la educación matemática y la física. En: Hernández YK, Contreras-Santander YL, Aguilar-Barreto AJ, Barrera L, Flórez-Romero M, editores. *Educación, prácticas pedagógicas alternativas*. Cúcuta, Colombia: Ediciones Universidad Simón Bolívar; 2020. p.89.