

**AUTORES**

Alcides de Jesús Padilla Sierra

José Ignacio Consuegra Manzano

---

# MACROECONOMÍA INTERMEDIA

---

Principios básicos para la Modelación Macroeconómica  
Una aplicación en **STATA**

**AUTORES**

Alcides de Jesús Padilla Sierra

José Ignacio Consuegra Manzano

---

# MACROECONOMÍA INTERMEDIA

---

Principios básicos para la Modelación Macroeconómica  
Una aplicación en **STATA**



RECONOCIDO POR  
COLCIENCIAS  
2014 - 2017



**PRESIDENTA SALA GENERAL**  
ANA BOLÍVAR DE CONSUEGRA

**RECTOR FUNDADOR**  
JOSÉ CONSUEGRA HIGGINS (q.e.p.d.)

**RECTOR**  
JOSÉ CONSUEGRA BOLÍVAR

**VICERRECTORA ACADÉMICA**  
SONIA FALLA BARRANTES

**VICERRECTORA DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN**  
PAOLA AMAR SEPÚLVEDA

**VICERRECTORA FINANCIERA**  
ANA DE BAYUELO

**VICERRECTOR ADMINISTRATIVO**  
EUGENIO BOLÍVAR ROMERO

**SECRETARIA GENERAL**  
ROSARIO GARCÍA GONZÁLEZ

**DIRECTORA DE INVESTIGACIONES**  
MARÍA DE LOS ÁNGELES PÉREZ HERNÁNDEZ

**DEPARTAMENTO DE PUBLICACIONES**  
CARLOS MIRANDA MEDINA

**MIEMBROS DE LA SALA GENERAL**  
ANA BOLÍVAR DE CONSUEGRA  
OSWALDO ANTONIO OLAVE AMAYA  
MARTHA VIVIANA VIANA MARINO  
JOSÉ EUSEBIO CONSUEGRA BOLÍVAR  
JORGE REYNOLDS POMBO  
ÁNGEL CARRACEDO ÁLVAREZ  
ANTONIO CACUA PRADA  
JAIME NIÑO DÍEZ  
ANA DE BAYUELO  
JUAN MANUEL RUISECO  
CARLOS CORREDOR PEREIRA  
JORGE EMILIO SIERRA MONTOYA  
EZEQUIEL ANDER-EGG  
JOSÉ IGNACIO CONSUEGRA MANZANO  
EUGENIO BOLÍVAR ROMERO  
ÁLVARO CASTRO SOCARRÁS  
IGNACIO CONSUEGRA BOLÍVAR

**AUTORES**

Alcides de Jesús Padilla Sierra

José Ignacio Consuegra Manzano

---

# MACROECONOMÍA INTERMEDIA

---

Principios básicos para la Modelación Macroeconómica  
Una aplicación en **STATA**



RECONOCIDO POR  
COLCIENCIAS  
2014 - 2017

Padilla Sierra, Alcides de Jesús  
Macroeconomía. Principios básicos para la modelación macroeconómica, una aplicación en STATA / Alcides de Jesús Padilla Sierra, José Ignacio Consuegra Manzano. -- Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar, 2015.

217 p.; 17 x 24 cm.  
ISBN: 978-958-8930-04-6

1. Macroeconomía. 2. Modelo económico. 3. Análisis económico. 4. Economía matemática. 5. Política económica -- Colombia 5. Política monetaria. -- Colombia.

I. Consuegra Manzano, José Ignacio. II. Tit.

339 P123 2015 SCD21 ed.

Universidad Simón Bolívar-Sistema de Bibliotecas

## **MACROECONOMÍA INTERMEDIA** **Principios básicos para la Modelación Macroeconómica** **Una aplicación en STATA**

*Alcides de Jesús Padilla Sierra*©  
*José Ignacio Consuegra Manzano*©

**ISBN:** 978-958-8930-04-6

Todos los derechos reservados. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida, almacenada en sistema recuperable o transmitida en ninguna forma por medios electrónico, mecánico, fotocopia, grabación u otros, sin la previa autorización por escrito de Ediciones Universidad Simón Bolívar y de los autores. Los conceptos expresados de este documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no necesariamente corresponden con los de la Universidad Simón Bolívar y da cumplimiento al Depósito Legal según lo establecido en la Ley 44 de 1993, los Decretos 460 del 16 de marzo de 1995, el 2150 de 1995, el 358 de 2000 y la Ley 1379 de 2010.

### **Ediciones**

Universidad Simón Bolívar©  
Carrera 54 No. 59-102  
<http://publicaciones.unisimonbolivar.edu.co/edicionesUSB/>  
[dptpublicaciones@unisimonbolivar.edu.co](mailto:dptpublicaciones@unisimonbolivar.edu.co)  
Barranquilla - Cúcuta

Junio de 2015  
Barranquilla

*Printed and made in Colombia*

# CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	11
<b>CAPÍTULO I. EL MODELO IS-LM (I)</b> .....	13
1. Modelo IS-LM. Economía cerrada. Modelo estático.....	16
1.1. Ecuaciones de la Curva IS-LM.....	17
1.2. Solución con Álgebra Lineal.....	21
1.3. Efectos de la política fiscal y monetaria .....	23
1.3.1. Aumento del gasto público.....	23
1.3.2. Aumento de la oferta monetaria.....	25
1.4. Demanda agregada.....	27
1.5. Problemas y aplicaciones.....	30
<b>CAPÍTULO II. MODELO IS-LM (II)</b> .....	33
2. Modelo IS-LM. Modelo de Economía Cerrada. Modelo Dinámico.....	35
2.1. La Curva IS.....	35
2.2. La Curva LM.....	36
2.3. Estabilidad del modelo .....	37
2.3.1. Método de valores propios para hallar la ecuación característica.....	38
2.3.2. Método de la traza y el determinante.....	40
2.4. Equilibrio de largo plazo del modelo.....	41
2.4.1. Cálculo de las ecuaciones de equilibrio a largo plazo.....	41
2.4.2. Diagrama de fases .....	43
2.5. Demanda de dinero. Modelo Baumol-Tobin. Una aplicación en STATA para Colombia.....	46
2.6. Problemas y aplicaciones.....	51

<b>CAPÍTULO 3. ECONOMÍA ABIERTA .....</b>	<b>53</b>
3. Conceptos básicos. Aplicaciones para Colombia con el uso de STATA.....	55
3.1. Conceptos básicos. Aplicados a la economía colombiana .....	55
3.1.1. Tasa de cambio (Exchange rates) .....	55
3.1.2. Tasa de interés (Rate of Interest).....	59
3.1.3. Ecuación de Fisher.....	61
3.1.4. Aplicación en STATA del efecto Fisher.....	62
3.1.5. Paridad de tasa de interés (Interest Parity).....	73
3.1.6. Paridad del poder de compra (Purchasing Power Parity) .....	73
3.1.7. Regla de Taylor .....	74
3.1.8. La condición Marshall-Lerner .....	75
3.2. Equilibrio en el mercado de bienes y de dinero. Modelo IS-LM .....	78
3.2.1. Curva IS.....	78
3.2.2. La LM.....	81
3.3. Problemas y aplicaciones.....	83
<b>CAPÍTULO 4. POLÍTICAS ECONÓMICAS BAJO UNA ECONOMÍA ABIERTA.....</b>	<b>85</b>
4. Modelo IS-LM. Modelo de economía abierta.....	87
4.1. Modelo Mundell-Fleming. Modelo dinámico.....	87
4.1.1. El caso de un aumento del gasto público, bajo tipo de cambio fijo.....	90
4.1.2. El caso de un aumento de la tasa de cambio nominal, bajo tipo de cambio fijo.....	93
4.1.3. El caso de un aumento del ingreso externo, bajo tipo de cambio fijo.....	96
4.1.4. El caso de un aumento del ingreso externo, bajo tipo de cambio flexible....	100
4.1.5. El caso de un aumento de los precios bajo tipo de cambio fijo y flexible....	103
4.1.6. El caso de un aumento de la oferta monetaria, bajo tipo de cambio flexible .....	106
4.2. Solución con Álgebra Lineal del modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo .	109
4.3. Solución con Álgebra Lineal del modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible .....	113

4.4. Problemas y aplicaciones.....	116
4.5. Respuesta a los problemas propuestos.....	117
<b>CAPÍTULO 5. MODELO IS-LM. ECONOMÍA ABIERTA.</b>	
<b>ESTÁTICA COMPARATIVA .....</b>	<b>121</b>
5. Una aplicación bajo estática comparativa.....	123
5.1. Problemas y aplicaciones.....	130
5.2. Respuesta al problema propuesto.....	130
<b>CAPÍTULO 6. MODELO IS-LM PARA COLOMBIA. DETERMINANTES DEL</b>	
<b>CRECIMIENTO ECONÓMICO. UNA APLICACIÓN EMPIRICA EN STATA .....</b>	<b>133</b>
6. Elementos básicos para la modelación macroeconómica .....	135
6.1. Elementos teóricos.....	136
6.2. Tratamiento estadístico y econométrico del modelo IS-LM.....	137
6.2.1. Cointegración.....	141
6.3. Mecanismo de corrección de error .....	183
6.3.1. Procedimiento de Engle-Granger.....	183
6.3.2. Procedimiento de Johansen.....	185
6.4. Análisis impulso respuesta.....	188
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>191</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>199</b>
Anexo 1.....	201
Anexo 2.....	210
Anexo 3.....	213
Anexo 4.....	215



## LISTADO DE GRÁFICAS

Gráfica 1.1. La IS.....	18
Gráfica 1.2. La LM.....	20
Gráfica 1.3. Modelo IS-LM.....	20
Gráfica 1.4. Modelo IS-LM. Aumento del gasto público.....	25
Gráfica 1.5. Modelo IS-LM. Aumento de la oferta monetaria.....	26
Gráfica 1.6. Demanda agregada. Aumento de los precios .....	27
Gráfica 1.7. Demanda agregada. Desplazamiento de la demanda agregada por aumento de la oferta monetaria .....	29
Gráfica 2.1. IS economía cerrada. Tiempo continuo .....	44
Gráfica 2.2. LM economía cerrada. Tiempo continuo .....	45
Gráfica 2.3. Diagrama de fases. Modelo IS-LM. Economía cerrada. Tiempo continuo ...	46
Gráfica 3.1. Tasa de cambio nominal 1988-2009.....	57
Gráfica 3.2. Índice de tasa de cambio real FMI 1988-2009.....	59
Gráfica 3.3. Tasa de interés nominal mensual de captación de Colombia. 1990m1-2015m1.....	64
Gráfica 3.4. Tasa de IPC mensual de Colombia. 1990m1-2015m1.....	64
Gráfica 3.5. Equilibrio en el mercado de bienes. Mercado de fondos prestables. Ahorro e inversión .....	80
Gráfica 3.6. Equilibrio en el mercado de bienes. <i>Keynesian Cross</i> . Gasto planeado y Gasto efectivo.....	81
Gráfica 3.7. LM. Equilibrio en el mercado de dinero. Demanda y oferta monetaria .....	82
Gráfica 4.1. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo. Aumento del gasto público.....	92

Gráfica 4.2. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo. Aumento del gasto público. Senda en el tiempo de las variables endógenas .....	93
Gráfica 4.3. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo. Devaluación del tipo de cambio nominal .....	95
Gráfica 4.4. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo. Devaluación del tipo de cambio nominal. Senda en el tiempo de las variables endógenas.....	96
Gráfica 4.5. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo. Aumento del ingreso externo .....	99
Gráfica 4.6. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo. Aumento del ingreso externo. Senda en el tiempo de las variables endógenas .....	99
Gráfica 4.7. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible. Aumento del ingreso externo .....	102
Gráfica 4.8. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible. Aumento del ingreso externo. Senda en el tiempo de las variables endógenas .....	103
Gráfica 4.9. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo. Aumento de los precios.....	105
Gráfica 4.10. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo. Aumento de los precios. Senda en el tiempo de las variables endógenas .....	106
Gráfica 4.11. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible. Aumento de la oferta monetaria.....	108
Gráfica 4.12. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible. Aumento de la oferta monetaria. Senda en el tiempo de las variables endógenas .....	108
Gráfica 5.1. Modelo IS-LM-BP. Tipo de cambio flexible. Posición de la curva de Balanza de Pagos BP .....	128
Gráfica 6.1. Comportamiento Histórico de las Series. 1994-2007. Serie trimestral no desestacionalizada 1998-2007 .....	139
Gráfica 6.2. Comportamiento Histórico de las Series. Serie desestacionalizada .....	141
Gráfica 6.3. Comportamiento Histórico de la Serie. Serie desestacionalizada. 1998=100 .....	148
Gráfica 6.4. Prueba informal de cointegración.....	164

## INTRODUCCIÓN

La macroeconomía como parte de la teoría económica se define como el estudio de los agregados económicos. La macroeconomía estudia los problemas de los determinantes de la demanda agregada, la producción, la variación de los precios, el empleo, el mercado de dinero, entre otros.

Su estudio puede darse en cuatro fases. La primera fase inicia con el conocimiento de las variables que integran la demanda agregada, tales como el consumo, la inversión, el gasto público y el sector externo. La segunda con el estudio del mercado de dinero, abarcando temas como la demanda de dinero, la oferta monetaria y la tasa de cambio. Dadas estas dos fases, se integran los dos mercados denominados mercado de bienes y mercado de dinero para obtener el modelo IS-LM, correspondientes a su sigla en inglés *Investment-Saving* (IS) y *Liquity Money* (LM) o en español Ahorro-Inversión y Preferencia de Liquidez-Dinero respectivamente. Por lo anterior, la tercera fase puede iniciar con el estudio del modelo IS-LM bajo una economía cerrada y abierta. Y, como una cuarta fase se estudia el crecimiento económico.

Presentado el anterior esquema del posible estudio de la macroeconomía, este documento denominado *MACROECONOMÍA INTERMEDIA. Principios Básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA para Colombia* su objetivo es mostrar el uso de las herramientas formales y el uso del software STATA 12.0 para la modelación macroeconómica de la economía colombiana.

En principio se realiza un ejercicio que servirá de base para abarcar el elemento principal de este documento que es explicar el modelo IS-LM de economía abierta y específicamente el modelo Mundell-Fleming (M-F) utilizando las herramientas matemáticas y la intuición económica. El documento tiene seis partes. La primera es el modelo IS-LM bajo una economía cerrada. Su estudio se presentará utilizando las ecuaciones básicas del modelo y señalando los supuestos de acuerdo a los autores que lo crearon. Se abordará el modelo IS-LM como modelo estático utilizando algunas herramientas matemáticas. En la segunda parte se estudia el modelo IS-LM de economía cerrada pero como un modelo dinámico; en este capítulo se presenta la evidencia del Modelo Baumol-Tobin en Colombia. En la tercera parte se definen algunos conceptos básicos de la economía abierta. Estas variables definidas servirán de soporte del modelo IS-LM de economía abierta, además se incluye la evidencia empírica del efecto Fisher en la economía colombiana. En la cuarta parte se estudia el modelo de economía abierta: como modelo estático, utilizando la forma intuitiva y el álgebra lineal. Específicamente se estudia el modelo M-F, en la quinta parte se estudia el modelo IS-LM bajo una economía abierta en estática comparativa y en la sexta, se presenta en forma extensa la evidencia empírica del Modelo M-F en la economía colombiana, utilizando las herramientas econométricas.

# **Capítulo I**

## **EI MODELO IS-LM (I)**

---



Uno de los modelos de obligatorio estudio en los cursos de macroeconomía a nivel de pregrado es el modelo IS-LM. Este modelo fue realizado por Hicks, J. (1937) a través de su artículo *Mr. Keynes and the "Classics"; A Suggested Interpretation* (1937) y popularizado por Hansen, A., con sus obras *Monetary Theory and Fiscal Policy* (1949) y *A Guide to Keynes* (1953). Por ello se le denomina a su vez como modelo Hicks-Hansen. Todo nació en Oxford en 1936 cuando la Econometric Society reunió a Roy Forbes Harrod (1900-1978), con su trabajo "El señor Keynes y la Teoría Tradicional, a James Edward Meade (1907-1995), con "Un modelo simplificado del sistema del Sr. Keynes" y John Richard Hicks (1904-1989), quienes buscaron establecer, independientemente, un modelo que sintetizara el pensamiento de la obra de Keynes (Cáceres *et al.*, 2003, p. 109).

Hicks (1937), a través del modelo IS-LM intenta describir las ideas clásicas sobre los planteamientos de la *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero* escrita por Keynes, J. (1936). Since our purpose is comparison, I shall try to set out my typical classical theory in a form similar to that in which Mr. Keynes sets out his own theory; and I shall leave out of account all secondary complications which do not bear closely upon this special question in hand (Hicks, 1937, p. 148).

Hicks (1937) supone que tratará con un periodo corto en que la cantidad de equipo físico disponible de toda clase puede ser tomado como fijo. Se supone que el trabajo es homogéneo. Adicionalmente se supone que la depreciación es nula, entonces el producto de los bienes de inversión corresponde a la nueva inversión (p. 148).

Este modelo a pesar de intentar mostrar la relación entre el mercado de bienes y servicios y el mercado de dinero, es decir, implica el análisis de manera simultánea de dos mercados: el de bienes IS y el monetario LM, es tratado normalmente en los libros de texto como un modelo estático sin entrar a pro-

fundizar sobre los efectos de una variable sobre las otras en el tiempo. Por ello a través de este documento se mostrará además del análisis estático, el de estática comparativa y dinámico. Para su tratamiento se tomó como base las ecuaciones de algunos libros de texto.

Con referencia al análisis estático se les suele llamar como análisis de equilibrio. Chiang y Wainwright (2006) definen el equilibrio como: “el análisis caracterizado por la falta de una tendencia a cambiar” (p. 31). El análisis de estática comparativa no es más que la comparación de los equilibrios. Es tomar una fotografía a cada situación y compararla. Y, el análisis dinámico a diferencia de los anteriores tiene en cuenta el tiempo. “Actualmente, este término describe el tipo de análisis cuyo objetivo es rastrear y estudiar las trayectorias específicas en el tiempo, de las variables, así como determinar si, dado un tiempo suficiente, estas variables tenderán a converger a ciertos valores (equilibrio)” (Chiang & Wainwright, 2006, p. 444).

### **1. MODELO IS-LM. ECONOMÍA CERRADA. MODELO ESTÁTICO**

Para el estudio del modelo IS-LM estático de economía cerrada se utilizará como referente las variables y ecuaciones del texto de Larraín y Sachs (1994) el cual desarrolla sus argumentos teóricos en forma algebraica. En este aparte se abordará el problema de los movimientos bajo una economía cerrada en forma matricial. El sentido principal es poder conocer los movimientos que sufren las variables endógenas utilizando un modelo estático. Se ilustrarán los movimientos en una economía cuando se presenten cambios en la política fiscal y la política monetaria.

El ejercicio se divide en tres partes. En la primera, se mostrarán las ecuaciones del modelo IS-LM definidas bajo el texto en referencia. En la segunda se utilizará el álgebra lineal para dar solución al sistema y en la tercera se plantearán los efectos de la política fiscal y la monetaria sobre las variables endógenas.

### 1.1. Ecuaciones de la Curva IS-LM

La IS:

$$Y = Q = C + I + G \tag{1.1}$$

$$C = c(Q - T) - ai + c^f (Q - T)^f$$

$$I = \bar{I} - bi + dPMK^E$$

$$G = \bar{G}$$

Se hallará la IS. Reemplazando cada una de las variables y agrupando.

$$Q = c(Q - T) - ai + c^f (Q - T)^f + \bar{I} - bi + dPMK^E + \bar{G}$$

$$Q = cQ - cT - i(a + b) + c^f (Q - T)^f + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}$$

$$Q - cQ = -cT - i(a + b) + c^f (Q - T)^f + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}$$

$$IS: Q = \left[ \frac{1}{1 - c} \right] \left[ -cT - i(a + b) + c^f (Q - T)^f + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G} \right] \tag{1.2}$$

Las variables están definidas de la siguiente forma:

$Y = Q$ , es el ingreso o producto en términos reales,  $C$  el consumo,  $I$  la inversión y  $G$  el gasto público. Entre las variables que determinan el consumo se encuentran:  $(Q - T)$ , definido como el ingreso disponible,  $(Q - T)^f$ , es el ingreso disponible futuro e la cual representa la tasa de interés nominal, la cual para el caso del equilibrio en el mercado de bienes se expresa en términos reales como  $r$ , es decir, se expresa  $i = r$ .

Las variables de inversión son:  $\bar{I}$ , identificada como la inversión autónoma,  $PMK^E$ , la productividad marginal del capital esperada e la tasa de interés nominal.

Las variables fiscales, las cuales son: el gasto público  $G$  y los impuestos en  $T$ .  
Los coeficientes son valores  $0 < c, a, c^f, d < 1$ .

La pendiente de la IS es negativa, esto se puede ver a continuación a través de la derivada parcial de la tasa de interés con respecto al producto y en la Gráfica 1.1.

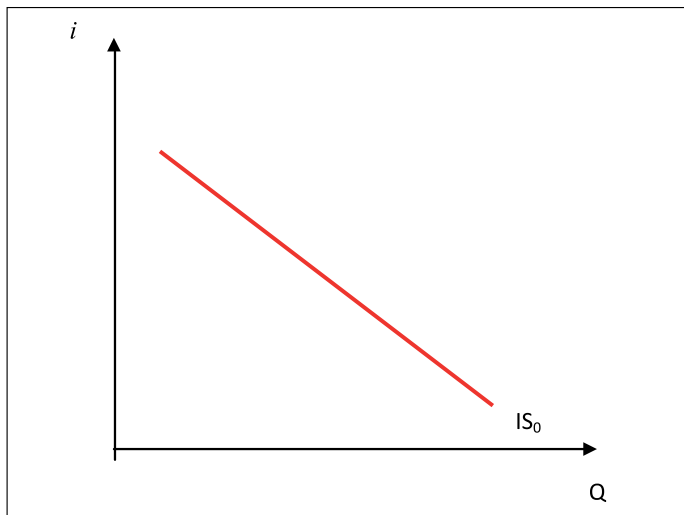
Tomando la IS y despejando la tasa de interés quedaría:

$$IS: r = \frac{1}{(a+b)} \left[ -cT + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G} \right] - \frac{(1-c)}{(a+b)} Q \quad (1.3)$$

La pendiente sería:

$$\frac{\partial i}{\partial Q} = -\frac{(1-c)}{(a+b)} < 0$$

**Gráfica 1.1. La IS**



La Gráfica 1.1 muestra las combinaciones de tasa de interés y producto que equilibran el mercado de bienes.

La LM:

$$-vQ + fi = P - M \quad (1.4)$$

$P$ , representa los precios, la oferta monetaria,  $Q$  el ingreso e la tasa de interés nominal. Los coeficientes son valores  $0 < v, f < 1$ .

Despejando la tasa de interés quedaría:

$$\text{LM: } i = \frac{1}{f}P - \frac{1}{f}M + \frac{v}{f}Q \quad (1.5)$$

La pendiente de la LM es positiva, esto se puede ver a continuación a través de la derivada parcial de la tasa de interés con respecto al producto y en la Gráfica 1.2.

Tomando la LM y despejado la tasa de interés quedaría:

$$i = \frac{1}{f}P - \frac{1}{f}M + \frac{v}{f}Q \quad (1.6)$$

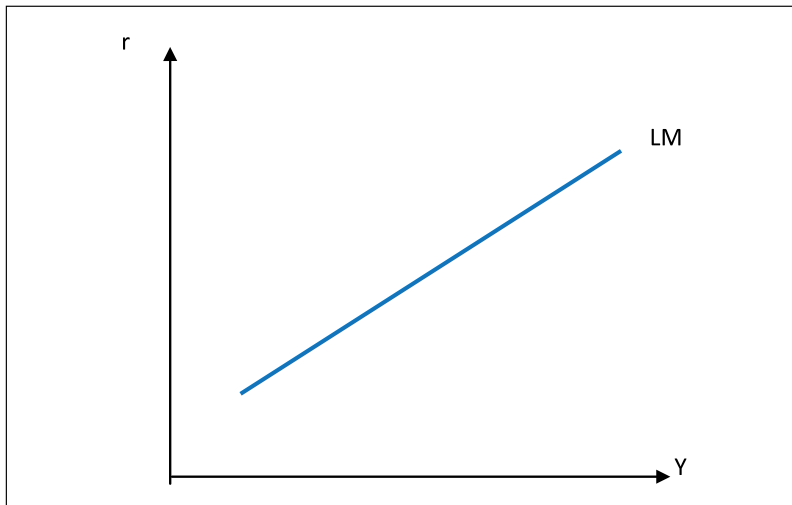
La pendiente de la LM será:

$$\frac{\partial i}{\partial Q} = \frac{v}{f} > 0$$

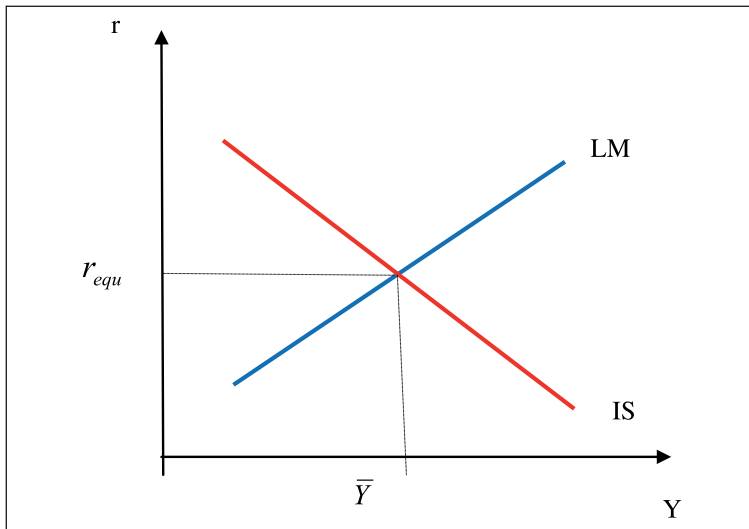
La Gráfica 1.2 muestra las combinaciones de tasa de interés y producto que equilibran el mercado de dinero.

Uniendo la gráfica de la IS y la LM se obtiene el modelo IS-LM. La Gráfica 1.3 muestra las combinaciones de tasa de interés y producto que equilibran el mercado de bienes y el mercado de dinero.

**Gráfica 1.2. La LM**



**Gráfica 1.3. Modelo IS-LM**



Definidas las variables y hallando las ecuaciones de la IS y la LM, representando así un sistema de ecuaciones, se planteará dicho sistema de ecuaciones en forma matricial.

## 1.2. Solución con Álgebra Lineal

Se aplicarán seis pasos, el primer paso para utilizar el álgebra matricial es tomar el sistema de ecuaciones y separar las variables endógenas de las exógenas. Se colocarán las variables dependientes del lado izquierdo y las independientes del lado derecho de la igualdad, así:

$$Q(1-c) + i(a+b) = [-cT + c^f(Q-T)^F + \bar{I} - bi + dPMK^E + \bar{G}] \quad (1.7)$$

$$-vQ + fi = P - M \quad (1.8)$$

El segundo paso es formar el sistema matricial, creando cuatro matrices. Una matriz de coeficientes de variables endógenas, un vector de variables endógenas, una matriz de coeficientes de variables exógenas y un vector de variables exógenas, así como está expresado a continuación.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1-c & a+b \\ -v & f \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} Q \\ i \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} -c & c^f & 1 & d & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} T \\ (Q-T)^F \\ \bar{I} \\ PMK^E \\ \bar{G} \\ P \\ M \end{bmatrix}}_Z$$

**A** es la matriz de coeficientes de variables endógenas, **X** el vector de variables endógenas, **B** la matriz de coeficientes de variables exógenas y **Z** el vector de variables exógenas.

El tercer paso es multiplicar por la matriz inversa de coeficientes de variables endógenas al sistema matricial y despejar así el vector de variables endógenas.

$$\begin{bmatrix} 1-c & a+b \\ -v & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-c & a+b \\ -v & f \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Q \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-c & a+b \\ -v & f \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -c & c^f & 1 & d & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ (Q-T)^F \\ \bar{I} \\ PMK^E \\ \bar{G} \\ P \\ M \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-c & a+b \\ -v & f \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -c & c^f & 1 & d & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ (Q-T)^F \\ \bar{I} \\ PMK^E \\ \bar{G} \\ P \\ M \end{bmatrix}$$

El cuarto paso consiste en hallar la adjunta de la matriz de coeficientes de variables endógenos y su determinante y teniendo estos valores hallar el valor de la inversa, que no es más que multiplicar la adjunta por uno sobre el determinante. Los resultados son:

$$\text{Adjunta: } Adj = \begin{bmatrix} f & v \\ -(a+b) & 1-c \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} f & -(a+b) \\ v & 1-c \end{bmatrix}$$

$$\text{Determinante: } Det = f(1-c) + v(a+b)$$

$$\text{Inversa: } Inversa = \frac{1}{DET} ADJ$$

Aplicando la fórmula y realizando las operaciones de multiplicación de matrices, se tiene:

$$\begin{bmatrix} Q \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_0 & -\varphi_1(a+b) \\ \varphi_1 v & \varphi_1(1-c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c & c^f & 1 & d & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ (Q-T)^F \\ \bar{I} \\ PMK^E \\ \bar{G} \\ P \\ M \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varphi_0 c & \varphi_0 c^f & \varphi_0 & \varphi_0 d & \varphi_0 & -\varphi_1(a+b) & \varphi_1(a+b) \\ -\varphi_1 v & \varphi_1 c^f v & \varphi_1 v & \varphi_1 d & \varphi_1 v & \varphi_1(1-c) & -\varphi_1(1-c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ (Q-T)^f \\ \bar{I} \\ PMK^E \\ \bar{G} \\ P \\ M \end{bmatrix}$$

El quinto paso es obtener los resultados finales. Estas ecuaciones finales muestran las dos variables endógenas  $Q$ ,  $i$  en función de las variables exógenas  $[T, (Q-T)^f, \bar{I}, PMK^E, \bar{G}, P, M]$ .

$$Q = -\varphi_0 \bar{x} + \varphi_0 c^f (Q-T)^f + \varphi_0 \bar{I} + \varphi_0 d PMK^E + \varphi_0 \bar{G} - \varphi_1(a+b)P + \varphi_1(a+b)M \quad (1.9)$$

$$i = -\varphi_1 v c T + \varphi_1 c^f v (Q-T)^f + \varphi_1 v \bar{I} + \varphi_1 v d PMK^E + \varphi_1 v \bar{G} + \varphi_1(1-c)P - \varphi_1(1-c)M \quad (1.10)$$

Donde:

$$\varphi_0 = \frac{f}{f(1-c) + v(a+b)}$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{f(1-c) + v(a+b)}$$

El sexto paso consiste en desarrollar los efectos de la política fiscal y monetaria sobre las variables endógenas.

### 1.3. Efectos de la política fiscal y monetaria

#### 1.3.1. Aumento del gasto público

El argumento presentado aquí puede obedecer a varias posibles situaciones. Una de ellas es que el Estado gaste más en obras de infraestructura, tales como hidroeléctricas, viaductos, carreteras, puentes, entre otras, lo cual tendría un

efecto positivo sobre la inversión creándose un *crowding in*<sup>1</sup>. Otra posible situación, es que el Estado realice inversiones en industrias claves como siderúrgicas, fabricación de equipo pesado, petroquímicas, etc.

Los efectos sobre las variables endógenas serían:

Sobre el ingreso:

$$Q = -\varphi_0 cT + \varphi_0 c^f (Q-T)^f + \varphi_0 I + \varphi_0 dPMK^E + \varphi_0 \bar{G} - \varphi_1 (a+b)P + \varphi_1 (a+b)M$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \bar{G}} = \varphi_0 > 0$$

La derivada parcial del ingreso con relación a un aumento del gasto público resultó positiva. Este resultado indica que al aumentar el gasto público en el modelo IS-LM aumentará el ingreso.

Sobre la tasa de interés:

$$i = -\varphi_1 cTv + \varphi_1 c^f v(Q-T)^f + \varphi_1 vI + \varphi_1 v dPMK^E + \varphi_1 vG + \varphi_1 (1-c)P - \varphi_1 (1-c)M$$

$$\frac{\partial i}{\partial \bar{G}} = \varphi_1 v > 0$$

La derivada parcial de la tasa de interés nominal con relación a un aumento del gasto público resultó positiva. Este resultado indica que al aumentar el gasto público en el modelo IS-LM la tasa de interés nominal tiende a aumentar.

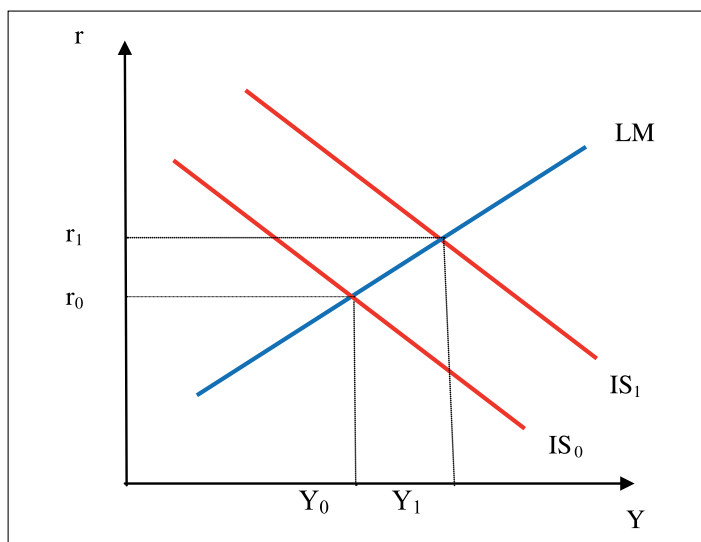
Al igual que se obtuvieron los anteriores resultados se puede hacer cualquier movimiento de las variables independientes y ver sus efectos. A su vez se pue-

---

1. Definido como efecto atracción. Para el caso se interpreta como el efecto atracción de la inversión. A mayor inversión en infraestructura del Estado, se generan mejores condiciones para los inversionistas, atrayendo mayor inversión.

de mostrar los resultados de forma gráfica. La Gráfica 1.4 muestra dicho movimiento.

**Gráfica 1.4. Modelo IS-LM. Aumento del gasto público**



La Gráfica 1.4 muestra el desplazamiento de la curva IS al aumentar el gasto público.

### **1.3.2. Aumento de la oferta monetaria**

Aquí se observarán los efectos de las acciones de las autoridades monetarias sobre el ingreso y sobre la tasa de interés. En Colombia la autoridad monetaria influye sobre la cantidad de dinero a través de las operaciones de mercado abierto –OMA<sup>2</sup>. Como lo expresa el Banco de la República, la política puede ser expansionista o contraccionista. La primera consiste en aumentos de la oferta monetaria y la segunda en disminución de la oferta monetaria.

2. El Banco de la República realiza sus operaciones de expansión y contracción monetaria mediante las compras y/o ventas transitorias y/o definitivas de títulos de deuda pública. El Banco de la República realiza las operaciones mencionadas por los mecanismos de subasta holandesa y/o de ventanilla. Se entiende por ventanilla las operaciones con cupo ilimitado que realiza el Banco a una tasa fija.

Para propósito de explicar los efectos de la oferta monetaria sobre el ingreso y el producto se trabajará con una política monetaria expansionista. Los efectos sobre las variables endógenas serían:

Sobre el ingreso:

$$Q = -\varphi_0 cT + \varphi_0 c^f (Q - T)^f + \varphi_0 \bar{I} + \varphi_0 dPMK^E + \varphi_0 \bar{G} - \varphi_1 (a + b)P + \varphi_1 (a + b)M$$

$$\frac{\partial Q}{\partial M} = \varphi_1 (a + b) > 0$$

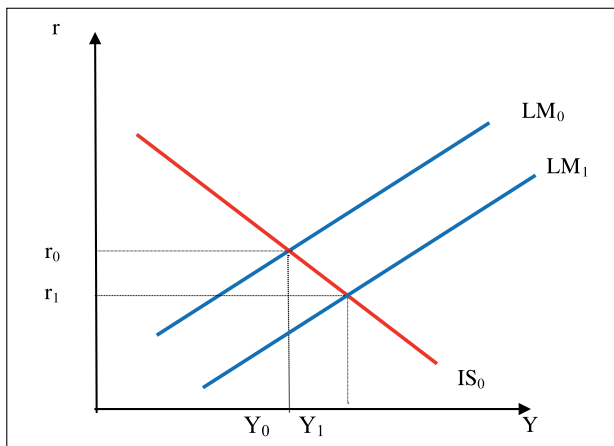
La derivada parcial del ingreso con relación a un aumento de la oferta monetaria resultó positiva. Este resultado indica que al aumentar la oferta monetaria en el modelo IS-LM aumentará el ingreso (Gráfica 1.5).

Sobre la tasa de interés:

$$i = -\varphi_1 cvT + \varphi_1 c^f v(Q - T)^f + \varphi_1 vI + \varphi_1 v dPMK^E + \varphi_1 vG + \varphi_1 (1 - c)P - \varphi_1 (1 - c)M$$

$$\frac{\partial i}{\partial M} = -\varphi_1 (1 - c) < 0$$

**Gráfica 1.5 Modelo IS-LM Aumento de la oferta monetaria**

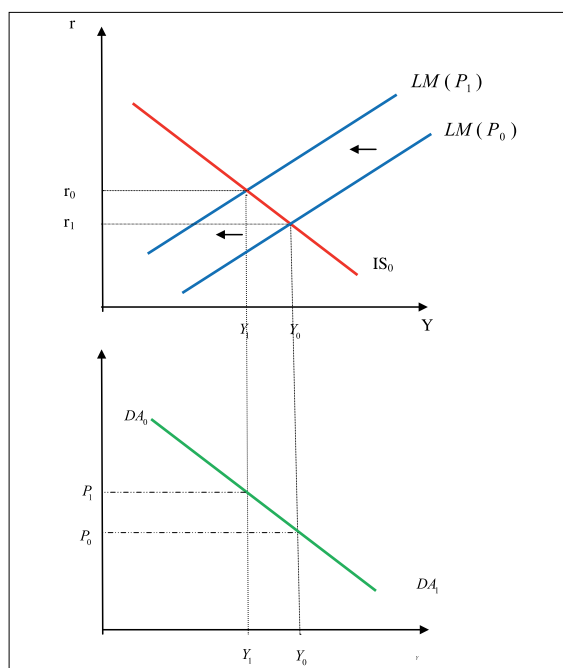


La derivada parcial de la tasa de interés nominal con relación a un aumento de la oferta monetaria resultó negativa. Este resultado indica que al aumentar la oferta monetaria en el modelo IS-LM la tasa de interés nominal tiende a disminuir (Gráfica 1.5).

#### 1.4. Demanda agregada

Hasta ahora se ha logrado construir la IS y la LM pero este modelo se puede definir como un modelo macroeconómico de la demanda agregada. Es decir, de los diferentes equilibrios formados del modelo IS-LM se crea la demanda agregada (Gráfica 1.6). Y, de los desplazamientos de la IS o de la LM se pueden observar desplazamientos de la demanda agregada<sup>3</sup>.

Gráfica 1.6 Demanda agregada aumento de los precios



3. Se continuará con las ecuaciones expuestas en el texto de Larrain y Sachs (1994). La demanda agregada como se puede apreciar contiene el mercado de dinero y la IS no, esta es una de las diferencias entre ambas.

Un aumento de los precios de acuerdo al modelo disminuye los saldos reales  $\left[\frac{M}{P}\right]$  aumenta la tasa de interés y disminuye la Renta Nacional (Gráfica 1.6).

Tomando las ecuaciones de la IS:

$$Q = \left[ \frac{1}{1-c} \right] \left[ -cT - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G} \right]$$

$$i = \left[ \frac{1}{a+b} \right] \left[ -Q(1-c) - cT + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G} \right]$$

Se puede obtener la pendiente de la IS de la siguiente forma:

$$\text{Pendiente de la IS: } \frac{\partial i}{\partial Q} = -\frac{(1-c)}{a+b} \Rightarrow \frac{\partial i}{\partial Q} < 0$$

Reemplazando la LM en la IS se obtiene la demanda agregada:

$$Q = \left[ \frac{1}{1-c} \right] \left[ -cT - \frac{1}{f} [P - M + vQ](a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G} \right]$$

Despejando:

$$Q + \left[ \frac{vQ(a+b)}{(1-c)f} \right] = \left[ \frac{1}{1-c} \right] \left[ -cT - \frac{1}{f} [P - M](a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G} \right]$$

$$Q \left[ \frac{(1-c)f + v(a+b)}{(1-c)f} \right] = \left[ \frac{1}{1-c} \right] \left[ -cT - \frac{P}{f}(a+b) + \frac{M}{f}(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G} \right]$$

$$Q = \frac{f}{(1-c)f + v(a+b)} \left[ -cT - \frac{P}{f}(a+b) + \frac{M}{f}(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G} \right]$$

$$\text{Donde: } \phi = \frac{f}{(1-c)f + v(a+b)}$$

Entonces la demanda agregada es:

$$Q = \phi \left[ -cT - \frac{(a+b)}{f}P + \frac{(a+b)}{f}M + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G} \right]$$

Los movimientos expresados en párrafos anteriores, tales como el aumento del gasto público y aumento de la oferta monetaria, ambos ejercen efectos positivos sobre la demanda agregada. Tales movimientos se pueden deducir matemáticamente y de forma gráfica, como se expresa a continuación:

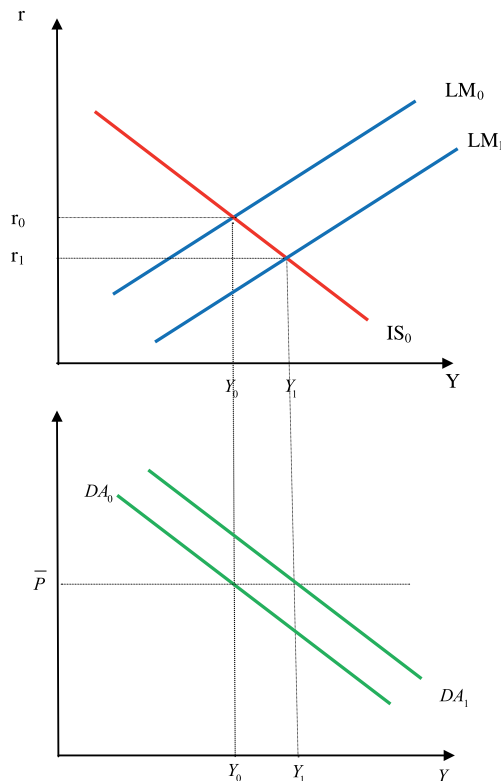
Efecto de un aumento del gasto público sobre la demanda agregada:

$$\frac{\partial Q}{\partial G} = \phi > 0$$

Efecto de un aumento de la oferta monetaria sobre la demanda agregada:

$$\frac{\partial Q}{\partial G} = \frac{(a+b)}{f} \phi > 0$$

**Gráfica 1.7. Demanda agregada. Desplazamiento de la demanda agregada por aumento de la oferta monetaria**



La Gráfica 1.7 muestra el desplazamiento de la demanda agregada por un aumento de la oferta monetaria. El desplazamiento de la LM hacia la derecha desplaza la Demanda Agregada (DA) hacia la derecha y hacia arriba.

### 1.5. Problemas y aplicaciones

1. Para el año 2012 en la economía colombiana de acuerdo al Departamento Nacional de Estadística (DANE) la participación del Gasto en Consumo sin incluir impuesto es del 60 %, el Gasto Público del 15%, la Formación Bruta de Capital Fijo es del 25 % del Producto Interno Bruto, sin incluir sector externo, solo Gasto de Consumo Final y la Formación Bruta de Capital. Además, de acuerdo al reporte de Estabilidad Financiera del Banco de la República la contribución al crecimiento anual del PIB del 2011 de los servicios financieros es del 1,1 %. Suponga que el comportamiento de la economía colombiana está descrito a través del siguiente sistema de ecuaciones y los valores de participación del consumo en la economía es la propensión marginal a consumir:

$$Y = Q = C + I + G$$

$$C = cQ - 1.1i$$

$$I = -0.55i + 1000$$

$$G = 0.15Q$$

$$-0.5Q + 1.2i = P - M$$

- a. Determine cuáles son las variables endógenas y las exógenas.
  - b. Utilice diferentes valores para las variables y obtenga la IS y la LM.
  - c. Obtenga los valores de equilibrio de las variables endógenas.
  - d. Suponga que el gasto público aumenta en un 2 % del PIB, que le ocurre a las variables endógenas.
2. Tomando el mismo sistema de ecuaciones del literal 1. resuelva los siguientes ítems:
    - a. Represente el sistema de ecuaciones a través de matrices.

- b. Si los precios son igual a 2 y la oferta monetaria es 2.000, determine los valores de las variables endógenas.
  - c. Qué le ocurre a las variables endógenas, si el gasto público aumenta un 2 % del PIB.
3. Suponga que el comportamiento de la economía colombiana está descrito a través del siguiente sistema de ecuaciones:

$$Y = Q = C + I + G$$

$$C = \bar{C} + c(Q - T) - ai$$

$$I = \bar{I} - bi$$

$$G = \bar{G}$$

$$dQ + \phi i = \bar{P} - \bar{M}$$

Si la propensión marginal a consumir es del 50%, el consumo autónomo es de 800, la inversión autónoma es de 500, los impuestos son iguales al gasto público y son iguales a 100, el efecto de la tasa de interés sobre el consumo, la inversión y la demanda de dinero son iguales a 2, 3 y 1 respectivamente, los precios son iguales a 1 y la oferta monetaria es igual a 1.000. Con la anterior información responda las siguientes preguntas:

- a. Utilice diferentes valores para las variables y obtenga la IS y la LM.
  - b. Obtenga los valores de equilibrio de las variables endógenas utilizando el álgebra básica.
  - c. Suponga que la oferta monetaria disminuye una unidad, qué le ocurre a las variables endógenas utilizando el álgebra básica.
4. Tomando el mismo sistema de ecuaciones del literal 3. resuelva los siguientes ítems:
- a. Represente el sistema de ecuaciones a través de matrices.
  - b. Si los precios son igual a 2 y la oferta monetaria es 2.000, determine los valores de las variables endógenas.
  - c. Qué le ocurre a las variables endógenas, si la oferta monetaria aumenta en una unidad utilizando matrices.

- d. Utilizando los precios iguales a 1 y la oferta monetaria igual a 1.000, ¿qué le ocurre a las variables endógenas? Si la oferta monetaria aumenta en una unidad utilizando matrices.
- e. Compare los resultados y opine en dos líneas sobre dichos resultados.

## **CAPÍTULO II**

### **MODELO IS-LM (II)**

---



## 2. MODELO IS-LM. MODELO DE ECONOMÍA CERRADA. MODELO DINÁMICO

Este análisis dinámico de economía cerrada normalmente no se presenta en los libros de textos utilizados en los cursos de pregrado tales como los de Dornbusch, R. y Fischer, S., Barro, R., Larrain, F. y Sachs, J., Blanchard, O., Mankiw, N.<sup>1</sup> En estos textos solo se analizan modelos estáticos. Sin embargo con el análisis dinámico se intenta acercar cada vez más los modelos a la realidad, de allí la importancia de que los estudiantes puedan conocer este tipo de modelación. Para ello se introducirá el tiempo en el modelo.

A través de este modelo de economía cerrada se analizará cómo los *shocks* de demanda (política fiscal y monetaria) afectan la economía, específicamente la tasa de interés y el Ingreso Nacional (producción) en el corto, mediano y largo plazo. De igual manera, cuáles son los mecanismos que pueden permitir su ajuste. En otras palabras, analiza la estabilidad del equilibrio a largo plazo. Las ecuaciones se expresarán a continuación, su conformación y cuáles son sus interrelaciones.

### 2.1. La Curva IS

La idea principal es crear una ecuación que muestre la dinámica del producto o del ingreso en la economía y de la tasa de interés con variables reales. Las ecuaciones son las siguientes:

$$Y_t^d = C_t(YD) + I_t(i - \pi) + G_t \quad (2.1)$$

$$C_t = \bar{C}_t + c(1 - \tau)Y_t$$

$$I_t = \bar{I}_t - bi_t$$

$$G_t = \bar{G}_t$$

$$Y_t^d = \bar{C}_t + c(1 - \tau)Y_t + \bar{I}_t - bi_t + \bar{G}_t$$

$$\bar{A}_t = \bar{C}_t + \bar{I}_t + \bar{G}_t$$

$$\text{IS: } Y_t^d = \bar{A}_t + c(1 - \tau)Y_t - bi_t \quad (2.2)$$

---

1. Aunque en el mundo las economías son abiertas, este aparte se realiza como un ejercicio simple de modelación macroeconómica para familiarizar a los discentes con los modelos dinámicos.

$Y_t^d$  es la demanda agregada,  $C_t(YD)$  es el consumo que depende del ingreso disponible,  $I_t(i - \pi)$  es la inversión en función de la tasa de interés real de acuerdo a la ecuación de Fisher y  $\bar{G}_t$  el gasto público. La barra encima de la variable determina que las variables son exógenas en el modelo.

Entre las variables que determinan el consumo se encuentran:  $\bar{C}_t$  el consumo autónomo,  $cY_t$  la proporción del ingreso que determina el consumo y  $\tau Y_t$  la proporción de impuestos que determina el consumo.

Las variables de inversión son:  $\bar{I}_t$  identificada como la inversión autónoma y la tasa de interés nominal  $i$ . La variable fiscal es el gasto público  $\bar{G}_t$ . Se agrupó en una sola variable los componentes autónomos de la demanda agregada a través de  $\bar{A}_t$ , considerada como el gasto autónomo y los coeficientes son valores  $0 < c, b, \tau < 1$ .

La ecuación que muestra la dinámica en la economía real es la siguiente:

$$\dot{Y} = \mu(Y_t^d - Y_t) \tag{2.3}$$

$\dot{Y}$  = Cambio del ingreso en el tiempo.

$\mu$  = Velocidad de ajuste de la demanda y la oferta.

Reemplazando  $Y_t^d$  en  $\dot{Y}$  se obtiene:

$$\dot{Y} = \mu[\bar{A}_t + c(1 - \tau)Y_t - bi - Y_t]$$

$$\dot{Y} = \mu[\bar{A}_t + (c(1 - \tau) - 1)Y_t - bi] \tag{2.4}$$

## 2.2. La Curva LM

La ecuación siguiente muestra el equilibrio en el mercado de dinero y a su vez se presenta la ecuación de la dinámica del equilibrio en el mercado monetario.

$$M_t^s = \bar{M}_t$$

$$\left(\frac{M_t}{P_t}\right)^d = kY_t - hi_t$$

$M_t^s$  es la oferta monetaria y es fija y representada por  $\bar{M}_t$ ,  $\left(\frac{M_t}{P_t}\right)^d$ , es la demanda de saldos reales,  $P_t$  representa los precios,  $Y_t$  es el ingreso y la tasa de interés nominal  $i_t$ . Los coeficientes son valores  $0 < k, h < 1$ .

La ecuación que muestra la dinámica en el mercado monetario es la siguiente:

$$i = g \left[ \left(\frac{M_t}{P_t}\right)^d - \frac{\bar{M}_t}{P_t} \right]$$

Reemplazando los valores de la demanda y oferta monetaria se obtiene:

$$i = g \left[ kY_t - hi_t - \frac{\bar{M}_t}{P_t} \right] \quad (2.5)$$

$i_t$  es el cambio de la tasa de interés en el tiempo y  $g$  es la velocidad de ajuste entre la demanda y oferta monetaria. Ahora se crea el sistema de ecuaciones de la dinámica del modelo IS-LM conjugando la ecuación (2.4) y (2.5)<sup>2</sup>.

$$\dot{Y} = \mu \{ \bar{A}_t + [c(1-\tau) - 1]Y_t - bi_t \}$$

$$i = g \left[ kY_t - hi_t - \frac{\bar{M}_t}{P_t} \right]$$

### 2.3. Estabilidad del modelo

Se procederá a plantear un sistema matricial para determinar la estabilidad del modelo y para conocer ¿qué ocurre si se presenta un *shocks* en la economía?

---

2. En términos matemáticos es un sistema de ecuaciones diferenciales lineales, de orden uno, con coeficientes constantes, autónomos y no homogéneos.

Para conocer la estabilidad del sistema se procederá a implementar dos pasos. En el primer paso se conforma un sistema matricial, separando las variables que representan la dinámica del modelo, denominadas endógenas y exógenas.

El sistema matricial queda de la siguiente manera:

$$\frac{\begin{bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{i} \end{bmatrix}}{W} = \frac{\begin{bmatrix} \mu[c(1-\tau)-1] & -\mu b \\ gK & -gh \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ i_t \end{bmatrix}}{A \quad X} + \frac{\begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_t \\ \bar{M}_t \\ \bar{P}_t \end{bmatrix}}{B \quad Z}$$

$W$  es el vector que muestra la dinámica del modelo,  $A$  es la matriz de coeficientes de variables endógenas,  $X$  el vector de variables endógenas,  $B$  la matriz de coeficientes de variables exógenas y  $Z$  el vector de variables exógenas.

En el segundo paso, se utiliza alguno de los métodos para determinar la estabilidad. Entre los cuales se encuentran el método de valores propios o a través de la traza y el determinante. A continuación se implementarán los dos métodos.

### 2.3.1. Método de valores propios para hallar la ecuación característica<sup>3</sup>

Este método consiste en hallar el determinante de la matriz de coeficientes de variables endógenas de la siguiente manera: se halla la multiplicación de la matriz identidad por lambda (primer paso), luego se resta la matriz de coeficientes de variables endógenas de la multiplicación de la matriz identidad por lambda y procede a obtener su determinante (segundo paso), se ordena y agrupan los términos conformando una ecuación cuadrática denominada como *ecuación característica* (tercer paso) y se le da solución a través de la fórmula resolvente (cuarto paso), como se presenta a continuación:

---

3. El escalar  $\lambda$  es el valor propio de  $A$  si y solo si el  $Det = |A - \lambda I| = 0$ . Las soluciones de una ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes constantes son convergentes (estables) si las raíces del polinomio característico asociado son menores que uno en valor absoluto.

$$W = AX + BZ$$

$$Det = |A - \lambda I| = 0$$

Primer paso

$$\lambda I = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Segundo paso

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} \mu[c(1-\tau)-1] - \lambda & -\mu b \\ gk & -gh - \lambda \end{bmatrix}$$

Tercer paso

$$|A - \lambda I| = \lambda^2 + \lambda gh - \mu[c(1-\tau)-1]gh - \mu[c(1-\tau)-1]\lambda + \mu b g k = 0$$

$$\text{Ecuación característica: } \lambda^2 + \lambda gh - \mu[c(1-\tau)-1]gh - \mu[c(1-\tau)-1]\lambda + \mu b g k = 0$$

Cuarto paso

$$\frac{|A - \lambda I|}{Det[A]} = \frac{\lambda^2 + [gh - \mu[c(1-\tau)-1]]\lambda + [\mu b g k - \mu[c(1-\tau)-1]gh]}{a\lambda^2 + b\lambda + c} = 0$$

$$\lambda_1 = \frac{-[gh - \mu[c(1-\tau)-1]] - \sqrt{[gh - \mu[c(1-\tau)-1]]^2 - 4[1][\mu b g k - \mu[c(1-\tau)-1]gh]}}{2(1)} < 0$$

$$\lambda_2 = \frac{-[gh - \mu[c(1-\tau)-1]] + \sqrt{[gh - \mu[c(1-\tau)-1]]^2 - 4[1][\mu b g k - \mu[c(1-\tau)-1]gh]}}{2(1)} < 0$$

Dado los resultados se observan los signos de  $\lambda_1, \lambda_2$ , para determinar si el equilibrio es estable, inestable o punto de silla. Se conoce que el modelo IS-LM

es un equilibrio estable. Si  $\lambda_1, \lambda_2 < 0$  entonces el equilibrio es estable. En este modelo se puede observar que ambas son menores a 1.

Otra de las formas para determinar la estabilidad es a través del siguiente teorema: “Las soluciones de una ecuación diferencial lineal de segundo orden con coeficientes constantes son convergentes si y solo si:

$$1 - c > 0$$

$$1 - b + c > 0$$

$$1 + b + c > 0$$

Aplicando las fórmulas:

$$1 - c > 0 \Rightarrow 1 - [\mu b g k - \mu [c(1 - \tau) - 1] g h] > 0$$

$$1 - b + c > 0 \Rightarrow 1 - [g h - \mu [c(1 - \tau) - 1]] - [\mu b g k - \mu [c(1 - \tau) - 1] g h] > 0$$

$$1 + b + c > 0 \Rightarrow 1 + [g h - \mu [c(1 - \tau) - 1]] - [\mu b g k - \mu [c(1 - \tau) - 1] g h] > 0$$

De acuerdo al valor de los coeficientes, en este caso el valor que prevalece es el 1 positivo, por ello se establece que el modelo es estable.

### **2.3.2. Método de la traza y el determinante**

Este método consiste en hallar la traza y el determinante de la matriz de coeficientes de las variables endógenas. Para probar si el modelo es estable el determinante debe ser positivo sin importar el signo de la traza.

$$\text{Traza}|A| > 0$$

$$\text{Traza}|A| < 0$$

$$\text{Det}|A| > 0$$

Utilizando la traza y el determinante de la matriz de coeficientes de variables endógenas se obtuvo:

$$A = \begin{bmatrix} \mu[c(1-\tau)-1] & -\mu b \\ gk & -gh \end{bmatrix}$$

$$\text{Traza}|A| = \mu[c(1-\tau)-1] - gh < 0$$

$$\text{Det}|A| = \{\mu[c(1-\tau)-1](-gh)\} + \{\mu b g k\} > 0$$

Dado lo anterior el equilibrio es estable o converge hacia el equilibrio.

## 2.4. Equilibrio de largo plazo del modelo

### 2.4.1. Cálculo de las ecuaciones de equilibrio a largo plazo

Para calcular el equilibrio de largo plazo (equilibrio de estado estacionario, el cual significa que las variables permanecen constantes y su tasa de crecimiento es igual a cero), se utilizará el álgebra matricial. El procedimiento consiste en hacer  $\dot{Y}, \dot{i} = 0$ , dado esto, se puede hablar de variables de equilibrio de largo plazo  $\bar{Y}, \bar{i}$ , como a continuación se expresa:

$$\frac{\begin{bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{i} \end{bmatrix}}{W} = \frac{\begin{bmatrix} \mu[c(1-\tau)-1] & -\mu b \\ gk & -gh \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ i_t \end{bmatrix}}{A \quad X} + \frac{\begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_t \\ \bar{P}_t \end{bmatrix}}{B \quad Z}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu[c(1-\tau)-1] & -\mu b \\ gk & -gh \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Y} \\ \bar{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_t \\ \bar{P}_t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu[c(1-\tau)-1] & -\mu b \\ gk & -gh \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y - \bar{Y} \\ i - \bar{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A} \\ \bar{M}/\bar{P} \end{bmatrix}$$

El resultado es un sistema dinámico con variables a corto y largo plazo, así:

$$\dot{Y} = \mu[c(1-\tau)-1](Y - \bar{Y}) - \mu b(i - \bar{i}) + \mu \bar{A} = 0 \tag{2.6}$$

$$i = gk(Y - \bar{Y}) - gh(i - \bar{i}) - \frac{\bar{M}}{P} = 0 \quad (2.7)$$

De (2.7) despejamos  $\bar{i}$ :

$$\begin{aligned} i &= gk(Y - \bar{Y}) - gh(i - \bar{i}) - \frac{\bar{M}}{P} = 0 \\ -ghi + gh\bar{i} &= -gk(Y - \bar{Y}) + \frac{\bar{M}}{P} \end{aligned}$$

La tasa de interés de equilibrio a largo plazo es:

$$\bar{i} = i - \frac{k}{h}(Y - \bar{Y}) + \frac{1}{gh} \frac{\bar{M}}{P} \quad (2.8)$$

Reemplazando (2.8) en (2.6) y despejando, tenemos:

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= \mu[c(1-\tau)-1](Y - \bar{Y}) - \mu b \left\{ i - \left[ i - \frac{k}{h}(Y - \bar{Y}) + \frac{1}{gh} \frac{\bar{M}}{P} \right] \right\} + \mu \bar{A} = 0 \\ (Y - \bar{Y}) &\left\{ \mu[c(1-\tau)-1] - \frac{ubk}{h} \right\} + \frac{ub}{gh} \frac{\bar{M}}{P} + \mu \bar{A} = 0 \\ \bar{Y} &\left\{ \frac{\mu h[c(1-\tau)-1] - ubk}{h} \right\} = Y \left\{ \frac{\mu h[c(1-\tau)-1] - ubk}{h} \right\} + \frac{ub}{gh} \frac{\bar{M}}{P} + \mu \bar{A} \end{aligned}$$

El producto de equilibrio es:

$$\bar{Y} = Y + \frac{b}{g\{h[c(1-\tau)-1] - bk\}} \frac{\bar{M}}{P} + \frac{h\bar{A}}{h[c(1-\tau)-1] - bk} \quad (2.9)$$

Reemplazando (2.9) en (2.8) y despejando, tenemos:

$$\begin{aligned} \bar{i} &= i - \frac{K}{h} \left\{ Y - \left[ Y + \frac{b}{g\{h[c(1-\tau)-1] - bk\}} \frac{\bar{M}}{P} + \frac{h\bar{A}}{h[c(1-\tau)-1] - bk} \right] \right\} + \frac{1}{gh} \frac{\bar{M}}{P} \\ \bar{i} &= i + \frac{bK}{gh\{h[c(1-\tau)-1] - bk\}} \frac{\bar{M}}{P} + \frac{k\bar{A}}{h[c(1-\tau)-1] - bk} + \frac{1}{gh} \frac{\bar{M}}{P} \end{aligned}$$

$$\bar{i} = i + \frac{bk + h[c(1-\tau) - 1] - bk}{gh\{h[c(1-\tau) - 1] - bk\}} \frac{\bar{M}}{P} + \frac{k\bar{A}}{h[c(1-\tau) - 1] - bk}$$

$$\bar{i} = i + \frac{h[c(1-\tau) - 1]}{gh\{h[c(1-\tau) - 1] - bk\}} \frac{\bar{M}}{P} + \frac{k\bar{A}}{h[c(1-\tau) - 1] - bk} \quad (2.10)$$

### 2.4.2. Diagrama de fases

Las dos ecuaciones de la dinámica del modelo en estado estacionario sirven para dibujar el diagrama de fases. En primera instancia se tomará  $\dot{Y} = \mu[c(1-\tau) - 1](Y - \bar{Y}) - \mu b(i - \bar{i}) + \mu\bar{A}$  y se despejará la tasa de interés  $i$  cuando  $\dot{Y} = 0$ , de aquí resulta:

$$\mu[c(1-\tau) - 1](Y - \bar{Y}) = \mu b(i - \bar{i}) + \mu\bar{A}$$

$$i = \bar{i} + \frac{1}{b}[c(1-\tau) - 1](Y - \bar{Y}) + \frac{1}{b}\bar{A}$$

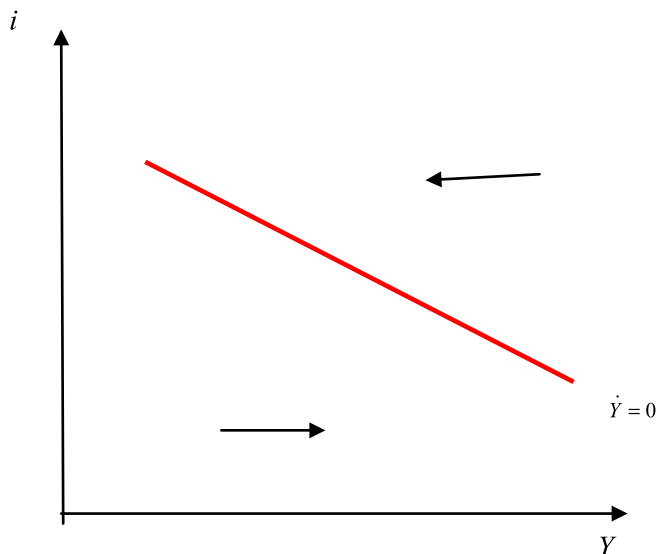
Si calculamos la derivada parcial de la tasa de interés con respecto al producto o ingreso, de la siguiente forma:

$$\frac{\partial i}{\partial Y} = \frac{1}{b}[c(1-\tau) - 1] < 0$$

Esta ecuación muestra una relación negativa entre  $i$  y  $Y$ , lo que indica que la línea  $\dot{Y} = 0$  tiene pendiente negativa. Su valor permite determinar el grado de inclinación. La Gráfica 2.1 muestra la línea la cual representa la curva IS.

Se puede observar unas flechas que indican hacia dónde tiende la economía si se presenta un movimiento de esta. En este caso sobre la demanda u oferta agregada. La flecha que está debajo de los equilibrios de estado estacionario o con dirección de izquierda a derecha, indica exceso de demanda lo que posibilita el aumento del ingreso. La flecha por encima de  $\dot{Y} = 0$ , la cual presenta una orientación de derecha a izquierda indica una disminución de la demanda.

**Gráfica 2.1. IS Economía cerrada. Tiempo continuo**



De la misma forma que se obtuvo la línea  $\dot{Y} = 0$  se conseguirá la línea  $i = 0$ , la idea es despejar  $Y$  y observar las relaciones existentes, sus resultados se presentarán a continuación:

$$i = gk(Y - \bar{Y}) - gh(i - \bar{i}) - \frac{\bar{M}}{P} = 0$$

$$gk(Y - \bar{Y}) = gh(i - \bar{i}) - \frac{\bar{M}}{P}$$

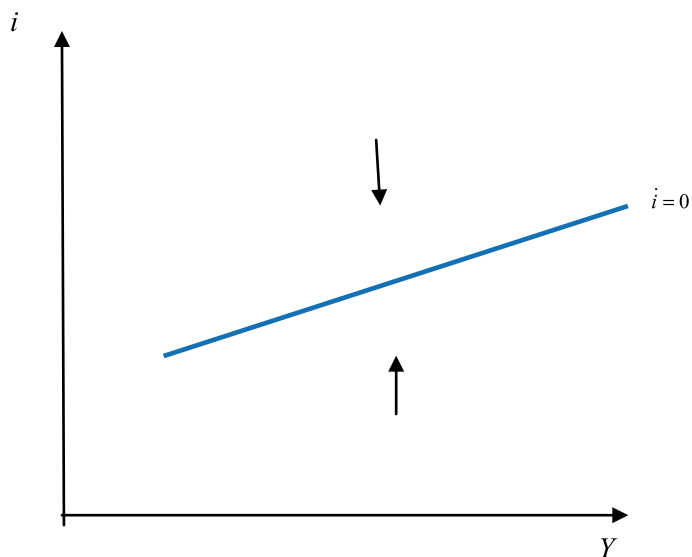
$$Y = \bar{Y} + \frac{h}{k}(i - \bar{i}) - \frac{1}{gk} \frac{\bar{M}}{P}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial i} = \frac{h}{k} > 0$$

La línea  $i = 0$  representa la relación existente entre el producto y la tasa de interés. La Gráfica 2.2 muestra esta relación y en ella se puede ilustrar qué movimientos toma la tasa de interés si la economía se encuentra por encima o por

debajo de  $i = 0$ , esta gráfica representa la LM. Además, se pueden observar de igual forma unas flechas por encima o por debajo de la línea  $i = 0$ . La flecha de norte a sur indica una mayor oferta monetaria, la cual reduce la tasa de interés.

**Gráfica 2.2. LM Economía cerrada. Tiempo continuo**



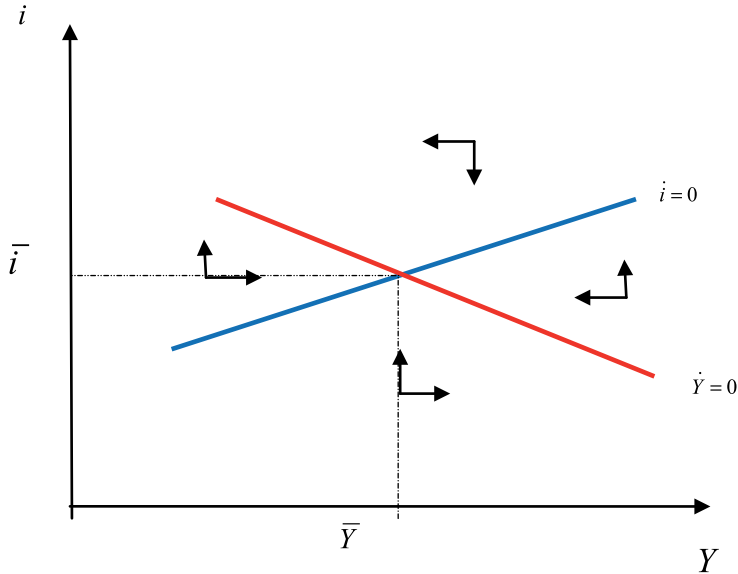
A continuación se unirán las dos gráficas y se presentará el diagrama de fases del modelo IS-LM bajo una economía cerrada en tiempo continuo (Gráfica 2.3).

En esta gráfica aparecen en forma conjunta el mercado de bienes y dinero en equilibrio de estado estacionario. El punto de intersección entre las curvas arroja la tasa de interés y el producto de equilibrio de largo plazo. La idea principal es mostrar hacia dónde tiende la economía en el largo plazo.

La gráfica muestra la estabilidad del modelo IS-LM bajo una economía cerrada en tiempo continuo.

**Gráfica 2.3. Diagrama de fases. Modelo IS-LM.**

**Economía cerrada. Tiempo continuo**



### **2.5. Demanda de dinero. Modelo baumol-tobin. Una aplicación en STATA para Colombia**

Al desarrollar el modelo formal IS-LM de economía cerrada en términos dinámicos, surgen varias preguntas. Una de ellas es: ¿cómo se determinan las variables integrantes en cada uno de los mercados? En el caso específico del mercado de dinero ¿qué modelo determina al ingreso y la tasa de interés como variables claves de la demanda de dinero? El modelo Baumol-Tobin es una de las respuestas a esta última pregunta. Baumol (1952) y Tobin (1956) logran establecer los motivos por mantener dinero, entre los cuales se encuentran la tasa de interés y el ingreso. Las relaciones encontradas muestran que la demanda de dinero está en función positiva al ingreso y en función negativa con la tasa de interés. Uno de los trabajos que muestran la evidencia empírica del modelo de demanda de dinero lo realizó Goldfeld (1973). A continuación se presentará la evidencia empírica para Colombia de demanda de dinero en STATA. Para lo cual se necesita el uso de la econometría en la realización de

las estimaciones. Las variables tomadas para realizar la aplicación fueron el M1, el Producto Interno Bruto (PIB) como variable de Ingreso, la DTF y la tasa de interés de captación (interés) para los años 2000 primer trimestre al 2014 tercer trimestre. El M1, la DTF y la tasa de interés de captación se tomó de las estadísticas del Banco de la República (BR) y el PIB del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

Para la estimación en STATA, primero se importó la base de datos, la cual debe estar en uno de los formatos de Excel *xls*, *xlsx*, o *csv*, *txt* o *raw* en otros formatos. Para el ejemplo se importaron de Excel.

```
import excel "C:\Users\Admin\Desktop\Macroeconomía 2014\demanda de dinero.xls",  
sheet("Hojal")
```

Luego se utilizaron los comandos para que STATA reconozca las series de tiempo, así:

```
generate time=yq( year, trimestre)  
  
. tsset time, quarterly  
    time variable: time, 2000q1 to 2014q3  
        delta: 1 quarter
```

Se presentan las estadísticas descriptivas y se grafican las series para conocer su comportamiento, con sus respectivos comandos:

```
summarize m1 pib dtf interes
```

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
m1	59	37850.34	20518.31	11052.12	80725.34
pib	59	95241.22	19388	65108.34	137834.7
dtf	59	7.247797	2.808	3.42	13.39
interes	59	13.9822	4.786032	8.55	31.31

```
. twoway (line m1 year)
```

```
. graph save Graph "C:\Users\Admin\Desktop\Macroeconomía 2014\  
PIB.gph"
```

```
(file C:\Users\Admin\Desktop\Macroeconomía 2014\PIB.gph saved)
```

```
twoway (line dtf time)
```

```
twoway (line dtf time) (scatter interes time)
```

```
graph save Graph "C:\Users\Admin\Desktop\Macroeconomía 2014\DTF  
y Tasa de interés de captación.gph"
```

```
. graph combine "C:\Users\Admin\Desktop\Macroeconomía 2014\m1.  
gph" "C:\Users\Admin\Desktop\Macroeconomía 2014\PIB.gph" "C:\  
Users\Admin\Deskt
```

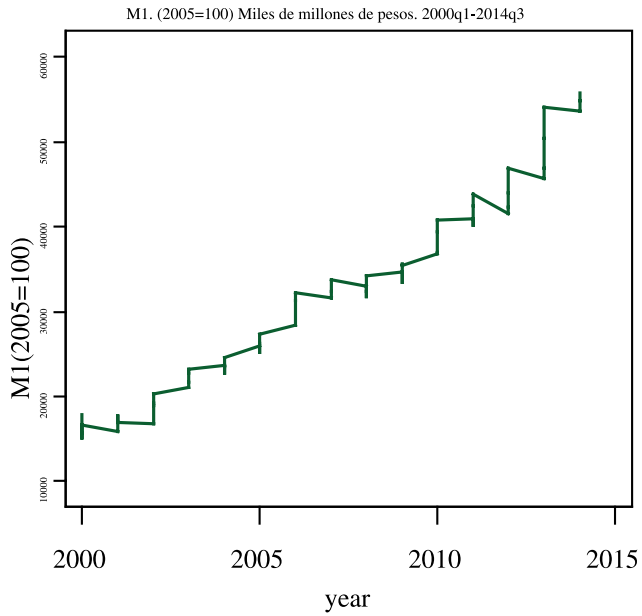
```
> op\Macroeconomía 2014\DTF y Tasa de interés de captación.gph"
```

```
graph combine "C:\Users\Admin\Desktop\Macroeconomía 2014\m1.  
gph" "C:\Users\Admin\Desktop\Macroeconomía 2014\PIB.gph" "C:\  
Users\Admin\Deskt
```

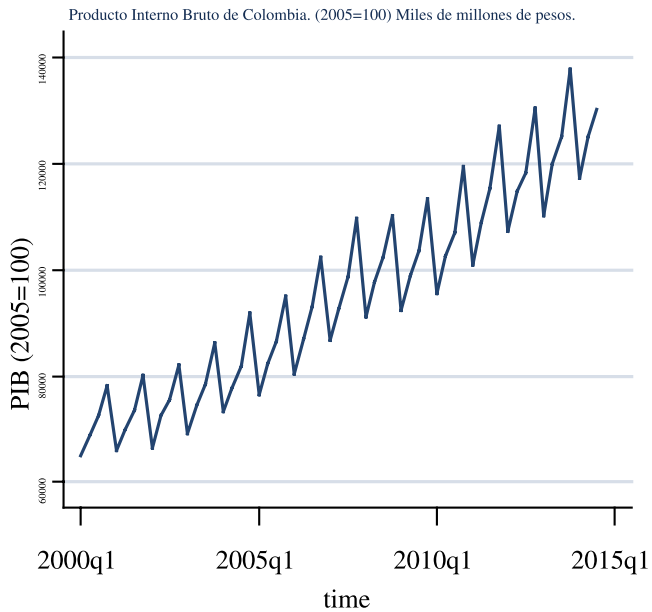
```
> op\Macroeconomía 2014\DTF y Tasa de interés de captación.gph"
```

Al observar las gráficas se nota que las series presentan tendencia determinística. Pero hasta ahora solo nos interesa conocer si existen relaciones positivas o negativas entre las variables y si las variables son significativas estadísticamente, de acuerdo a los resultados encontrados por Baumol-Tobin. Para ello se estimó un modelo por Mínimos Cuadrados Ordinarios, el modelo es el siguiente:

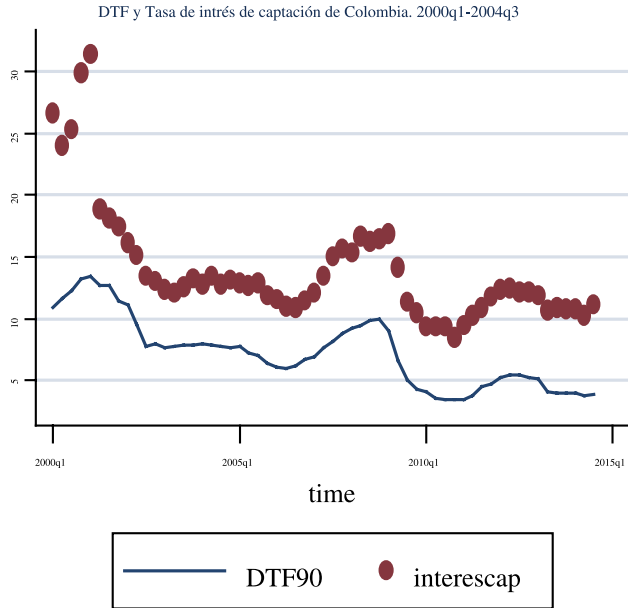
MACROECONOMÍA INTERMEDIA  
Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA



Fuente: Banco de la República. Cálculo de los autores.



Fuente: Departamento Administrativo Nacional de Estadística (Dane). Cálculo de los autores.



Fuente: Banco de la República. Cálculo de los autores

```
regress lm1 lpib _lm1 interescap
```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	58
-----+-----					
Model	7.57741009	3	2.52580336	F( 3, 54) =	1815.07
Residual	.075144922	54	.001391573	Prob > F =	0.0000
-----+-----					
Total	7.65255502	57	.134255351	R-squared =	0.9902
				Adj R-squared =	0.9896
				Root MSE =	.0373

lm1	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
-----+-----					
lpib	.2785103	.0672877	4.14	0.000	.1436065 .413414
_lm1	.8197777	.0403143	20.33	0.000	.7389525 .900603
interescap	-.0049312	.0014326	-3.44	0.001	-.0078034 -.002059
_cons	-1.246848	.4393649	-2.84	0.006	-2.127722 -.3659745
-----+-----					

$$\ln(m1_t) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(pib_t) + \beta_2 * \ln(m_{t-1}) + \beta_3 * (inetres_t) + e_t \quad (2.11)$$

$$\ln(m1_t) = -1.2468 + 0.2785 * \ln(pib_t) + 0.8197 * \ln(m_{t-1}) - 0.004 * (int_eres_t) \quad (2.12)$$

Los resultados demuestran que todas las variables son significativas al 1 %, 5 % y 10 % y los signos están acordes a la teoría económica, es decir, se cumple el Modelo Baumol-Tobin para Colombia. Aunque este tipo de modelos se pueden analizar con mayor profundidad dado el tipo de regresión que se realizó. Si observamos el R-squared es un resultado muy alto, aunque las series de tiempo suelen dar siempre valores por encima del 90 %. En capítulos posteriores se analizarán otros modelos con mayor rigurosidad.

## 2.6. Problemas y aplicaciones

1. Suponga que el comportamiento de bienes y servicios de la economía colombiana está descrito a través del siguiente sistema de ecuaciones: La demanda agregada es  $(Y = C + I + G)$ , con sus respectivos niveles de Consumo  $(C = cY - 1.Ii)$ , Inversión  $(I = -0.25i + \bar{I})$  y Gasto Público  $(G = 0.038Y)$ . La ecuación que muestra la dinámica en la economía real es la siguiente  $\dot{Y} = 0.60(Y_t^d - \bar{Y}_t)$ .  $\dot{Y}$ , representa el cambio del ingreso en el tiempo,  $\bar{I}$  es la oferta agregada, 0.60 es la velocidad de ajuste de la demanda y la oferta. Además, en el mercado de dinero la ecuación que muestra la dinámica de su comportamiento en el equilibrio es  $i = 0.8 \left[ 0.6Y - 2i - \frac{\bar{M}}{P} \right]$ , todas las variables se consideran en el tiempo.
  - a. Determine cuáles son las variables endógenas y exógenas.
  - b. Cree un sistema de ecuaciones que represente la dinámica del modelo.
  - c. Determine la estabilidad del modelo utilizando el método de valores propios.
  - d. Utilice el teorema aprendido en el capítulo para determinar la estabilidad del modelo.
  - e. Utilice el método de la traza y el determinante para analizar la estabilidad de nuestro.

- f. Calcule las ecuaciones de equilibrio de largo plazo.
  - g. Si la oferta agregada es 5.000, la oferta monetaria es 1.000, los precios son igual a 1, la inversión autónoma es 1.000, calcule los valores de equilibrio de largo plazo de las variables endógenas.
  - h. Realiza el diagrama de fases la cual muestra la dinámica de la economía.
2. Tomando el mismo sistema de ecuaciones del literal 1, resuelva los siguientes ítems:
- a. Si los precios son igual a 2 y la oferta monetaria aumenta un 20 %, determine los valores de las variables endógenas.
  - b. Qué le ocurre a las variables endógenas, si el gasto público aumenta un 10 % del PIB.
  - c. Calcule las nuevas ecuaciones de equilibrio de largo plazo.
  - d. Calcule los valores de equilibrio de largo plazo de las variables endógenas.
  - e. Realice el diagrama de fases la cual representa la dinámica de la economía.
3. Utilice los valores reales de la economía colombiana a través de la información del DANE ([www.dane.gov.co](http://www.dane.gov.co)) y del Banco de la República ([www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co)), en términos de la oferta agregada, la oferta monetaria, sin utilizar la inversión autónoma y utilice los valores faltantes del sistema de ecuaciones de la pregunta 1 y realice los mismos ítems de dicho literal.

## **CAPÍTULO III**

# **ECONOMÍA ABIERTA**

---



### 3. CONCEPTOS BÁSICOS. APLICACIONES PARA COLOMBIA CON EL USO DE STATA

#### 3.1. Conceptos básicos

El propósito de este aparte es presentar todos los conceptos básicos necesarios para el estudio de los modelos macroeconómicos de economía abierta e implementar algunas aplicaciones de modelación macroeconómica con el uso del software STATA. Se intentará en lo posible que estos conceptos sean aplicados a la economía colombiana y su desarrollo en el contexto internacional.

##### 3.1.1. Tasa de cambio (*Exchange rates*)

Es el valor monetario de una moneda nacional con respecto a una o varias monedas extranjeras. La tasa de cambio real determina el potencial exportador de cada nación, departamento o ciudad (Fábregas *et al.*, 2015). En el mundo la unidad monetaria de referencia para el resto de monedas por excelencia es el dólar, dada la capacidad comercial y financiera de Estados Unidos a nivel global.

Se pueden distinguir en forma general dos tipos de regímenes de tipo de cambio. Estos no son más que formas de determinar el tipo de cambio, sea por las autoridades monetarias que a nivel de los países en general son los bancos centrales o por el mercado, entre los cuales están: régimen de tipo de cambio fijo y régimen de tipo de cambio flexible. En el primero, la autoridad monetaria predetermina el tipo de cambio y en el segundo es el mercado a través de la oferta y demanda de divisas el que determina el tipo de cambio.

Los regímenes como tales no son puros, dada la naturaleza de este mercado de alta volatilidad. Por ello se pueden distinguir a su vez sub-regímenes de tasa de cambio. En términos del tipo de cambio flexible normalmente las autoridades monetarias intervienen para solucionar problemas de desequilibrio en el mercado de divisas. A este tipo de régimen se le denomina *flotación sucia*.

El hecho de que intervengan las autoridades monetarias en regímenes de tipo

de cambio flexible se justifica porque cuando se presentan movimientos bruscos en el tipo de cambio, este puede generar pérdidas enormes a importadores o exportadores. En este sentido se distinguen cuatro tipos de movimientos: dos bajo tipo de cambio fijo y dos bajo tipo de cambio flexible.

Bajo tipo de cambio fijo los movimientos son: devaluación y revaluación. Con la devaluación, existe una pérdida de valor de la moneda local con respecto al valor de la moneda extranjera. La devaluación del tipo de cambio se presenta cuando las autoridades disponen que se pague mayor cantidad de moneda local por moneda extranjera. En su defecto la revaluación es el aumento de valor de la moneda local con respecto a la moneda extranjera y esta se presenta cuando las autoridades disponen que se paga menos moneda local por moneda extranjera.

Bajo tipo de cambio flexible los movimientos son: depreciación y apreciación del tipo de cambio<sup>1</sup>. Con la depreciación la divisa se encarece, es decir, se paga mayor cantidad de moneda local por moneda extranjera y con la apreciación se presenta una caída del tipo de cambio, se paga menos moneda local por moneda extranjera. En este caso, para que se presente la depreciación o apreciación del tipo de cambio no interviene la autoridad monetaria, son los mecanismos del mercado quienes determinan el valor de la divisa.

En Colombia al igual que en el resto de naciones se toma como referencia el dólar, y hoy día se presenta un régimen de *flotación sucia*. Es posible identificar el mercado de divisas con una alta volatilidad (ver Gráfica 3.1), en el cual a pesar de la intervención del Banco Central bajo régimen de tipo de cambio

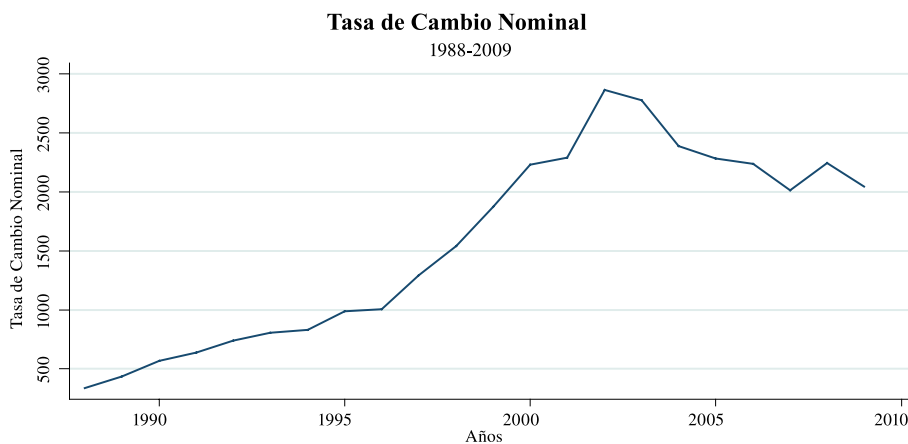
---

1. Aunque depreciación es mucho más común en el lenguaje contable, como depreciación de equipos, edificios, etc., en macroeconomía se distingue como la pérdida de valor de un activo que a este caso es el dinero valorado a nivel local en términos de otra moneda tomada como referencia.

flexible las medidas adoptadas por este ente no generan los resultados esperados, debido tal vez a la alta especulación<sup>2</sup>.

Se pueden distinguir dos tipos de tasa de cambio: tasa de cambio nominal y tasa de cambio real. La tasa de cambio nominal es el valor de mercado de la tasa de cambio mientras que la tasa de cambio real es la que refleja la verdadera competitividad de una economía o el verdadero poder de compra de una Nación.

**Gráfica 3.1. Tasa de cambio nominal 1988-2009**



Fuente: Banco de la República

2. En Colombia, desde 1967 hasta 1991, el régimen de tipo de cambio era fijo (*crawling peg*). Este tipo de régimen se considera reptante, es decir, se establece un tipo de cambio inicial fijo que se ajusta periódicamente de acuerdo con una tabla o fórmula predeterminada (Larrain & Sachs, 1994, p. 317). La forma como operaba este régimen de tipo de cambio era el siguiente: el peso se fijaba al dólar a una tasa de cambio predefinida y no se permitía una desviación significativa de esta. Adicionalmente, la tasa de cambio se devaluaba diariamente en un porcentaje continuo y predeterminado (*Revista del Banco de la República*, 2003, p. 6). A esto se le conoció en su momento como las minidevaluaciones. Estas minidevaluaciones se suspendieron en 1991 y aunque las autoridades continuarían anunciando una “tasa de cambio oficial”, el Banco de la República no compraría reservas internacionales contra pesos, sino contra bonos denominados en dólares a un determinado vencimiento: los certificados de cambio. La “tasa de cambio oficial” era la tasa a la que se podían redimir estos certificados. Así, se creó un mercado cambiario y su tasa de cambio se determinaba libremente. El régimen de tipo de cambio se le podría llamar como flotación controlada. En 1994, se introdujo el régimen de banda cambiaria hasta septiembre de 1999, año a partir del cual se dejó a los mecanismos de mercado la determinación del precio del dólar, estableciéndose un régimen de tipo de cambio flexible. No obstante, el Banco sigue interviniendo por ello, se le puede identificar como “flotación sucia” vigente hasta hoy.

La tasa de cambio real (ver Gráfica 3.2) se calcula como el producto de la tasa de cambio nominal por el índice de precios externo sobre el índice de precios interno, su fórmula como se expresa en la ecuación (3.1) es:

$$Q_t = \frac{S_t \times P^*}{P} \quad (3.1)$$

donde:

$Q_t$  = Tasa de cambio real

$S_t$  = Tasa de cambio nominal

$P^*$  = Índice de precios externo

$P$  = Índice de precios interno.

La expresión de la tasa de cambio real  $Q_t = \frac{S_t \times P^*}{P}$  como se puede apreciar, se encuentra en forma de factores. Es decir, la multiplicación de la tasa de cambio nominal por los precios externos sobre los precios internos, si se le aplica logaritmo natural se linealiza fácilmente y su expresión queda como una suma algebraica, ver ecuación (3.2)<sup>3</sup>.

$$q_t = s_t + p_t^* - p_t \quad (3.2)$$

donde:

$q_t$  = Logaritmo de la tasa de cambio real.

$s_t$  = Logaritmo de la tasa de cambio nominal

$P_t^*$  = Logaritmo del índice de precios externo

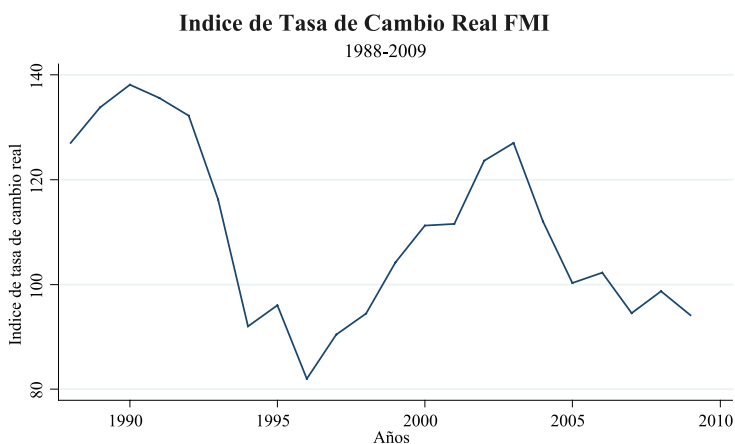
$P_t$  = Logaritmo del índice de precios interno

---

3. Una de las ventajas de trabajar con logaritmo, además de la linealización, es que la varianza de cada variable se hace más pequeña. Por ello cuando se aplica econometría a los modelos macroeconómicos se recomienda aplicar los logaritmos.

Los subíndices indican que la variable es una medida del tiempo, es decir, las variables son medidas en el periodo y esta es una manera usual de expresar el análisis dinámico. Por lo anterior, se puede establecer que cuando se expresen las ecuaciones de esta manera, se reconoce el paso del tiempo periodo a periodo.

**Gráfica 3.2. Índice de Tasa de cambio real FMI 1988-2009**



Nota: ITCR<sup>4</sup>: Es el Índice de Tipo de Cambio Real Efectivo del peso colombiano respecto a 18 países miembros del FMI. El deflactor es el IPC.

### **3.1.2. Tasa de interés (Rate of Interest)**

Es el valor del dinero en el mercado financiero. Las tasas de interés se pueden dividir en dos: tasa de interés activa y tasa de interés pasiva. La tasa de interés activa es la que cobran los intermediarios financieros a los que solicitan recursos al sistema. La tasa de interés pasiva es la que pagan los intermediarios financieros a los que llevan recursos al sistema. El diferencial entre tasa de interés activa y pasiva es el Margen de Intermediación.

4. La metodología del ITCR se presenta en: “Revisión Metodológica del ITCR y Cálculo de un Índice de Competitividad con Terceros Países”, *Revista del Banco de la República*, noviembre de 2003.

En Colombia existen algunas tasas de interés de referencia entre las cuales están: El promedio ponderado que pagan los intermediarios financieros por los Certificados de Depósito a Término Fijo –CDT– a 90 días, calculado por el Banco de la República semanalmente denominado como (DTF). Y, la Unidad de Valor Real. La UVR definida por el Banco de la República como una unidad de cuenta usada para calcular el costo de los créditos de vivienda que le permite a las entidades financieras mantener el poder adquisitivo del dinero prestado.

De acuerdo a la Resolución 13 de 2000 de la Junta Directiva del Banco de la República la fórmula de cálculo de la UVR es la siguiente:

$$UVR_t = UVR_{15} * [1 + i]^{\frac{t}{d}} \quad (3.3)$$

donde:

$UVR_t$  = Valor en moneda legal colombiana de la UVR del día  $t$  del periodo de cálculo.

$UVR_{15}$  = Valor en moneda legal colombiana de la UVR el día 15 de cada mes.

$i$  = Variación mensual del IPC durante el mes calendario inmediatamente anterior al mes del inicio del periodo de cálculo.

$t$  = Número de días calendario transcurridos desde el inicio de un periodo de cálculo hasta el día de cálculo de la UVR. Por lo tanto, tendrá valores entre 1 y 31, de acuerdo con el número de días calendario del respectivo periodo de cálculo.

$d$  = Número de días calendario del respectivo periodo de cálculo.

### 3.1.3. Ecuación de Fisher

Para propósitos de este trabajo en términos de la tasa de interés se tendrá en cuenta la ecuación (3.4) propuesta por Fisher (1930). La ecuación de Fisher muestra que la tasa de interés nominal (*nominal rate, or money rate of interest*) es igual a la tasa de interés real (*real rate of interest*) más la variación de los precios  $\Delta p$ .

$$i = r + \Delta p \tag{3.4}$$

El tipo de interés nominal puede ser determinado por las autoridades monetarias en las economías. Esta ecuación es aplicable a las políticas monetarias realizadas por el Banco Central, es decir, en la medida que aumentan los precios las autoridades monetarias aumentan el nivel de tasa de interés nominal<sup>5</sup>.

La tasa de interés real puede dividirse en dos: tasa de interés real *ex ante*, la cual es la que esperan los agentes económicos al momento de realizarse un préstamo y la tasa de interés real *ex post*, es la que ocurre realmente.

Con respecto a la inflación, la teoría cuantitativa del dinero muestra que la oferta monetaria determina la tasa de inflación. En concordancia con este hecho Milton Friedman declaró que “La inflación es siempre y en todo lugar un fenómeno monetario”<sup>6</sup>.

Para conocer el valor de la tasa de interés habrá que tener en cuenta los movimientos de las autoridades monetarias en términos de la oferta monetaria y de la determinación del tipo de interés. En los modelos de economía abierta que se describirán a continuación se tendrá como supuesto que la tasa de interés de

---

5. En Colombia el Banco de la República determina un nivel máximo de tasa de interés denominado tasa de interés máxima de usura.

6. Tomado de Mankiw, Gregory, (2006, p. 159). Friedman, Milton y Anna J. Schwartz. A Monetary History of the United States, 1867-1960, Princeton, N.J., Princeton University Press, 1963.

la economía pequeña y abierta está determinada por la economía grande. Esto se conoce como la perfecta movilidad de capitales. Aunque de igual forma se debe tener en cuenta que en dichos modelos se trabajará bajo una economía en estado estacionario<sup>7</sup>.

#### **3.1.4. Aplicación en STATA del efecto Fisher**

Como una aplicación de la modelación macroeconómica a continuación se presentará la evidencia del Efecto Fisher en la economía colombiana, utilizando el software STATA®. Para lo cual se necesita el uso de la econometría en el proceso de estimación del efecto Fisher. Dados los conceptos de tasa de interés nominal inflación se tomó información mensual de los años 2000-2015 de la economía colombiana. Ambas series fueron tomadas de las estadísticas del Banco de la República (BR) y del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). Se utilizó el siguiente modelo de Mínimos Cuadrados Ordinarios  $TIN_t = \beta_0 + \beta_1 IPC_t + e_t$ , para probar la hipótesis de Fisher. En el modelo se estima la tasa de interés nominal  $TIN$  como variable endógena y el Índice de Precios al Consumidor  $IPC$  como variable exógena.

Se procederá a presentar cada uno de los comandos del software. Primero, importamos la base de datos, la cual debe estar en uno de los formatos de Excel *xls*, *xlsx*, o *csv*, *txt* o *raw* en otros formatos. Para el ejemplo se importaron de Excel.

```
import excel "C:\Users\Admin\Desktop\Macroeconomía 2014\Efecto  
Fisher 2.xls", sheet("Hoja1")
```

Luego se utilizaron los comandos para que STATA reconozca las series de tiempo, así:

```
generate time=ym(year, meses)
```

---

7. El estado estacionario significa que la tasa de crecimiento de la variable es igual a cero.

```
tsset time, monthly
      time variable: time, 1990m1 to 2015m1
      delta: 1 month
```

Calculamos las estadísticas descriptivas

```
summarize tin ipc
```

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
tin	181	.1302138	.0262107	.0823	.1898
ipc	181	.4077901	.4201872	-.26	2.3

### *Cointegración*

Dos o más series están cointegradas desde el punto de vista económico si en el largo plazo tienden al equilibrio. En términos econométricos dos o más series están cointegradas al aplicarles una diferenciación se convierten en estacionarias. En este aparte se aplicará la metodología de Johansen, la cual consiste en tres pasos. El primero, es determinar el orden de integración de las series. En el segundo paso, se estima un modelo VAR con las series integradas de orden uno. Y, en el tercero paso, se aplica la prueba de cointegración de Johansen<sup>8</sup>.

### *Estacionariedad de las series y pruebas de raíces unitarias*

Una de las características de las series de tiempo económicas es que presentan tendencia estocástica y son no estacionarias. Comenzamos examinando el comportamiento de la tasa de interés y el IPC con los siguientes comandos (véanse las Gráficas 3.2 y 3.3)<sup>9</sup>.

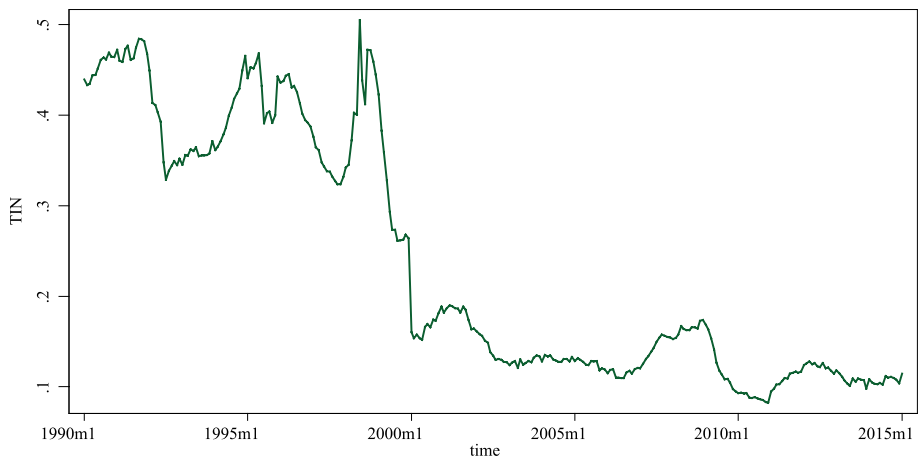
```
twoway (line tin time)
```

---

8. En el capítulo 6 se especificará en forma más extensa la metodología utilizada en este capítulo.

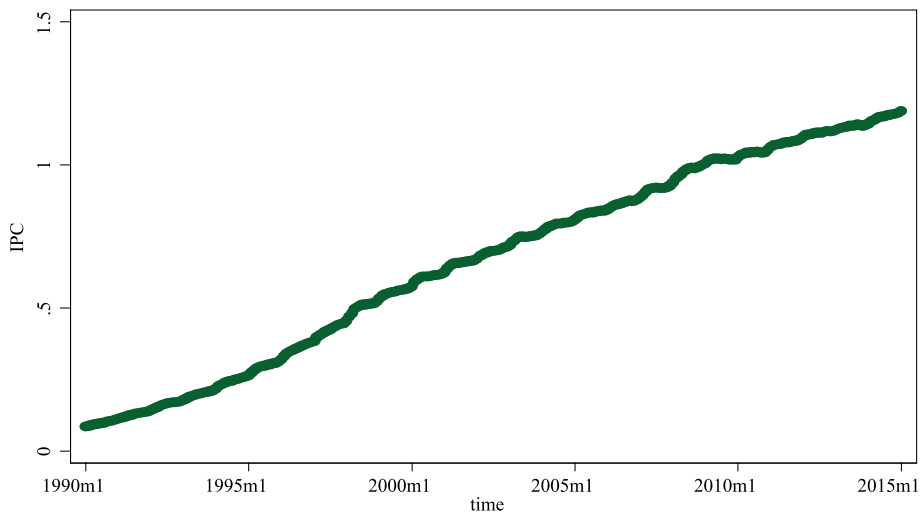
9. Las bases de datos se encuentra en el Anexo 1.

**Gráfica 3.3. Tasa de interés nominal mensual de captación de Colombia. 1990m1-2015m1**



twoway (scatter ipc time)

**Gráfica 3.4. Tasa del IPC mensual de Colombia. 1990m1-2015m1**



Como se puede apreciar las variables en niveles tienen un comportamiento no estacionario. Dado los resultados se prueba formalmente la no estacionariedad de las series con la prueba Dickey Fuller Aumentada (ADF) con STATA.

*MACROECONOMÍA INTERMEDIA*  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

```
. dfuller tin, lags(1) regress trend
```

```
Augmented Dickey-Fuller test for unit root      Number of obs   =      299
```

	----- Interpolated Dickey-Fuller -----			
Test	1% Critical	5% Critical	10% Critical	
Statistic	Value	Value	Value	
Z(t)	-1.747	-3.988	-3.428	-3.130

MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.7298

D.tin		Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
-----+-----							
	tin						
	L1.	-.0219382	.0125588	-1.75	0.082	-.0466543	.002778
	LD.	.072024	.0582872	1.24	0.218	-.0426874	.1867354
	_trend	-.0000261	.00002	-1.31	0.192	-.0000654	.0000132
	_cons	.0081482	.0058757	1.39	0.167	-.0034154	.0197117

La prueba ADF indica que no puede rechazarse la hipótesis de raíz unitaria el Test Estadístico es igual a (-1.747) menor a los valores críticos al 1%, 5% y 10%, lo cual indica que la variable del PIB lineal no es estacionaria. Ahora se le aplicará la primera diferencia para verificar si se vuelve estacionaria.

```
. generate dtin=D1.tin
(1 missing value generated)
```

```
. dfuller dtin, lags(1) regress trend
```

```
Augmented Dickey-Fuller test for unit root      Number of obs   =      298
```

	----- Interpolated Dickey-Fuller -----			
Test	1% Critical	5% Critical	10% Critical	
Statistic	Value	Value	Value	
Z(t)	-11.816	-3.988	-3.428	-3.130

MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000

```
-----+-----
```

D.dtin	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
-----+-----						
dtin						
L1.	-.945457	.080017	-11.82	0.000	-1.102936	-.7879783
LD.	.0060267	.0583758	0.10	0.918	-.1088607	.120914
_trend	5.09e-06	9.34e-06	0.54	0.586	-.0000133	.0000235
_cons	-.001779	.0016248	-1.09	0.274	-.0049767	.0014187

```
-----+-----
```

Efectivamente, la primera diferencia de la tasa de interés nominal es estacionaria o es Integrada de orden uno I(1).

Ahora se aplicará el mismo procedimiento al IPC, los comandos son:

```
. dfuller ipc, lags(1) regress trend
```

```
Augmented Dickey-Fuller test for unit root          Number of obs   =          299
```

```
----- Interpolated Dickey-Fuller -----
```

Test	1% Critical	5% Critical	10% Critical
Statistic	Value	Value	Value
Z(t)	-1.413	-3.988	-3.130

```
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.8570
```

```
-----+-----
```

D.ipc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
-----+-----						
ipc						
L1.	-.0059144	.0041853	-1.41	0.159	-.0141513	.0023225
LD.	.679162	.0437504	15.52	0.000	.5930595	.7652646
_trend	.0000223	.0000167	1.34	0.181	-.0000105	.0000551
_cons	.0017619	.0004165	4.23	0.000	.0009423	.0025815

```
-----+-----
```

**MACROECONOMÍA INTERMEDIA**  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

dfuller dipc, lags(1) regress trend

Augmented Dickey-Fuller test for unit root                      Number of obs    =                      298

	Test Statistic	----- Interpolated Dickey-Fuller ----- 1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	-9.276	-3.988	-3.428	-3.130

MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000

D.dipc		Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
dipc						
L1.		-.4237385	.0456797	-9.28	0.000	- .5136391    - .3338379
LD.		.2850712	.0562714	5.07	0.000	.1743254    .3958169
_trend		-1.56e-06	1.49e-06	-1.05	0.296	-4.50e-06    1.38e-06
_cons		.0018059	.0003229	5.59	0.000	.0011703    .0024415

Al igual que la TIN el IPC es no estacionario y al aplicarle la primera diferencia se convierte en estacionaria, el IPC es I(1) o de manera alternativa el crecimiento de la TIN y del IPC son integradas de orden cero I(0).

### **Vectores Autorregresivos**

Al determinar el orden de integración de cada una de las series se procederá a especificar un vector autorregresivo estándar con el orden apropiado utilizando las primeras diferencias. El primer paso es determinar el orden del VAR con el comando siguiente:

En el cuadro se aprecian los estadísticos para determinar el orden del VAR y de acuerdo a los estadísticos: Estadístico de Relación de Probabilidad. Razón de verosimilitud (LR), Akaike's Information Criterion o criterio de información de Akaike (AIC), Predicción Final del error (FPE), la mejor opción es el orden 4 y de acuerdo al Hannan and Quinn information criterion (HQIC) y

```
varsoc dtin dipc, maxlag(8)
```

Selection-order criteria

Sample:	1990m10 - 2015m1	Number of obs	=	292					
lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC	
0	2106.52				1.9e-09	-14.4145	-14.4045	-14.3894	
1	2194.7	176.35	4	0.000	1.1e-09	-14.9911	-14.9608	-14.9155	
2	2207.46	25.526	4	0.000	1.0e-09	-15.0511	-15.0007	-14.9252	
3	2219.32	23.722	4	0.000	9.4e-10	-15.105	-15.0343*	-14.9287*	
4	2225.46	12.275*	4	0.015	9.3e-10*	-15.1196*	-15.0288	-14.8929	
5	2228.06	5.1922	4	0.268	9.4e-10	-15.11	-14.999	-14.833	
6	2230.68	5.2449	4	0.263	9.5e-10	-15.1005	-14.9694	-14.7732	
7	2232.14	2.9127	4	0.573	9.7e-10	-15.0831	-14.9318	-14.7054	
8	2232.83	1.3821	4	0.847	9.9e-10	-15.0605	-14.889	-14.6323	
Endogenous: dtin dipc									
Exogenous: _cons									

Schwarz's Bayesian information criterion o Schwartz criterio de información Bayesiano (SBIC) es el orden 3. De acuerdo al resultado se utilizarán los primeros criterios y se procede a estimar el VAR(4) usando el siguiente comando:

```
. var dtin dipc, lags(1/4) dfk
```

Vector autoregression

Sample:	1990m6 - 2015m1	No. of obs	=	296
Log likelihood =	2259.204	AIC	=	-15.14327
FPE =	9.09e-10	HQIC	=	-15.05342
Det(Sigma_ml) =	8.05e-10	SBIC	=	-14.91886

Equation	Parms	RMSE	R-sq	chi2	P>chi2
dtin	9	.013459	0.0826	25.84706	0.0011
dipc	9	.002174	0.5192	309.9834	0.0000

*MACROECONOMÍA INTERMEDIA*  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

```

-----+-----
                |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|      [95% Conf. Interval]
-----+-----
dtin            |
      dtin      |
      L1.       |   .0596908   .0589893    1.01   0.312   -.0559261   .1753076
      L2.       |  -.0233722   .056963    -0.41   0.682   -.1350176   .0882732
      L3.       |   .2581976   .0569686    4.53   0.000   .1465411   .369854
      L4.       |   .0309886   .058922    0.53   0.599   -.0844965   .1464737
                |
      dipc      |
      L1.       |  -.2754691   .3605359   -0.76   0.445   -.9821066   .4311683
      L2.       |   .9038685   .4706554    1.92   0.055   -.0185992   1.826336
      L3.       |  -.8057445   .4730879   -1.70   0.089   -1.73298   .1214909
      L4.       |   .3494897   .3618626    0.97   0.334   -.3597481   1.058727
                |
      _cons     |  -.001385    .0015243   -0.91   0.364   -.0043726   .0016025
-----+-----
dipc           |
      dtin      |
      L1.       |  -.0148831   .0095267   -1.56   0.118   -.033555   .0037888
      L2.       |   .0097849   .0091994    1.06   0.287   -.0082456   .0278154
      L3.       |   .005052    .0092003    0.55   0.583   -.0129803   .0230843
      L4.       |   .0183072   .0095158    1.92   0.054   -.0003434   .0369578
                |
      dipc      |
      L1.       |   .8281889   .0582259   14.22   0.000   .7140682   .9423095
      L2.       |  -.2528607   .07601    -3.33   0.001   -.4018376  -.1038839
      L3.       |   .0697947   .0764028    0.91   0.361   -.0799521   .2195415
      L4.       |  -.1642379   .0584402   -2.81   0.005   -.2787785  -.0496973
                |
      _cons     |   .0019469   .0002462    7.91   0.000   .0014645   .0024294
-----+-----

```

Los resultados muestran un impacto positivo estadísticamente significativo del crecimiento de la TIN y del crecimiento del IPC en el segundo rezago. También hay un impacto positivo estadísticamente significativo del crecimiento del IPC y del crecimiento de la TIN en el cuarto rezago. En las órdenes de STATA `dfk` ajusta los grados de libertad del modelo.

Ahora se requiere determinar el número máximo de relaciones de cointegra-

ción existentes entre la TIN y el IPC, para lo cual se utilizaron los estadísticos de contraste para el test de Johansen correspondientes a la traza (trace statistic) y al máximo autovalor (max statistic), en STATA los comandos son:

```
. vecrank dtin dipc , levela max lags(4)
```

```
Johansen tests for cointegration
```

Trend: constant Number of obs = 296  
Sample: 1990m6 - 2015m1 Lags = 4

---

maximum				trace	5% critical	1% critical
rank	parms	LL	eigenvalue	statistic	value	value
0	14	2200.9311		116.5458	15.41	20.04
1	17	2239.633	0.23010	39.1420	3.76	6.65
2	18	2259.204	0.12387			

---

maximum				max	5% critical	1% critical
rank	parms	LL	eigenvalue	statistic	value	value
0	14	2200.9311		77.4038	14.07	18.63
1	17	2239.633	0.23010	39.1420	3.76	6.65
2	18	2259.204	0.12387			

---

De acuerdo con la prueba de la traza se rechaza la hipótesis nula de no cointegración en favor de una relación de cointegración al nivel del 5 % y del 1 %. (116,5458 > 15,41 y 20,04). La prueba de Máximo Eigenvalue indica la existencia de una sola ecuación de cointegración tanto al 5 % como al 1 %, respectivamente (77,40 es mayor que 14,07 y 18,63). De los resultados de las pruebas de la Traza y del Máximo Eigenvalue se concluye que existe un solo vector o relación de cointegración.

### **Modelo VAR cointegrado**

De acuerdo a los resultados de los test de cointegración, y con base en las relaciones de largo plazo se ajustó un modelo VAR cointegrado con una relación de largo plazo que fue normalizada en términos de la ecuación de Fisher o de tasa de interés nominal, se usó el comando siguiente para estimar los parámetros:

**MACROECONOMÍA INTERMEDIA**  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

```
. vec tin ipc, rank(1) lags(4) trend(trend)
```

Vector error-correction model

```
Sample: 1990m5 - 2015m1                No. of obs   =       297
                                           AIC          = -15.15354
Log likelihood = 2269.301                HQIC        = -15.05894
Det(Sigma_ml) = 7.91e-10                 SBIC       = -14.91724
```

Equation	Parms	RMSE	R-sq	chi2	P>chi2
D_tin	9	.013151	0.1268	41.82143	0.0000
D_ipc	9	.002206	0.7958	1122.271	0.0000

		Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
D_tin						
	_cel					
	L1.	-.0524875	.0141597	-3.71	0.000	-.0802401 -.024735
	tin					
	LD.	.0764577	.0555917	1.38	0.169	-.0324999 .1854154
	L2D.	-.0046865	.0557811	-0.08	0.933	-.1140153 .1046424
	L3D.	.2779061	.0557679	4.98	0.000	.168603 .3872092
	ipc					
	LD.	-.1905612	.3527903	-0.54	0.589	-.8820176 .5008951
	L2D.	.8531268	.4535413	1.88	0.060	-.0357978 1.742051
	L3D.	-.290747	.3569716	-0.81	0.415	-.9903986 .4089045
	_trend	-1.52e-08	9.10e-06	-0.00	0.999	-.0000178 .0000178
	_cons	.0002769	.0021041	0.13	0.895	-.003847 .0044008

D_ipc						
	_cel					
	L1.	.0004674	.0023753	0.20	0.844	-.0041881 .005123
	tin					
	LD.	-.0083831	.0093256	-0.90	0.369	-.0266609 .0098948
	L2D.	.0082598	.0093574	0.88	0.377	-.0100803 .0265998
	L3D.	.0061678	.0093552	0.66	0.510	-.0121679 .0245036

ipc							
LD.		.8385241	.0591811	14.17	0.000	.7225312	.9545169
L2D.		-.2152916	.0760822	-2.83	0.005	-.3644101	-.0661732
L3D.		-.0819693	.0598825	-1.37	0.171	-.1993369	.0353983
_trend		-1.71e-06	1.53e-06	-1.12	0.262	-4.70e-06	1.28e-06
_cons		.0019414	.000353	5.50	0.000	.0012496	.0026332

Cointegrating equations

Equation	Parms	chi2	P>chi2
-----			
_cel	1	11.15478	0.0008
-----			

Identification: beta is exactly identified

Johansen normalization restriction imposed

beta		Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
-----						
_cel						
tin		1	.	.	.	.
ipc		1.57726	.4722509	3.34	0.001	.6516655 2.502855
_trend		-.004946	.	.	.	.
_cons		-.5147978	.	.	.	.
-----						

Se estableció una restricción correspondiente a la relación de largo plazo para la TIN; el coeficiente de TIN se restringe de manera que sea igual a uno para que la ecuación se pueda expresar en términos de TIN en función de la variable no restringida ipc. La salida de STATA muestra el vector de cointegración para las variables normalizadas. Esta relación de largo plazo se puede expresar de la siguiente manera:

$$tin = -0.5147 + 1.57* ipc \quad (3.5)$$

De acuerdo a los resultados, un incremento de la tasa de inflación en 1 % ge-

nera un aumento de la tasa de interés nominal de un 1,57 %. En otras palabras, el efecto de la inflación sobre la tasa de interés nominal es mayor a uno, lo cual indica que el efecto Fisher se cumple para Colombia.

### 3.1.5. Paridad de tasa de interés (*Interest Parity*)

Otra ecuación de alta importancia es la ecuación 3.5, sobre todo para los estudios macroeconómicos y específicamente para los modelos tales como el MF y el “Overshooting”, es el Arbitraje de Tasa de Interés Descubierta, ecuación 3.6.

$$i = i^* + \frac{\Delta q}{q} \quad (3.6)$$

Esta ecuación nos dice que la tasa de interés local  $i$  es igual a la tasa de interés externa  $i^*$  más la variación del tipo de cambio  $\frac{\Delta q}{q}$ . Se supone que esta actúa como un regulador del mercado entre dos economías y opera de la siguiente manera:

Suponga dos economías, la economía A y B. Si en la economía A por alguna razón aumenta la tasa de interés todos los inversionistas tomarían sus recursos y lo llevarían a la economía A. La economía A tendría grandes recursos financieros lo cual ocasionaría que su tasa de interés tienda a disminuir. Por su parte en el país B la escasez de recursos financieros haría que la tasa de interés tienda a aumentar. La idea principal es que el arbitraje de tasa de interés descubierta<sup>10</sup> actúe como un regulador del mercado financiero internacional, es decir, se conserve el equilibrio.

### 3.1.6. Paridad del poder de compra (*Purchasing Power Parity*)

Para facilitar el análisis en el modelo IS-LM se valorará los bienes locales y externos a precios locales. Para esto se utilizará la paridad del poder de compra o ley de un solo precio, ecuación (3.7).

---

10. En los mercados financieros es posible que los agentes económicos se cubran del riesgo. Existen diferentes formas de cubrirse como operaciones a futuro, forward en el mercado bursátil.

$$p = s \times p^* \quad (3.7)$$

Esta ecuación muestra el comportamiento de la tasa de cambio nominal a través de la relación entre los precios internos y los precios externos, que no son más que los índices de precios locales y externos respectivamente.

Las anteriores ecuaciones expresadas, son las que determinan junto con la IS y la LM el sistema de ecuaciones para la implementación del modelo M-F. A continuación se definirá una de las reglas tenidas en cuenta por los hacedores de política económica como lo es la Regla de Taylor, propia de los análisis de la política económica y especialmente por los bancos centrales, dado que estos son los que determinan las tasas de interés.

### **3.1.7. Regla de Taylor**

Taylor planteó la forma característica de cómo la Reserva Federal y otros bancos centrales determinaban la tasa de interés nominal, encontrando ciertas similitudes en las reglas de política. Encontró que si los objetivos eran la estabilización del Producto Interno Bruto real y la tasa de inflación debían mover la tasa de interés nominal.

Su regla de política se apoya en una tasa de interés nominal que, cuando el PIB real y la tasa de inflación exceden su objetivo, se incrementa dicha tasa de interés nominal para generar un aumento de la tasa de interés real y así reducir la demanda agregada (Herrou, 2003, p. 690).

De hecho, Taylor (1993) textualmente plantea: Una regla de política que captura el espíritu de las recientes investigaciones y que es bastante sencilla es:

$$r = p + .5y + .5(p - 2) + 2$$

Donde

$r \rightarrow$  Tasa de los fondos federales,

$p \rightarrow$  Tasa de inflación,

$y \rightarrow$  Desviación porcentual del Producto Interno Bruto de su objetivo...

... La regla de política planteada tiene la característica de la elevación de la tasa de fondos federales si el incremento de la inflación está por encima de su objetivo del 2 % o si la elevación del PIB real está por encima de su tendencia. Si ambos, la tasa de inflación y el Producto Interno Bruto real son un objetivo, entonces la tasa de interés de los fondos federales sería igual al 4 %, o 2 % en términos reales (p. 202) [Traducción libre y espontánea].

### **3.1.8. La condición Marshall-Lerner**

Se le debe a Joan Robinson quien toma de Alfred Marshall y Lerner Abra Pta-  
chya el concepto de elasticidad precio de la demanda. Su contribución en tér-  
minos del comercio internacional la realizaron con el enfoque de elasticidades.  
Con este enfoque describen la respuesta de la demanda a variaciones pequeñas  
en la tasa de cambio real.

La condición Marshall-Lerner parte de la relación real de intercambio del pre-  
cio relativo de las mercancías del resto del mundo con relación a los precios  
internos de las mercancías que se producen en nuestro país.

El comercio de bienes y servicios entre naciones se calcula a través de las ex-  
portaciones e importaciones, esto constituye la llamada balanza comercial  
-BC. El equilibrio de dicha balanza indica que las exportaciones e importa-  
ciones son iguales, es decir, o  $BC = 0$ . Teniendo en cuenta estos elementos y  
las variables que están en función de la  $BC$  tales como el ingreso doméstico, la  
tasa de cambio real y el ingreso externo se puede expresar formalmente la  $BC$   
de la siguiente manera:

$$BC = X - qIM \tag{3.8}$$

Las variables  $X$ ,  $IM$  son las exportaciones e importaciones respectivamente. O se puede expresar como:

$$BC = f[y, q, y^*]$$

Todas las variables se expresan en forma logarítmica. La variable  $y$  es el logaritmo del ingreso,  $q$  es el logaritmo de la tasa de cambio real,  $y^*$  es logaritmo del ingreso externo.

*Formalización de la condición Marshall-Lerner*

Tomando  $BC = X[q, y^*] - qIM[q, y]$

Derivando parcialmente la balanza comercial con respecto a la tasa de cambio real:

$$\frac{\partial BC}{\partial q} = \frac{\partial X[q, y^*]}{\partial q} - IM[q, y] - q \frac{\partial IM[q, y]}{\partial q} = 0$$

$$BC = 0$$

$$\frac{\partial X[q, y^*]}{\partial q} - IM[q, y] - q \frac{\partial IM[q, y]}{\partial q} = 0$$

Si se tiene en cuenta el concepto de elasticidad precio de la demanda, la cual se calcula como:  $\eta_p^d = \frac{\partial Q}{\partial p} \frac{P}{Q}$ . De igual forma se puede calcular la elasticidad precio de la demanda de exportaciones e importaciones, así:

$$\left[ \frac{\partial X(q, y^*)}{\partial q} \frac{q}{X} \right] \frac{X}{q} - IM[q, y] - \left[ \frac{\partial IM(q, y)}{\partial q} \frac{q}{X} \right] \frac{X}{q} = 0$$

Aquí se han completado las expresiones del cambio de las exportaciones e im-

portaciones para convertirla en elasticidades. El cambio marginal de las exportaciones ante un cambio del tipo de cambio real, se completó multiplicando y dividiendo por el valor de las exportaciones y la tasa de cambio real, como se puede ver en la anterior expresión. El cambio marginal de las importaciones ante un cambio del tipo de cambio real, se completo multiplicando y dividiendo por el valor de las exportaciones únicamente. El resultado obtenido son la elasticidad de la demanda de exportaciones  $-\eta_X^d$  multiplicado por las importaciones menos las importaciones menos la elasticidad de la demanda de importaciones  $-\eta_{IM}^d$  por las importaciones. El resultado es el siguiente:

$$\eta_X^d \frac{X}{q} - IM[q, y] - \eta_{IM}^d X = 0$$

Como en equilibrio:  $X - qIM = 0$ . Se puede expresar  $\frac{X}{q} = IM$  entonces:

$$\eta_X^d IM - IM[q, y] - q\eta_{IM}^d IM = 0$$

$$[\eta_X^d - 1 - \eta_{IM}^d]IM = 0$$

Tomando valores absolutos de las elasticidades:  $[|\eta_X^d| + |\eta_{IM}^d| - 1] = 0$ . La única manera para que el cambio marginal de la balanza comercial ante una pequeña variación del tipo de cambio real sea positivo es decir:  $\frac{\partial BC}{\partial q} > 0$  se debe dar que la suma de elasticidades de demanda de exportaciones e importaciones sea mayor que 1.

En términos formales:  $[|\eta_X^d| + |\eta_{IM}^d| > 1]$ , a esta condición es la que se le denomina “Condición Marshall-Lerner”. En otras palabras se intenta garantizar que la devaluación o depreciación del tipo de cambio siempre ocasione aumentos en las exportaciones netas, es decir, las exportaciones sean más sensibles a los movimientos de la tasa de cambio real.

### 3.2. Equilibrio en el Mercado de Bienes y de Dinero. Modelo IS-LM

#### 3.2.1. La curva IS

La IS muestra la relación entre tasa de interés y el producto de equilibrio en el mercado de bienes. La ecuación (3.9) representa la IS bajo una economía abierta.

$$Y = C + I + G + XN \quad (3.9)$$

En la ecuación (3.9) la  $Y$  es el producto, la renta o el ingreso, la  $C$  es el consumo, la  $I$  la inversión y la  $G$  el gasto público, la  $XN$  son las exportaciones netas. Las variables independientes de acuerdo al modelo enunciado, están en función de las siguientes variables:

$$C = \bar{C} + cY$$

$$I = \bar{I} - ar$$

$$G = \bar{G}$$

$$XN = X - (q)IM$$

$$Y = \bar{C} + cY + \bar{I} - ar + \bar{G}$$

$$Y = \bar{C} + cY + \bar{I} - ar + \bar{G} + X - (q)IM$$

Esta ecuación recoge las variables determinantes del consumo, la inversión, el gasto público y las exportaciones netas.  $\bar{C}$  e  $\bar{I}$  representan el consumo y la inversión autónoma, que no es más que aquellas variables no dependientes del ingreso ( $Y$ ) el cual es determinante del consumo y de la tasa de interés real ( $r$ ) el cual es determinante de la inversión. Los coeficientes  $c, a$  son mayores que cero y menores que uno, estos coeficientes representan la propensión marginal a consumir y la participación de la tasa de interés en la determinación del producto, respectivamente. La variable  $X$  representa las exportaciones y  $(q)IM$  son las importaciones valoradas a precios nacionales.

En términos logarítmicos se puede expresar la IS de la siguiente forma:

$$y = \alpha_0 - \alpha_1 r + \alpha_2 g + \alpha_3 q + \alpha_4 y^* \quad (3.10)$$

Con lo que respecta a las variables en términos logarítmicos es el logaritmo del producto o ingreso,  $\alpha_0 - \alpha_1 r$ , representan el consumo y la inversión,  $g$  es logaritmo del gasto público,  $q$  es el logaritmo de la tasa de cambio real,  $y^*$  es logaritmo del ingreso externo. Estas dos últimas variables son las determinantes de las exportaciones netas. Para la implementación de este modelo se tiene en cuenta el cumplimiento de la condición Marshall-Lerner y el no cumplimiento de la curva J<sup>11</sup>. En este modelo la tasa de interés no se representa en logaritmo. Los valores de los parámetros muestran la relación exacta de cada variable con el producto y además es una aproximación lo más exacta posible de la ecuación (3.10). Los parámetros  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$  son las elasticidades de  $Y$  con respecto a  $Q$ ,  $G$ ,  $Y^*$  respectivamente y  $\alpha_0$  es el intercepto de la ecuación.

Existen varias formas de presentar el equilibrio en el mercado de bienes. Uno de ellos es a través de los equilibrios generados por el mercado de fondos prestables, como lo es la inversión (demanda de fondos prestables) y el ahorro (oferta de fondos prestables). La otra forma de presentarlo es recurrir a la cruz keynesiana (*Keynesian Cross*). A continuación se presentarán estas dos formas de representar la IS.

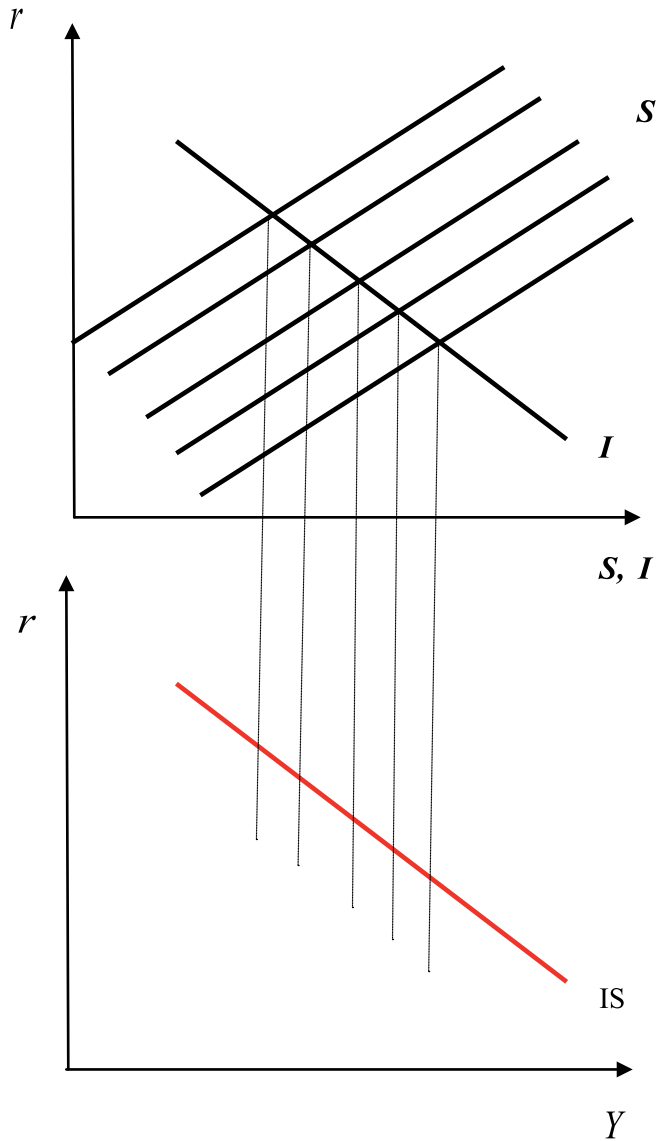
La Gráfica 3.5 muestra que los cambios en el ahorro manteniendo constante la demanda de inversión, generan diferentes equilibrios. Los equilibrios generados a distintos niveles de tasa de interés y de ingreso o producto permiten obtener la curva IS. La Gráfica 3.6 por su parte, presenta los equilibrios formados en el mercado de bienes y servicios. Estos equilibrios presentados aquí se dan

---

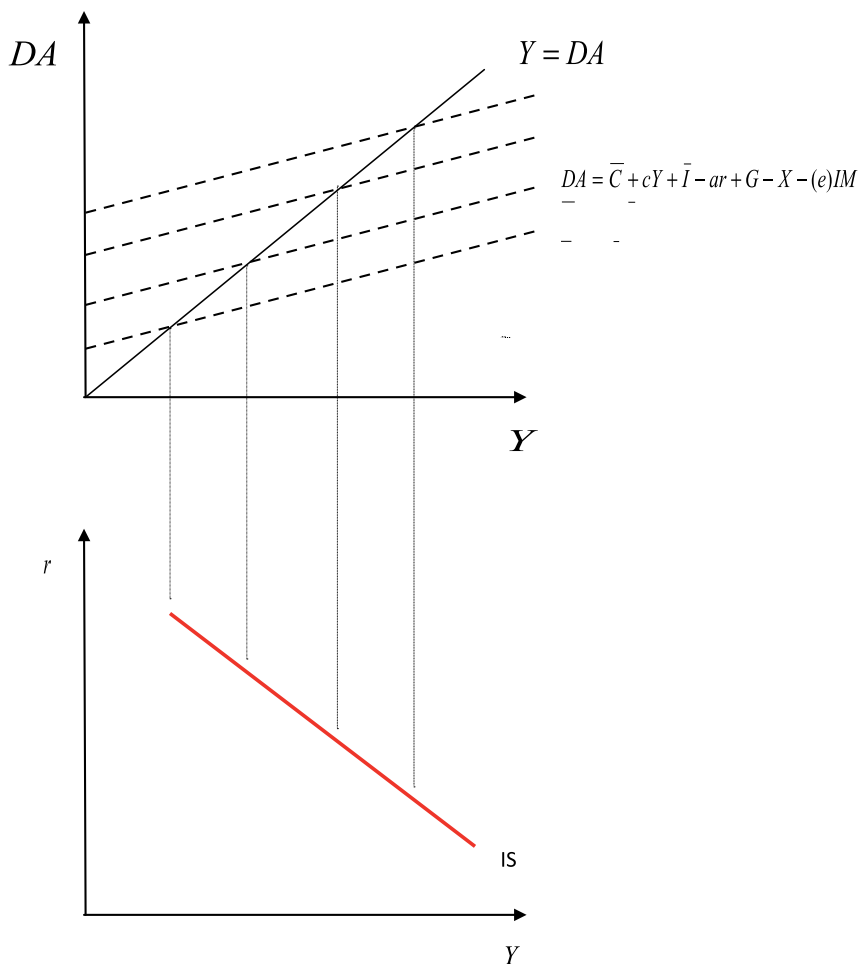
11. La curva J expresa: en el tiempo si las exportaciones netas caen por la revaluación o apreciación de la tasa de cambio real y si la tasa de cambio real se devalúa o deprecia y aumentan las exportaciones netas; su crecimiento no será superior a su nivel inicial de estado estacionario.

a través de los puntos de corte entre la renta efectiva ( $Y$ ) y la renta planeada ( $DA$ ), denominado la cruz keynesiana.

**Gráfica 3.5. Equilibrio en el mercado de Bienes Mercado de Fondos Prestables Ahorro e Inversión**



**Gráfica 3.6. Equilibrio en el mercado de Bienes *Keynesian Cross*.  
Gasto Planeado y Gasto Efectivo**



### 3.2.2. La curva LM

La curva LM representa el equilibrio en el mercado de dinero. La curva LM tiene pendiente positiva. La LM muestra la relación entre tasa de interés y producto de equilibrio en el mercado de dinero. La ecuación cuatro representa la IS bajo una economía cerrada y la ecuación cinco bajo una economía abierta.

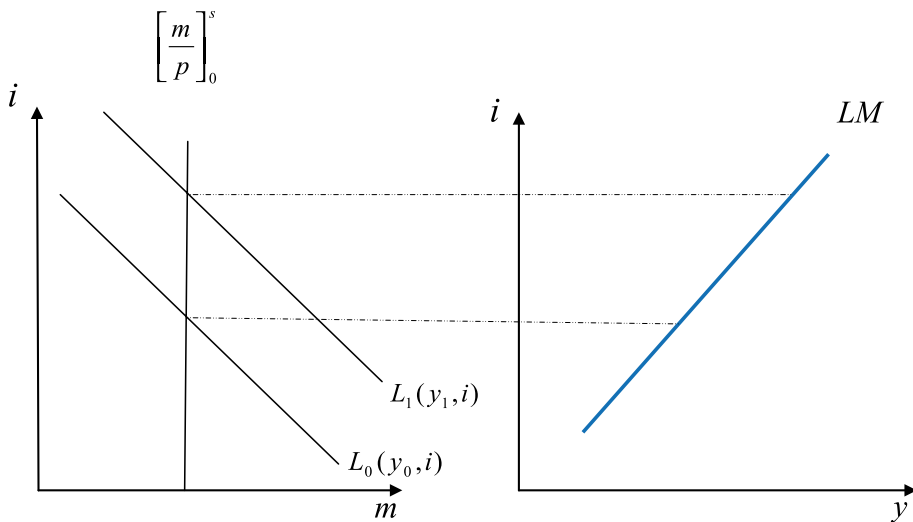
$$\frac{M}{P} = L(i, Y) \tag{3.11}$$

En términos logarítmicos se puede representar:

$$m - p = \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 i \quad (3.12)$$

$p$ , representa los precios, la oferta monetaria, esta variable normalmente está determinada por la autoridad monetaria, es el ingreso y la tasa de interés nominal. Como en la IS los parámetros de la ecuación (3.12) muestran la relación exacta de cada variable con el producto y además es una aproximación de la ecuación (3.11).

**Gráfica 3.7. LM. Equilibrio en el mercado de Dinero  
Demanda y Oferta Monetaria**



El coeficiente  $\beta_0$  es el intercepto de la ecuación LM y  $\beta_1$  y  $\beta_2$  específicamente miden las elasticidades de la demanda de dinero con respecto al ingreso y la tasa de interés. Son estas variables las determinantes de la demanda de dinero. Los valores de los parámetros se encuentran comprendidos entre  $0 < \beta_1, \beta_2 < 1$ .

La Gráfica 3.7 muestra cómo se obtiene la LM. De acuerdo a la gráfica, movimientos en el ingreso hacen que la demanda de dinero cambie y esto permi-

te mostrar otro equilibrio en el mercado de dinero. Los diferentes equilibrios como respuesta a los movimientos de la demanda de dinero permiten obtener la curva LM.

### 3.3. Problemas y aplicaciones

1. De acuerdo al Banco de la República en Colombia la Tasa Representativa del Mercado TRM el 27 de febrero de 2015 era de \$2.484,58 y el Índice de Precios al Consumidor era de 3,82 %. Calcule la tasa de cambio real para Colombia si el IPC General de los Estados Unidos es del 0,8 %.
2. La tasa de interés real refleja el libre juego de la oferta y la demanda de los fondos prestables, mientras que la tasa de interés nominal es determinada por la tasa de interés real, más las variaciones que se presenten en la tasa de inflación esperada.
  - a. ¿Cómo se le denomina a la hipótesis que evidencia la relación entre las tasas de interés nominal y real y la tasa de inflación?
  - b. Tome la información de la Inflación (no del IPC ni del IPP) y de la Tasa de Interés de Colocación del DANE ([www.dane.gov.co](http://www.dane.gov.co)) y del Banco de la República ([www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co)) respectivamente y utilizando las herramientas econométricas implementadas en este capítulo determine si se cumple el efecto Fisher para Colombia.



## **CAPÍTULO IV**

# **POLÍTICAS ECONÓMICAS BAJO UNA ECONOMÍA ABIERTA**

---



## 4. MODELO IS-LM. MODELO DE ECONOMÍA ABIERTA

### 4.1. Modelo Mundell-Fleming. Modelo dinámico

Este modelo se le debe a los trabajos presentados por Mundell (1963a), (1963b), (1963c)<sup>1</sup>, (1964), (1967) adaptados estos *papers* a su obra *International Economics* (1968a) y Fleming (1963). El supuesto clave del modelo MF es la perfecta movilidad de capitales.

Mundell (1963b) describe otros supuestos de la siguiente manera: Todas las complicaciones asociadas con la especulación, el mercado de futuros y márgenes de tasa de cambio se supone que no existen. Para concentrar la atención en políticas que afectan el nivel de empleo, yo supongo recursos desempleados, retornos constantes a escala, y tasa de salario monetaria fija. La oferta del producto doméstico es elástica y el nivel de precios es constante. Adicionalmente supongo que el ahorro y los impuestos aumentan con el ingreso, la balanza de pagos depende solo del ingreso y de la tasa de cambio. La inversión depende de la tasa de interés, y la demanda de dinero depende solo del ingreso y de la tasa de interés. El último supuesto es que el país bajo consideración es también pequeño e influido por el ingreso y la tasa de interés externa (p. 476) [Traducción libre y espontánea].

Por su parte Fleming muestra que los efectos de una política monetaria expansionista son más grandes en una economía con tipo de cambio flexible que con tipo de cambio fijo. “In this paper it is shown that the expansionary effect of a given increase in money supply will always be greater if the country has a floating exchange rate than if it has a fixed rate” (Fleming, 1963, p. 369).

---

1. Mundell escribió varios papers en los años 60 y abonó el camino para su obra *International Economics* escrita en 1968a. Mundell logra introducir el comercio exterior y los movimientos de capitales a la economía cerrada. Las papers son: “The Significance of Capital Mobility for Stabilization Policy Under Fixed and Flexible Exchange Rates”, DM/63/13 (march 20) (Departmental Memorandum), IMF, 22, (1963a). “Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates”, manuscript to be presented at Quebec Meeting of Canadian Political Science Association, June 6, (1963b). “Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates”, *The Canadian Journal of Economics and Political Science*, XXIX, 4 (November), 475-85, (1963c). “A Reply: Capital Mobility and Size”, *The Canadian Journal of Economics and Political Science*, XXX, 3 (August), 421-31. (1964). “International Disequilibrium and the Process of Adjustment” in Adler, 441-62, (1967).

Entre los supuestos planteados, Fleming (1963) se destacan los siguientes: Modelo keynesiano simple en que (a) los impuestos y el ingreso privado después de impuestos están directamente relacionados con el ingreso nacional, (b) el gasto privado (consumo e inversión) dependen directamente del ingreso después de impuestos, (c) la tasa de interés depende directamente de la velocidad-ingreso de circulación del dinero (la ratio ingreso nacional/stock de dinero), (d) la balanza de pagos (exportaciones menos importaciones de bienes y servicios) dependen inversamente del gasto doméstico y directamente de la moneda doméstica ... (p. 369) [Traducción libre y espontánea].

Presentados los argumentos de los autores creadores del modelo, se procede ahora a presentar una metodología de trabajo que facilite la comprensión de la mecánica del sistema. Esta metodología se describe en cinco pasos. El primer paso es determinar cuáles son las variables que operan en una economía abierta. Estas variables se llevarán a un sistema de ecuaciones.

El segundo paso consiste en determinar cuáles son las variables endógenas y exógenas del modelo. Esto depende del tipo de modelo y el tipo de cambio con el cual se desee trabajar. El tipo de modelo es simple porque como lo expresa Fleming es un modelo keynesiano. De acuerdo a este hecho el producto se considera endógeno y los precios exógenos.

Con lo que respecta al tipo de cambio ya sea fijo o flexible, se trabajará con la oferta monetaria como endógena y la tasa de cambio nominal como exógena si el tipo de cambio es fijo y lo contrario si es flexible<sup>2</sup>. Con este segundo paso se puede conocer cuáles son los movimientos de las variables endógenas.

---

2. La determinación de las variables oferta monetaria y tasa de cambio nominal como endógenas o exógenas resultan de la ecuación cuantitativa del dinero, realizando algunas conversiones. Aunque, bajo tipo de cambio flexible, es fácil identificar que el tipo de cambio nominal opera como variable endógena, dado que la autoridad monetaria no ejerce influencia sobre esta variable y bajo tipo de cambio fijo es el banco quien determina esta variable, por ello se considera como exógena.

El tercer paso consiste en describir los posibles movimientos de las variables de acuerdo al sistema de ecuaciones. La idea principal aquí es que la descripción se realice de una manera lógica. No existe una forma de asegurar lo que ocurrirá en la economía, pero de acuerdo a los supuestos y al sistema de ecuaciones se puede inferir sobre los posibles movimientos de las variables endógenas.

El cuarto paso es describir de manera gráfica a través del modelo IS-LM los movimientos de la economía. Se debe tener en cuenta que en especial este modelo permite tener de guía la curva de Balanza de Pagos, Balanza Comercial, Exportaciones Netas o Flujos de Capitales o como la denomine el autor. Si una curva sea la IS o la LM se desplaza y se sale del equilibrio, habrá alguna fuerza que lo devuelva al equilibrio, salvo si aumenta la tasa de interés externa. Todo esto es considerado para cumplir con el supuesto altamente restrictivo de perfecta movilidad de capitales<sup>3</sup>.

El quinto paso es conocer cuál es el comportamiento de las variables en el tiempo. Esto se describe con la senda de expansión.

A continuación se ilustrará el sistema de ecuaciones de McCallum (1996, p. 108) con el cual se trabajará en este aparte.

### ***Sistema de Ecuaciones***

Todas las ecuaciones han sido descritas en los capítulos anteriores. Además se han enumerado de tal forma que permita poder reenumerarlas de acuerdo a la metodología que se implementará.

---

3. “El hecho de que la movilidad del capital sea perfecta implica que si hubiera cualquier diferencia en la tasa esperada de rendimiento de los activos locales respecto de los extranjeros, los inversionistas destinarían toda su riqueza al activo más rentable. Puesto que ambos tipos de activos deben estar en posesión de alguien, la tasa esperada de rendimiento debería ser igual en ambos casos... Con expectativas estáticas respecto al tipo de cambio, el valor esperado de la variación del precio de la divisa extranjera es igual a cero. Luego el único requisito para que las tasas esperadas de rendimiento sean iguales es ”. Tomado de Romer, David. *Macroeconomía avanzada*. Segunda edición. España: McGraw-Hill Interamericana, 2002, p. 216.

$$IS : y = \alpha_0 - \alpha_1 r + \alpha_2 g + \alpha_3 q + \alpha_4 y^* \quad (4.1)$$

$$LM : m - p = \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 i \quad (4.2)$$

$$i = i^* + \frac{\Delta s}{s} \quad (4.3)$$

$$r = i - \frac{\Delta p}{p} \quad (4.4)$$

$$q = s + p^* - p \quad (4.5)$$

A manera de ejercicio se presentarán a continuación movimientos de la economía bajo tipo de cambio fijo y flexible, si se presenta un movimiento en una variable exógena. Los movimientos específicamente serán: aumento del gasto público, aumento de la tasa de cambio nominal, aumento de ingreso externo, aumento de los precios y aumento de la oferta monetaria.

#### **4.1.1. El caso de un aumento del gasto público, bajo tipo de cambio fijo**

¿Qué puede provocar el aumento del gasto público? Es fácil poder determinar las causas del aumento del gasto público. Una posible razón es la inversión en infraestructura, la realización de un parque, entre otras formas de gasto público<sup>4</sup>.

Reenumerando el sistema de ecuaciones.

#### 1. Sistema de Ecuaciones

$$IS : y \hat{=} \alpha_0 - \alpha_1 \bar{r} + \alpha_2 g \hat{=} + \alpha_3 \bar{q} + \alpha_4 \bar{y}^* \rightarrow (4)$$

---

4. A esta forma de gasto público se le suele llamar efecto atracción sobre las inversiones privadas o de complementariedad, conocido como *crowding in*, que no es más que aquel gasto público en que mejora las condiciones del empresario. Aquel gasto público que tiene un efecto desplazamiento de la inversión privada se le llama *crowding out*.

$$LM : m \uparrow -\bar{p} = \beta_0 + \beta_1 y \uparrow -\beta_2 \bar{i} \rightarrow (5)$$

$$\bar{i} = \bar{i}^* + \Delta s \rightarrow (1)$$

$$\bar{r} = \bar{i} - \Delta p \rightarrow (2)$$

$$\bar{q} = \bar{s} + \bar{p}^* - \bar{p} \rightarrow (3)$$

## 2. Distinción entre variables endógenas y exógenas

Variables endógenas

$y, m, q, i, r$

Variables exógenas

$p, p^*, y^*, i^*, s$

Por el estado estacionario, entonces  $\Delta p, \Delta s = 0$

En el sistema de ecuaciones se puede observar cuáles son los movimientos de las variables reales. Como resultado del aumento del gasto público aumenta la oferta monetaria y el producto.

3. Como resultado del aumento del gasto público aumenta la demanda agregada, el producto, la demanda de dinero y la tasa de interés nominal y real. Como la tasa de interés es más alta en el país local, se presentaría una entrada de capitales, lo cual ocasiona que la tasa de cambio nominal caiga. Bajo tipo de cambio fijo la autoridad monetaria interviene, comprará dólares y aumentará así la oferta monetaria, disminuyéndose de esta manera la tasa de interés nominal y real. Hasta que la tasa de interés local se iguale a la externa, la denominada perfecta movilidad de capitales  $r = r^*$ .

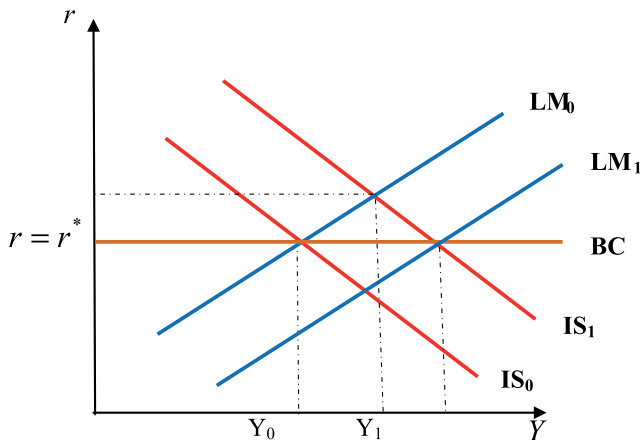
4. Gráfica del movimiento de la IS-LM al haber una devaluación del tipo de cambio nominal bajo tipo de cambio fijo.

En la Gráfica 4.1 se observa que el aumento del gasto público hace que la IS se desplace hacia la derecha. Este movimiento de la IS permite observar que la tasa de interés local es mayor a la tasa de interés externa. Lo que ocasionaría una entrada de capitales a la economía pequeña, lo que hará desplazar la LM hacia la derecha por el aumento de la oferta monetaria. Hasta que se iguale la tasa de interés local a la externa.

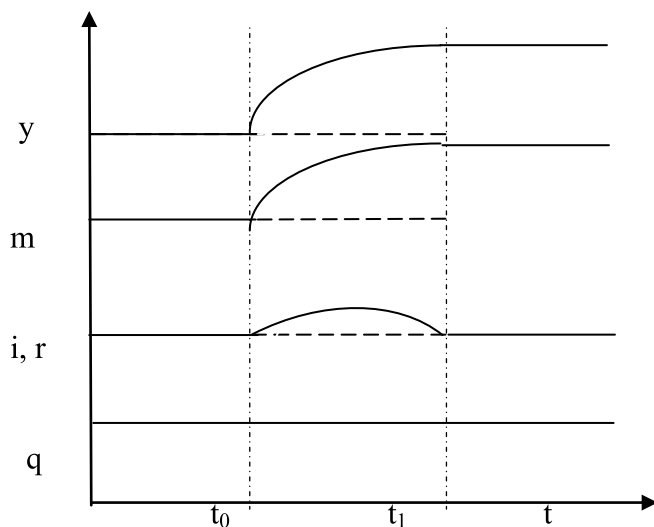
El resultado final mostrado a través del gráfico es un desplazamiento hacia la derecha de la IS, línea roja y la LM línea azul. En términos de las variables económicas se presentó un aumento del producto y de la oferta monetaria.

5. Senda en el tiempo de las variables endógenas. La Gráfica 4.2 permite inferir que no todas las variables endógenas sufren movimientos. El producto y la oferta monetaria crecen, ubicándose en otro estado estacionario. La tasa de interés nominal y real aumentan pero con el tiempo disminuyen, quedando en el mismo nivel de estado estacionario y la tasa de cambio real no presenta ningún movimiento.

**Gráfica 4.1. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo.**  
**Aumento del gasto público**



**Gráfica 4.2. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo**  
**Aumento del gasto público. Senda en el tiempo de las variables endógenas**



#### 4.1.2. El caso de un aumento de la tasa de cambio nominal, bajo tipo de cambio fijo

¿Qué puede provocar el aumento de la tasa de cambio? Esta es una medida económica determinada por la autoridad monetaria cuando utiliza la política cambiaria para influir sobre las variables reales de la economía, como lo es el producto.

Reenumerando el sistema de ecuaciones.

##### 1. Sistema de Ecuaciones

$$IS : y \uparrow = \alpha_0 - \alpha_1 \bar{r} + \alpha_2 \bar{g} + \alpha_3 q \uparrow + \alpha_4 \bar{y}^* \rightarrow (4)$$

$$LM : m \uparrow - \bar{p} = \beta_0 + \beta_1 y \uparrow - \beta_2 \bar{i} \rightarrow (5)$$

$$\bar{i} = \bar{i}^* + \Delta s \rightarrow (1)$$

$$\bar{r} = \bar{i} - \Delta p \rightarrow (2)$$

$$q \uparrow = s \uparrow + \bar{p}^* - \bar{p} \rightarrow (3)$$

## 2. Distinción entre variables endógenas y exógenas

### Variables endógenas

$y, m, q, i, r$

### Variables exógenas

$p, p^*, y^*, i^*, g$

Por el estado estacionario, entonces  $\Delta p, \Delta s = 0$

En el sistema de ecuaciones se puede observar cuáles son los movimientos de las variables reales. Como resultado de una devaluación de la tasa de cambio, se presenta un aumento de la tasa de cambio real, el producto y la oferta monetaria. La mecánica de movimiento de dichas variables se expresarán a continuación:

3. El primer efecto que tiene la devaluación del tipo de cambio es aumentar las exportaciones y disminuir las importaciones, pues estas últimas se hacen más caras. De hecho, en el modelo Mundell-Fleming se tiene como supuesto la condición Marshall-Lerner. Es decir, las exportaciones netas (XN) aumentan, lo que hace aumentar la demanda agregada y el producto.

Al aumentar el producto los agentes económicos demandarán más dinero y aumentará la tasa de interés nominal y real, como está expresado en la ecuación de Fisher. Dado que la economía es pequeña y se presenta el arbitraje de tasa de interés descubierta, los agentes llevarán sus recursos a la economía con mayor tasa de interés, es decir, se presenta una entrada de capitales.

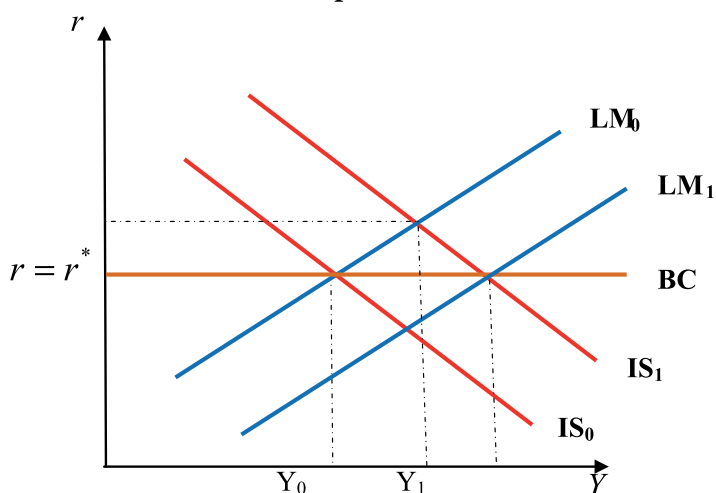
Mayores capitales en moneda extranjera afecta la tasa de cambio nominal y

bajo tipo de cambio fijo las autoridades monetarias intervienen para mantenerlo en el nivel de aumento inicial. La intervención la realizan recogiendo la moneda extranjera y dando a cambio moneda local, por lo cual se incrementa la oferta monetaria.

Una mayor oferta monetaria disminuye la tasa interés nominal por el efecto Fisher y disminuye la tasa de interés real. Hasta que la tasa de interés del país local se iguale a la tasa de interés externa, para dar cumplimiento a la denominada perfecta movilidad de capitales. Los movimientos se pueden observar en la Gráfica 4.3.

4. En la Gráfica 4.3 se observa que una devaluación del tipo de cambio hace que la IS se desplace hacia la derecha. Este movimiento de la IS permite observar que la tasa de interés local es mayor a la tasa de interés externa. Tal situación ocasionaría una entrada de capitales a la economía pequeña, lo que hará desplazar la LM hacia la derecha por el aumento de la oferta monetaria. El proceso va hasta que se iguale la tasa de interés local a la externa.

**Gráfica 4.3. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo.  
Devaluación del Tipo de Cambio Nominal**

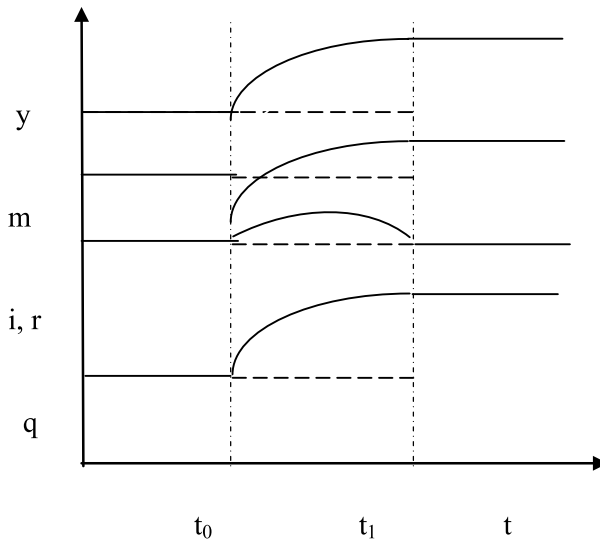


El resultado final mostrado a través del gráfico es un desplazamiento hacia la derecha de la IS y la LM.

5. Senda en el tiempo de las variables endógenas. La Gráfica 4.4 permite inferir que todas las variables endógenas sufren movimientos. El producto, la tasa de cambio real y la oferta monetaria crecen, ubicándose en otro estado estacionario. La tasa de interés nominal y real aumentan pero con el tiempo disminuyen, quedando en el mismo nivel de estado estacionario.

**Gráfica 4.4. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo.  
Devaluación del Tipo de Cambio Nominal**

**Senda en el tiempo de las variables endógenas**



#### **4.1.3. El caso de un aumento del ingreso externo, bajo tipo de cambio fijo**

¿Qué ocurriría en la economía colombiana si aumenta el ingreso de las personas de Estados Unidos bajo tipo de cambio fijo?

Supongamos que en Estados Unidos se presenta un aumento de la productividad, lo cual genera un aumento de los ingresos y ese aumento les da la posibilidad a las personas de adquirir nuestros productos.

Veámoslo paso a paso.

Reenumerando el sistema de ecuaciones.

### 1. Sistema de Ecuaciones

$$IS : y \uparrow = \alpha_0 - \alpha_1 \bar{r} + \alpha_2 \bar{g} + \alpha_3 \bar{q} + \alpha_4 y^* \uparrow \rightarrow (4)$$

$$LM : m \uparrow - \bar{p} = \beta_0 + \beta_1 y \uparrow - \beta_2 \bar{i} \rightarrow (5)$$

$$\bar{i} = \bar{i}^* + \Delta S \rightarrow (1)$$

$$\bar{r} = \bar{i} - \Delta p \rightarrow (2)$$

$$\bar{q} = \bar{s} + \bar{p}^* - \bar{p} \rightarrow (3)$$

### 2. Distinción entre variables endógenas y exógenas

Variables endógenas

$y, m, q, i, r$

Variables exógenas

$p, p^*, s, i^*, g$

Por el estado estacionario, entonces  $\Delta p, \Delta s = 0$

En el sistema de ecuaciones se puede observar cuáles son los movimientos de las variables reales. Como resultado de un aumento del ingreso externo, se presenta un aumento del ingreso y de la oferta monetaria. La mecánica del movimiento de dichas variables se expresarán a continuación:

3. Al aumentar la productividad del país externo, lo cual eleva sus ingresos

conlleva a que en Colombia, se exporte más hacia ese país, produciéndose así, un aumento de las exportaciones netas, de la demanda agregada y del ingreso de las personas en nuestro país.

El aumento del ingreso de los colombianos conlleva a un aumento de la demanda de dinero, pero este aumento de la demanda de dinero eleva a su vez la tasa de interés nominal y la real. ¿Por qué? Esto se debe a que como no hay suficiente dinero en el sistema financiero, por las leyes del mercado se encarece el valor del dinero, es decir, la tasa de interés.

Tomando el hecho del aumento de la tasa de interés, el sistema financiero del país se hace más atractivo para los extranjeros, que traen sus dólares para ahorrarlos. Es decir, se presenta una entrada de capitales. Ahora hay más dólares en el sistema financiero, lo que ocasionaría una caída de la tasa de cambio nominal.

Como el país está bajo tipo de cambio fijo, el Banco Central debe de intervenir para mantener la tasa de cambio, a través de una expansión monetaria, es decir, sacar dólares del sistema e introducir pesos. Pero este aumento de la oferta monetaria provoca una caída del tipo de Interés nominal y real, hasta el punto en que la tasa de Interés local sea igual a la tasa de Interés externa .

4. Gráfica del movimiento de la IS-LM al haber una devaluación del tipo de cambio nominal bajo tipo de cambio fijo.

En la Gráfica 4.5 se observa que un aumento del ingreso externo hace que la IS se desplace hacia la derecha. Este movimiento de la IS permite observar que la tasa de interés local es mayor a la tasa de interés externa. Lo que ocasionaría una entrada de capitales a la economía pequeña, lo que hará desplazar la LM hacia la derecha por el aumento de la oferta monetaria. Hasta que se iguale la tasa de interés local a la externa.



#### 4.1.4. El caso de un aumento del ingreso externo, bajo tipo de cambio flexible

¿Qué ocurriría en la economía colombiana si aumenta el ingreso de las personas de Estados Unidos bajo tipo de cambio flexible?

Supongamos nuevamente que aumenta la productividad en Estados Unidos, y nuevamente se incrementa el ingreso de las personas y tienen la posibilidad de adquirir nuestros productos, generando así, un aumento de las exportaciones hacia ese país.

Reenumerando el sistema de ecuaciones.

##### 1. Sistema de Ecuaciones

$$IS : \bar{y} = \alpha_0 - \alpha_1 \bar{r} + \alpha_2 \bar{g} + \alpha_3 q \downarrow + \alpha_4 y^* \uparrow \rightarrow 4$$

$$LM : \bar{m} - \bar{p} = \beta_0 + \beta_1 \bar{y} - \beta_2 \bar{i} \rightarrow 3$$

$$\bar{i} = \bar{i}^* + \Delta S \rightarrow (1)$$

$$\bar{r} = \bar{i} - \Delta p \rightarrow (2)$$

$$q \downarrow = s \downarrow + \bar{p}^* - \bar{p} \rightarrow 5$$

##### 2. Distinción entre variables endógenas y exógenas

VARIABLES ENDÓGENAS

$$y, s, q, i, r$$

VARIABLES EXÓGENAS

$$y, s, q, i, r$$

Por el estado estacionario, entonces  $\Delta p, \Delta s = 0$

En el sistema de ecuaciones se puede observar cuáles son los movimientos de las variables reales. Como resultado de un aumento del ingreso externo, se presenta una disminución de la tasa de cambio nominal y real. La mecánica del movimiento de dichas variables se expresarán a continuación:

3. Al aumentar la productividad del país externo, lo cual eleva sus ingresos conlleva a que en Colombia, se exporte más hacia ese país, produciéndose así, un aumento de las exportaciones netas, de la demanda agregada y del Ingreso de las personas en nuestro país.

El aumento del ingreso de las personas en nuestro país, conlleva a un aumento de la demanda de dinero, pero este aumento de la demanda de dinero eleva a su vez la tasa de interés nominal y la real. Como no hay suficiente dinero en el sistema financiero, por las leyes del mercado se encarece el valor del dinero, es decir, la tasa de interés.

Tomando el hecho del aumento de la tasa de interés, el sistema financiero del país se hace más atractivo para los extranjeros, que traen sus dólares para ahorrarlos. Es decir, se presenta una entrada de capitales. Ahora hay más dólares en el sistema financiero, lo que ocasionaría una caída de la tasa de cambio nominal.

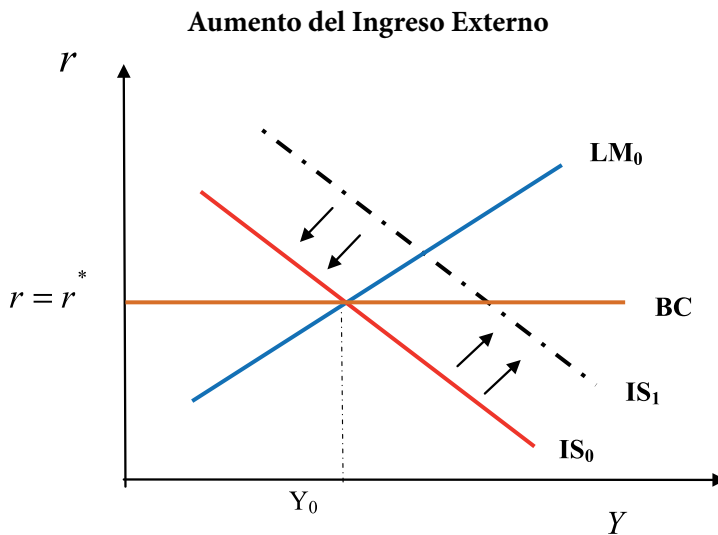
Como el país está bajo tipo de cambio flexible, la tasa de cambio real disminuye, disminuyendo las exportaciones netas, la demanda agregada, el producto y el ingreso. A menor ingreso, disminuye la demanda de dinero y disminuyen la tasa de interés nominal y real, hasta el punto en que la tasa de interés local sea igual a la tasa de Interés externa .

4. Gráfica del movimiento de la IS-LM al haber un aumento del ingreso externo bajo tipo de cambio flexible.

En la Gráfica 4.7 se observa que un aumento del ingreso externo hace que la IS se desplace hacia la derecha por el aumento de las exportaciones netas. Este movimiento de la IS permite observar que la tasa de interés local es mayor a la tasa de interés externa. Ocurre entonces una entrada de capitales a la economía pequeña. Bajo tipo de cambio flexible, la tasa de cambio real disminuye, devolviéndose así la IS dada la disminución de las exportaciones netas. Hasta que se iguale la tasa de interés local a la externa.

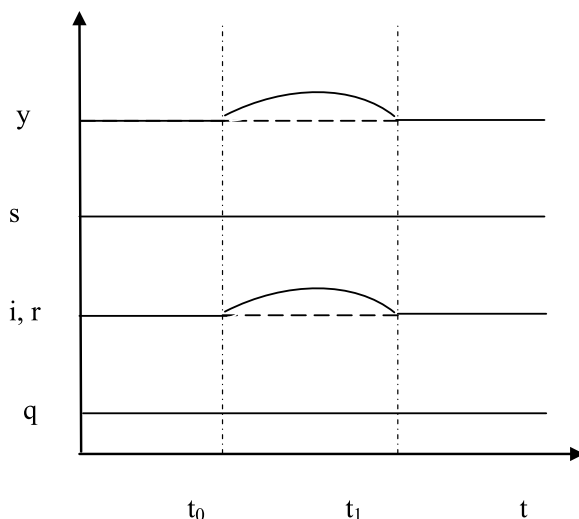
El resultado final mostrado a través de la gráfica es que un aumento del ingreso externo bajo tipo de cambio flexible no ocasiona movimientos sobre las variables reales, es decir, el producto.

**Gráfica 4.7. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible.**



5. Senda en el tiempo de las variables endógenas. La Gráfica 4.8 permite inferir que solamente tres variables endógenas sufren movimientos. El producto crece, ubicándose en otro estado estacionario. La tasa de interés nominal y real aumentan pero con el tiempo disminuyen, quedando en el mismo nivel de estado estacionario. Las tasas de cambio nominal y real no sufren movimiento alguno.

**Gráfica 4.8. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible. Aumento del Ingreso Externo Senda en el tiempo de las variables endógenas**



#### 4.1.5. El caso de un aumento de los precios bajo tipo de cambio fijo y flexible

Un aumento de los precios afecta de igual forma a la economía tanto bajo tipo de cambio fijo como flexible. ¿Qué puede provocar el aumento de los precios? Una posible respuesta es el aumento de precios de los insumos. De igual forma, una disminución de la productividad, o por cuestiones de la naturaleza del clima, como por ejemplo: sequías o inviernos extensos que hacen menos competitivo los productos internos.

¿Qué ocurriría en la economía colombiana si aumentan los precios bajo tipo de cambio fijo utilizando el modelo Mundell-Fleming?

Reenumerando el sistema de ecuaciones.

#### 1. Sistema de Ecuaciones

$$IS : y \downarrow = \alpha_0 - \alpha_1 \bar{r} + \alpha_2 \bar{g} + \alpha_3 q \downarrow + \alpha_4 \bar{y}^* \rightarrow (5)$$

$$LM : \bar{m} \downarrow - p \uparrow = \beta_0 + \beta_1 y \downarrow - \beta_2 \bar{i} \rightarrow (4)$$

$$\bar{i} = \bar{i}^* + \Delta s \rightarrow (1)$$

$$\bar{r} = \bar{i} - \Delta p \rightarrow (2)$$

$$q \downarrow = \bar{s} + \bar{p}^* - p \uparrow \rightarrow (3)$$

## 2. Distinción entre variables endógenas y exógenas

Variables endógenas

$y, m, q, i, r$

Variables exógenas

$p^*, s, i^*, g, y^*$

Por el estado estacionario, entonces  $\Delta p, \Delta s = 0$

Al presentarse un aumento de los precios internos disminuye la tasa de cambio real y el producto. La mecánica del movimiento de dichas variables se expresarán a continuación.

3. Lo primero que puede inferirse es que los saldos reales disminuyen de forma endógena. Con el mismo nivel de renta se obtendría una menor cantidad de productos. Observando la dinámica del modelo el tipo de cambio real disminuye, dado que los productos locales se hacen más costosos o menos competitivos en el mercado internacional. Un ejemplo de ello puede ser un bien como el café. Al aumentar los precios internos del café en el mercado internacional este bien será menos competitivo y por ello menos demandado.

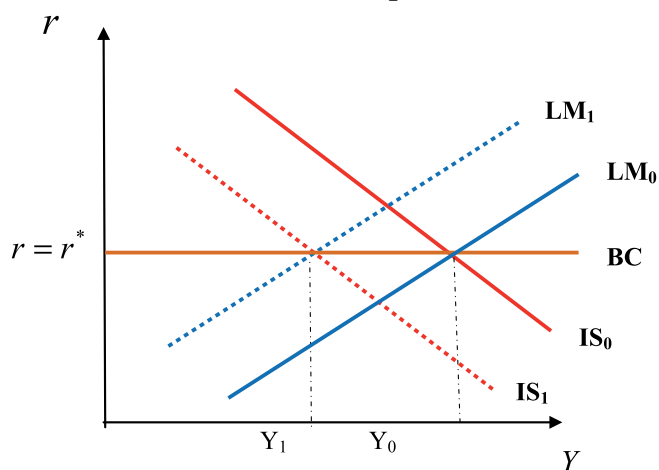
Siguiendo con la dinámica del modelo, al disminuir el tipo de cambio real, se produce una disminución de las exportaciones netas por la disminución de

las exportaciones o el aumento de las importaciones. Esta disminución de las exportaciones netas afectaría directamente a la demanda agregada disminuyéndola y a su vez esta última haría disminuir el producto.

Se puede observar que el mercado externo, se afecta por vía comercio de bienes y servicios y no por movimientos en el mercado de capitales.

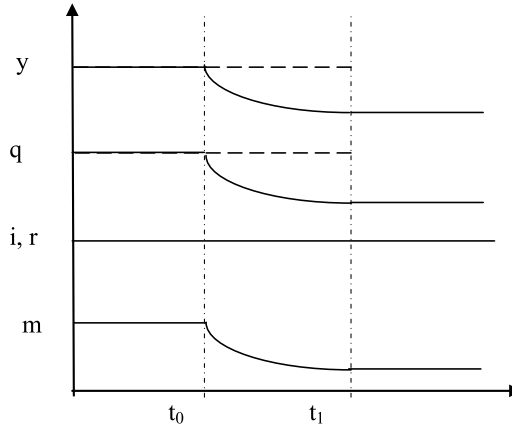
4. En la Gráfica 4.9 se puede abstraer que el aumento de los precios hace que la LM se desplace. Tal desplazamiento lo hace de forma endógena. Como el aumento de los precios afecta la tasa de cambio real, disminuyéndola, la IS se desplaza hacia la izquierda y hacia abajo por la disminución de las exportaciones netas. El efecto final es una disminución de los saldos reales, de las exportaciones netas y del ingreso o producto.

**Gráfica 4.9. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo.  
Aumento de los precios**



5. Senda en el tiempo de las variables endógenas. La Gráfica 4.10 permite inferir que dos variables endógenas sufren movimiento. El producto y la tasa de cambio real decrecen, ubicándose en otro estado estacionario. La tasa de interés nominal y real y la tasa de cambio nominal no sufren movimiento.

**Gráfica 4.10. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo.**  
**Aumento de los precios. Senda en el tiempo de las variables endógenas**



¿Qué ocurriría en la economía colombiana si aumentan los precios bajo tipo de cambio flexible utilizando el modelo M-F?

En este caso como la economía se encuentra bajo tipo de cambio flexible, la autoridad monetaria pierde control sobre la oferta monetaria. Los resultados son los mismos, la diferencia radica en que bajo tipo de cambio flexible la oferta monetaria es exógena. Este hecho permite determinar que el movimiento sobre los saldos reales, es una disminución, pero no de forma endógena.

**4.1.6. El caso de un aumento de la oferta monetaria bajo tipo de cambio flexible**

¿Qué ocurriría en la economía colombiana si aumenta la oferta monetaria bajo tipo de cambio flexible utilizando el modelo M-F? Dicho problema lo analizaremos con el sistema de ecuaciones.

1. Sistema de Ecuaciones:

$$y = \alpha_0 - \alpha_1 \bar{r} + \alpha_2 \bar{g} + \alpha_3 q \uparrow + \alpha_4 \bar{y}^* \quad (4)$$

$$m \uparrow - \bar{p} = \beta_0 + \beta_1 y \uparrow - \beta_2 \bar{i} \quad (5)$$

$$\bar{i} = \bar{i}^* + \Delta s \quad (1)$$

$$\bar{r} = \bar{i} - \Delta p \quad (2)$$

$$q \uparrow = s \uparrow + \bar{p}^* - \bar{p} \quad (3)$$

## 2. Distinción entre variables endógenas y exógenas

Variables endógenas

$y, s, q, i, r$

Variables exógenas

$p^*, m, i^*, g, y^*$

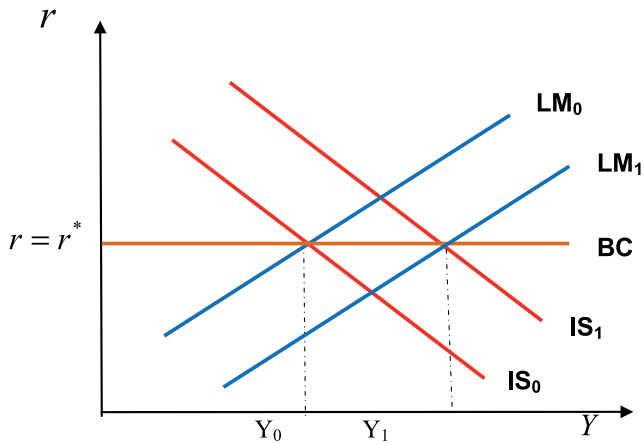
Por el estado estacionario, entonces  $\Delta p, \Delta s = 0$ . En el sistema de ecuaciones se puede observar cuáles son los movimientos de las variables reales. Como resultado de un aumento de la oferta monetaria se presenta un aumento de la tasa de cambio nominal y real y del producto. La mecánica del movimiento de dichas variables se expresarán a continuación.

3. Si aumenta la oferta monetaria disminuye la tasa de interés nominal y real y se presentaría una salida de capitales. Al haber menor cantidad de moneda extranjera, aumenta el tipo de cambio nominal y real, aumentando las exportaciones netas. Si aumentan las exportaciones netas, aumenta la demanda agregada, el producto o ingreso, la demanda de dinero y la tasa de interés. Hasta que la tasa de interés iguale a la tasa de interés externa.
4. La Gráfica 4.11 muestra que el aumento de la oferta monetaria desplaza la LM hacia abajo y a la derecha. De igual forma el aumento de la oferta monetaria deprecia el tipo de cambio aumentando las exportaciones netas,

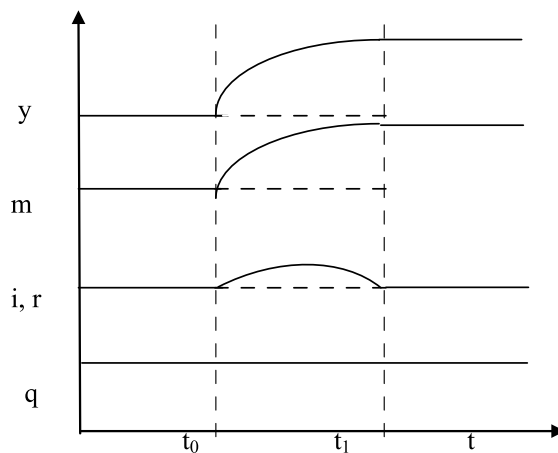
por ello se desplaza la IS hacia la derecha. El efecto final es un aumento de la tasa de cambio nominal y real, de las exportaciones netas y del ingreso o producto.

5. Senda en el tiempo de las variables endógenas. La Gráfica 4.12 permite inferir que todas las variables endógenas sufren movimiento. El producto, la tasa de cambio nominal y real crecen, ubicándose en otro estado estacionario. La tasa de interés nominal y real no sufren movimiento.

**Gráfica 4.11. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible. Aumento de la oferta monetaria**



**Gráfica 4.12. Modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible. Aumento de la oferta monetaria. Senda en el tiempo de las variables endógenas**



## 4.2. Solución con Álgebra Lineal del modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio fijo

Esta es otra forma que pueden utilizar los estudiantes para resolver el modelo de economía abierta. El método de solución es estático. Tal como se resuelve en el modelo de economía cerrada, se implementarán los mismos pasos para el modelo M-F.

Se utilizará el mismo sistema de ecuaciones presentado en el capítulo tres.

Sistema de Ecuaciones

$$IS : y = \alpha_0 - \alpha_1 r + \alpha_2 g + \alpha_3 q + \alpha_4 y^* \quad (4.1)$$

$$LM : m - p = \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 i \quad (4.2)$$

$$i = i^* + \frac{\Delta s}{s} \quad (4.3)$$

$$r = i - \frac{\Delta p}{p} \quad (4.4)$$

$$q = s + p^* - p \quad (4.5)$$

Tomando la ecuación (4.1) y la (4.5)

Reemplazamos  $q$  de la ecuación (4.5) en la (4.1) y considerando que  $p^* = 1$  para una menor complicación.

$$IS : y = \alpha_0 - \alpha_1 r + \alpha_2 g + \alpha_3 [s - p] + \alpha_4 y^*$$

Como  $i = i^*$  dado que  $\frac{\Delta s}{s} = 0$  y dado que  $\frac{\Delta p}{p} = 0$ , reemplazamos en la tasa de cambio real  $r = i^*$  entonces:

$$IS : y = \alpha_0 - \alpha_1 i^* + \alpha_2 g + \alpha_3 s - \alpha_3 p^* + \alpha_4 y^* \quad (4.6)$$

Tomando la ecuación (4.3) y reemplazándola en la (4.2) quedaría:

$$\text{Ecuación (2) } LM : m - p = \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 i^*$$

$$m = p + \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 i^* \tag{4.7}$$

El sistema de ecuaciones ahora se compone de dos ecuaciones:

$$y = \alpha_0 - \alpha_1 i^* + \alpha_2 g + \alpha_3 s - \alpha_3 p^* + \alpha_4 y^*$$

$$m = p + \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 i^*$$

Se aplicarán seis pasos para hallar soluciones al modelo. El primer paso para utilizar el álgebra matricial es tomar el sistema de ecuaciones y separar las variables endógenas de las exógenas. Se colocarán las variables dependientes del lado izquierdo y las independientes del lado derecho de la igualdad, así:

$$y = \alpha_0 - \alpha_1 i^* + \alpha_2 g + \alpha_3 s - \alpha_3 p + \alpha_4 y^*$$

$$\beta_1 y - m = -\beta_0 + \beta_2 i^* - p$$

El segundo paso es formar el sistema matricial, creando cuatro matrices. Una matriz de coeficientes de variables endógenas, un vector de variables endógenas, una matriz de coeficientes de variables exógenas y un vector de variables exógenas, así como está expresado a continuación.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta_1 & -1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} y \\ m \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & -\alpha_3 & \alpha_4 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ s \\ p \\ y^* \end{bmatrix}}_Z$$

**A** es la matriz de coeficientes de variables endógenas, **X** el vector de variables endógenas, **B** la matriz de coeficientes de variables exógenas y **Z** el vector de variables exógenas.

El tercer paso es multiplicar por la matriz inversa de coeficientes de variables endógenas al sistema matricial y despejar así el vector de variables endógenas.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta_1 & -1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} y \\ m \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & -\alpha_3 & \alpha_4 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ s \\ p \\ y^* \end{bmatrix}}_Z$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta_1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & -\alpha_3 & \alpha_4 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ s \\ p \\ y^* \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}A \begin{bmatrix} y \\ m \end{bmatrix} = A^{-1}BZ$$

Entonces

$$\begin{bmatrix} y \\ m \end{bmatrix} = A^{-1}BZ$$

$$\begin{bmatrix} y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta_1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & -\alpha_3 & \alpha_4 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ s \\ p \\ y^* \end{bmatrix}$$

El cuarto paso consiste en hallar la adjunta de la matriz de coeficientes de variables endógenas y su determinante y teniendo estos valores hallar el valor de la inversa, que no es más que multiplicar la adjunta por uno sobre el determinante. Los resultados son:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta_1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = -1 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -\beta_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta_1 & -1 \end{bmatrix}$$

Aplicando la fórmula y realizando las operaciones de multiplicación de matrices, se tiene:

$$\begin{bmatrix} y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta_1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & -\alpha_3 & \alpha_4 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ s \\ p \\ y^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & -\alpha_3 & \alpha_4 \\ \alpha_0\beta_1 + \beta_0 & -(\alpha_1\beta_1 + \beta_2) & \alpha_2\beta_1 & \alpha_3\beta_1 & -(\alpha_3\beta_1 - 1) & \alpha_4\beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ s \\ p \\ y^* \end{bmatrix}$$

El quinto paso es obtener los resultados finales. Estas ecuaciones finales muestran las dos variables endógenas  $Y$ ,  $m$  en función de las variables exógenas  $[i^*, g, s, p, y^*]$  y sus coeficientes.

$$y = \alpha_0 - \alpha_1 i^* + \alpha_2 g + \alpha_3 s - \alpha_3 p + \alpha_4 y^* \quad (4.8)$$

$$m = \alpha_0 [\beta_1 + \beta_0] - [\alpha_1 \beta_1 + \beta_2] i^* + \alpha_2 \beta_1 g + \alpha_3 \beta_1 s - [\alpha_3 \beta_1 - 1] p + \alpha_4 \beta_1 y^* \quad (4.9)$$

El sexto paso consiste en desarrollar los efectos de los movimientos de las variables exógenas sobre el producto y la tasa de cambio real.

### 4.3. Solución con Álgebra Lineal del modelo Mundell-Fleming. Tipo de cambio flexible

La diferencia entre el modelo M-F de economía abierta de tipo de cambio fijo con el flexible es que en este último la tasa de cambio nominal es endógena y la oferta monetaria es exógena. Se procederá a implementar los mismos pasos.

Sistema de Ecuaciones

$$IS : y = \alpha_0 - \alpha_1 r + \alpha_2 g + \alpha_3 q + \alpha_4 y^* \quad (4.1)$$

$$LM : m - p = \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 i \quad (4.2)$$

$$i = i^* + \frac{\Delta s}{s} \quad (4.3)$$

$$r = i - \frac{\Delta p}{p} \quad (4.4)$$

$$q = s + p^* - p \quad (4.5)$$

$$IS : y = \alpha_0 - \alpha_1 r + \alpha_2 g + \alpha_3 [s - p] + \alpha_4 y^*$$

$$LM : m - p = \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 i^*$$

Se aplicarán seis pasos para hallar soluciones al modelo. El primer paso para utilizar el álgebra matricial es tomar el sistema de ecuaciones y separar las variables endógenas de las exógenas. Se colocarán las variables dependientes del lado izquierdo y las independientes del lado derecho de la igualdad, así:

$$y - \alpha_3 s = \alpha_0 - \alpha_1 i^* + \alpha_2 g - \alpha_3 p + \alpha_4 y^*$$

$$\beta_1 y = -\beta_0 + \beta_2 i^* - p + m$$

El segundo paso es formar el sistema matricial, creando cuatro matrices. Una matriz de coeficientes de variables endógenas, un vector de variables endógenas, una matriz de coeficientes de variables exógenas y un vector de variables exógenas, así como está expresado a continuación.

$$y - \alpha_3 s = \alpha_0 - \alpha_1 i^* + \alpha_2 g - \alpha_3 p + \alpha_4 y^*$$

$$\beta_1 y = -\beta_0 + \beta_2 i^* - p + m$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_3 \\ \beta_1 & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} y \\ s \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_3 & \alpha_4 & 0 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ p \\ y^* \\ m \end{bmatrix}}_Z$$

**A** es la matriz de coeficientes de variables endógenas, **X** el vector de variables endógenas, **B** la matriz de coeficientes de variables exógenas y **Z** el vector de variables exógenas.

El tercer paso es multiplicar por la matriz inversa de coeficientes de variables endógenas al sistema matricial y despejar así el vector de variables endógenas.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_3 \\ \beta_1 & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} y \\ s \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_3 & \alpha_4 & 0 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ p \\ y^* \\ m \end{bmatrix}}_Z$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_3 \\ \beta_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_3 & \alpha_4 & 0 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ p \\ y^* \\ m \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}A \begin{bmatrix} y \\ s \end{bmatrix} = A^{-1}BZ$$

Entonces

$$\begin{bmatrix} y \\ s \end{bmatrix} = A^{-1}BZ$$

$$\begin{bmatrix} y \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_3 \\ \beta_1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_3 & \alpha_4 & 0 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ p \\ y^* \\ m \end{bmatrix}$$

El cuarto paso consiste en hallar la adjunta de la matriz de coeficientes de variables endógenas y su determinante y teniendo estos valores hallar el valor de la inversa, que no es más que multiplicar la adjunta por uno sobre el determinante. Los resultados son:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_3 \\ \beta_1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\alpha_3\beta_1} \begin{bmatrix} 0 & \alpha_3 \\ -\beta_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\beta_1} \\ -\frac{1}{\alpha_3} & \frac{1}{\alpha_3\beta_1} \end{bmatrix}$$

Aplicando la fórmula y realizando las operaciones de multiplicación de matrices, se tiene:

$$\begin{bmatrix} y \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\beta_1} \\ -\frac{1}{\alpha_3} & \frac{1}{\alpha_3\beta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 & -\alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_3 & \alpha_4 & 0 \\ -\beta_0 & \beta_2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ p \\ y^* \\ m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\beta_0\beta_1} & \frac{1}{\beta_1\beta_2} & 0 & -\frac{1}{\beta_1} & 0 & \frac{1}{\beta_1} \\ \left[-\frac{\alpha_0}{\alpha_3} - \frac{\beta_0}{\alpha_3\beta_1}\right] & \left[-\frac{\alpha_1}{\alpha_3} + \frac{\beta_2}{\alpha_3\beta_1}\right] & -\frac{\alpha_2}{\alpha_3} & \left[1 - \frac{1}{\alpha_3\beta_1}\right] & -\frac{\alpha_4}{\alpha_3} & \frac{1}{\alpha_3\beta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i^* \\ g \\ p \\ y^* \\ m \end{bmatrix}$$

El quinto paso es obtener los resultados finales. Estas ecuaciones finales muestran las dos variables endógenas en función de las variables exógenas  $[i^*, g, y^*, s, p]$  y sus coeficientes.

$$y = -\frac{1}{\beta_0\beta_1} - \frac{1}{\beta_1\beta_2} i^* - \frac{1}{\beta_1} p + \frac{1}{\beta_1} m \quad (4.10)$$

$$s = \left[-\frac{\alpha_0}{\alpha_3} + \frac{\beta_0}{\alpha_3\beta_1}\right] - \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_3} - \frac{\beta_2}{\alpha_3\beta_1}\right] i^* - \frac{\alpha_2}{\alpha_3} g + \left[1 - \frac{1}{\alpha_3\beta_1}\right] p - \frac{\alpha_4}{\alpha_3} y^* + \frac{1}{\alpha_3\beta_1} m \quad (4.11)$$

El sexto paso consiste en desarrollar los efectos de los movimientos de las variables exógenas sobre el producto y la tasa de cambio real.

#### 4.4. Problemas y aplicaciones

1. ¿Qué le ocurriría a las variables endógenas como el producto o ingreso y oferta monetaria en una economía pequeña y abierta bajo tipo de cambio fijo si aumenta el gasto público utilizando el modelo M-F?
2. ¿Qué le ocurriría al producto o ingreso y a la oferta monetaria en una economía pequeña y abierta bajo tipo de cambio fijo si aumenta el ingreso externo utilizando el modelo M-F?

3. ¿Qué le ocurriría a las variables endógenas como el producto o ingreso y tasa de cambio nominal en una economía pequeña y abierta bajo tipo de cambio flexible si aumenta el gasto público utilizando el modelo M-F?
4. ¿Qué le ocurriría al producto o ingreso y a la tasa de cambio nominal en una economía pequeña y abierta bajo tipo de cambio flexible si aumenta el ingreso externo utilizando el modelo M-F?

#### 4.5. Respuesta a los problemas propuestos

##### 1. Respuesta problema 1

Solo se debe aplicar las derivadas parciales a las ecuaciones con respecto al gasto público y describir sus resultados.

$$\frac{\partial y}{\partial g} = \alpha_2 > 0 \text{ y } \frac{\partial m}{\partial g} = \beta_1 > 0.$$

Los resultados de las derivadas parciales muestran el aumento del producto y de la oferta monetaria como consecuencia del aumento del gasto público.

Este sería el mismo resultado encontrado con la metodología implementada en el acápite anterior, pero no permite hacer mayor inferencia. Pero la teoría macroeconómica enseña que un aumento del gasto público aumenta la demanda agregada y ello **aumenta el producto**, el ingreso, la demanda de dinero y la tasa de interés. Como estamos bajo una economía abierta y pequeña entrarían más capitales y **disminuiría la tasa de cambio nominal**.

Bajo tipo de cambio fijo la autoridad monetaria interviene intentando disminuir la tasa de cambio. Este proceso lo logra disminuyendo la cantidad de moneda extranjera y **aumentando la oferta monetaria**. Al aumentar la oferta monetaria disminuye la tasa de interés.

## 2. Respuesta problema 2

Aquí solo se deben tomar las ecuaciones y realizar las derivadas tal como se realizó en el ejercicio anterior.

$$y = \alpha_0 - \alpha_1 i^* + \alpha_2 g + \alpha_3 s - \alpha_3 p + \alpha_4 y^*$$

$$m = \alpha_0 [\beta_1 + \beta_0] - [\alpha_1 \beta_1 + \beta_2] i^* + \alpha_2 \beta_1 g + \alpha_3 \beta_1 s - [\alpha_3 \beta_1 - 1] p + \alpha_4 \beta_1 y^*$$

$$\frac{\partial y}{\partial y^*} = \alpha_4 > 0 \quad y \quad \frac{\partial m}{\partial y^*} = \alpha_4 \beta_1 > 0$$

Los resultados son los mismos al ejercicio anterior, pero el sistema opera de diferente forma. Los coeficientes son los que determinan este hecho. Las derivadas parciales muestran el **aumento del producto** y de la **oferta monetaria** como consecuencia del aumento del ingreso externo.

Se conoce que un aumento del ingreso externo aumenta las exportaciones netas, **aumentando** la demanda agregada y **el producto**, el ingreso, la demanda de dinero y la tasa de interés. Como se trata de una economía abierta y pequeña entrarían más capitales y **disminuiría la tasa de cambio nominal**. Bajo tipo de cambio fijo la autoridad monetaria interviene intentando disminuir la tasa de cambio. Este proceso lo logra disminuyendo la cantidad de moneda extranjera y **aumentando la oferta monetaria**. Al aumentar la oferta monetaria disminuye la tasa de interés.

Cualquier otro movimiento puede realizarse con esta misma mecánica. Se deja como ejercicio al lector probar los demás movimientos.

## 3. Respuesta problema 3

Solo se debe aplicar las derivadas parciales a las ecuaciones con respecto al gasto público y describir sus resultados.

$$\frac{\partial y}{\partial g} = 0 \text{ y } \frac{\partial s}{\partial g} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_3} < 0.$$

Los resultados de las derivadas parciales muestran que no hay efecto sobre el producto y la tasa de cambio nominal decrece como consecuencia del aumento del gasto público. Este sería el mismo resultado encontrado con la metodología implementada en el acápite anterior, pero no permite hacer mayor inferencia.

Aunque como economistas conocemos que un aumento del gasto público aumenta la demanda agregada y ello **aumenta el producto**, el ingreso, la demanda de dinero y la tasa de interés. Como estamos bajo una economía abierta y pequeña entrarían más capitales y **disminuiría la tasa de cambio nominal**.

Bajo tipo de cambio flexible la tasa de cambio real disminuye. Al disminuir la tasa de cambio real disminuye la demanda agregada y ello **disminuye el producto**, el ingreso, la demanda de dinero y la tasa de interés.

Como se puede apreciar el efecto sobre el producto es nulo. Inicialmente aumenta por efecto de la política fiscal pero por el flujo de capitales se disminuye dado que la tasa de cambio real disminuye haciendo menos competitivos nuestros productos.

#### 4. Respuesta problema 4

Aquí solo se deben tomar las ecuaciones y realizar las derivadas como se realizó en el aparte anterior.

$$y = -\frac{1}{\beta_0\beta_1} - \frac{1}{\beta_1\beta_2}i^* - \frac{1}{\beta_1}p + \frac{1}{\beta_1}m$$

$$s = -\left[\frac{\alpha_0}{\alpha_3} + \frac{\beta_0}{\alpha_3\beta_1}\right] - \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_3} - \frac{\beta_2}{\alpha_3\beta_1}\right]i^* - \frac{\alpha_2}{\alpha_3}g + \left[1 - \frac{1}{\alpha_3\beta_1}\right]p - \frac{\alpha_4}{\alpha_3}y^* + \frac{1}{\alpha_3\beta_1}m$$

$$\frac{\partial y}{\partial y^*} = 0 \text{ y } \frac{\partial s}{\partial y^*} = -\frac{\alpha_4}{\alpha_3} < 0.$$

Los resultados son los mismos del ejercicio anterior, pero el sistema opera de diferente forma. Los coeficientes son los que determinan este hecho. Las derivadas parciales muestran **ningún efecto sobre el producto** y una **disminución de tasa de cambio nominal** como consecuencia del aumento del ingreso externo.

Un aumento del ingreso externo aumenta las exportaciones netas, **augmentando** la demanda agregada y **el producto**, el ingreso, la demanda de dinero y la tasa de interés. Como estamos bajo una economía abierta y pequeña entrarían más capitales y **disminuiría la tasa de cambio nominal**. Bajo tipo de cambio flexible la tasa de cambio nominal disminuye disminuyendo las exportaciones netas.

El efecto inicial de aumento de las exportaciones netas se anula por el mercado de capitales bajo tipo de cambio flexible.

Cualquier otro movimiento puede realizarse con esta misma mecánica. A manera de ejercicio los estudiantes deben probar los demás movimientos.

## **CAPÍTULO V**

# **MODELO IS-LM. ECONOMÍA ABIERTA. ESTÁTICA COMPARATIVA**

---



## 5. UNA APLICACIÓN BAJO ESTÁTICA COMPARATIVA

Otra de las formas de realizar análisis utilizando el modelo IS-LM de economía abierta es bajo estática comparativa. En este ejercicio se trabajará con las ecuaciones del texto de Larrain y Sachs (1994), aunque se agrega una ecuación adicional para presentar en mejor forma los movimientos en la economía. Esta ecuación es la balanza de pagos.

En este aparte se abordará el problema de los movimientos bajo una economía abierta en forma matricial. El sentido es poder conocer utilizando un modelo de estática comparativa qué movimientos sufren las variables endógenas si se presentaran, aumentarían o disminuirían algunas de las variables exógenas.

Un elemento muy positivo del análisis es que se involucran nueve alrededor de doce variables. De estas doce variables tres son endógenas y nueve exógenas. Esto permite mejorar los análisis. Como parte del ejercicio se ilustrarán los movimientos en una economía cuando se presenten movimientos en la política fiscal.

El ejercicio se divide en tres partes. En la primera, se mostrarán las ecuaciones del modelo IS y LM definidas bajo el texto en referencia con sus respectivos supuestos. En la segunda se presentará la solución del modelo utilizando el álgebra matricial y como tercera, se presentará el efecto de un aumento en los impuestos sobre las variables endógenas.

Los supuestos son: Economía abierta y pequeña, se comercializan solamente dos productos, esto indica que solo hay dos precios. En una economía abierta  $Y = C + I + G + X - IM$ . Donde  $X$  son las exportaciones e  $IM$  son las importaciones. Se prescindirá de la perfecta movilidad de capitales.

Las ecuaciones son las siguientes:

$$Q = \frac{A}{P} + BC$$

$\frac{A}{P}$  = Absorción Real Interna

BC = Balanza Comercial

$$\frac{A}{P} = c(Q-T) - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}$$

$$BC = X - \frac{EP^*}{P} IM \text{ o expresado como: } BC = h_0 \frac{A^*}{P^*} - h_1 \frac{A}{P} + h_2 \frac{EP^*}{P}$$

$$\frac{A^*}{P^*} = \text{Absorción Real Externa, o } Q^* = \frac{A^*}{P^*}$$

Entonces:

**La IS**

$$Q = \frac{A}{P} + h_0 \frac{A^*}{P^*} - h_1 \frac{A}{P} + h_2 \frac{EP^*}{P}$$

$$Q = (1-h_1)Q' + h_0 A^* + h_2 E - h_2 P$$

$$Q = (1-h_1) \frac{A}{P} + h_0 \frac{A^*}{P^*} + h_2 \frac{EP^*}{P}$$

$$Q = (1-h_1) \frac{A}{P} + h_0 \frac{A^*}{P^*} + h_2 \frac{EP^*}{P}$$

Como la producción o el ingreso real de una economía cerrada es igual a la absorción real interna:  $Q' = \frac{A}{P} = c(Q-T) - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}$ , entonces:

$$Q = [c(Q-T) - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}] -$$

$$-h_1 [c(Q-T) - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}] + h_0 \frac{A^*}{P^*} + h_2 \frac{EP^*}{P}$$

Linealizando<sup>1</sup> la ecuación, haciendo  $P^* = 1$  y despejando las variables endógenas:

$$Q = cQ - ch_1Q + [-cT - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}] -$$

$$- h_1[-cT - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}] + [h_0Q^* + h_2E - h_2P]$$

$$Q - cQ + ch_1Q = [1 - h_1][-cT - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}] + [h_0Q^* + h_2E - h_2P]$$

$$Q[1 - c + ch_1] = [1 - h_1][-cT - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}] + [h_0Q^* + h_2E - h_2P]$$

$$Q = \frac{1}{[1 - c + ch_1]} \{ [1 - h_1][-cT - i(a+b) + c^f(Q-T)^F + \bar{I} + dPMK^E + \bar{G}] + [h_0Q^* + h_2E - h_2P] \}$$

Las variables están definidas de la siguiente forma:

$Q$  es el ingreso o la producción real. Entre las variables que determinan el consumo se encuentran:  $(Q - T)$ , definido como el ingreso disponible,  $(Q - T)^f$ , es el ingreso disponible futuro e  $i$  la cual representa la tasa de interés nominal.

Las variables de inversión son:  $\bar{I}$  representa la inversión autónoma;  $PMK^E$ , la productividad marginal del capital esperada e  $i$  la cual representa la tasa de interés nominal.

Las variables fiscales son: el gasto público  $G$  y los impuestos e  $T$ .

Diferenciando la IS y teniendo en cuenta que  $\bar{A} = \bar{I} + \bar{G}$  su resultado es:

$$\partial Q = cC_{(Q-T)}\partial Q - cC_{(Q-T)}\partial T + (a+b)I_i\partial i + \partial \bar{A} + c^f I_{(Q-T)^f}\partial(Q-T)^F +$$

$$+ dI_{PMK^E}\partial PMK^E - h_1BC_Q\partial Q + h_0BC_Q\partial Q^* + h_2BC_e\partial E - h_2BC_e\partial P$$

1. Se aplica logaritmo natural. En el caso de  $P^* = 1$ , su logaritmo natural es igual a 0.

## La LM

$$-vQ + fi = P - M$$

Diferenciando la LM:

La L y la M significan demanda y oferta monetaria respectivamente.

$$-vL_Q \partial Q + fL_i \partial i = M_P \partial P - M_P \partial M$$

Se crea una ecuación adicional representativa de la Balanza de Pagos BP:

## Balanza de Pagos

$$BP = BC + FC$$

Donde los Flujos de Capitales  $-FC-$ , muestran el equilibrio en el mercado financiero a través de la ecuación de tasa de interés descubierta cuando está en equilibrio. Es decir, la diferencia entre la adquisición de activos locales por parte de extranjeros  $i$  menos la adquisición de activos extranjeros por parte de residentes locales  $i^*$  y el riesgo país  $\rho^2$ . La ecuación es la siguiente:

$$FC = FC[i - i^* + \rho]$$

- 
2. El riesgo país asociado es una medida de la probabilidad de que un país incumpla las obligaciones financieras correspondientes a su deuda externa. La medición del riesgo país se hace a través del diferencial de rendimiento entre un conjunto de bonos soberanos de un país determinado (emitidos en dólares) y un conjunto de bonos soberanos de los Estados Unidos, llamados Bonos del Tesoro. Los Bonos del Tesoro Americano se consideran que no tienen probabilidad de incumplimiento (cero riesgos), y el diferencial de rendimiento con los bonos soberanos de un país emergente expresa el riesgo de ese país respecto al no-riesgo. Este diferencial (también denominado *spread* o *swap*). En el mundo existen algunas calificadoras de riesgo que determinan el rating de cada país y esto lo realizan de acuerdo a algunas variables. Entre las calificadoras más importantes del mundo están Moody's, Standard & Poors (S&P) y Fitch IBCA. Con referencia a las variables se pueden relacionar el crecimiento actual y proyectivo, situación fiscal, sostenibilidad de la deuda externa, situación externa, nivel de reservas internacionales, inflación actual, estructura y estabilidad social, estructura y estabilidad política. En este momento la deuda pública de Colombia tiene un nivel de BB+ en Standard & Poors (S&P).

Un supuesto clave expresado a través de esta ecuación es el de expectativas estáticas, por ello la tasa de crecimiento del tipo de cambio nominal es cero. Además de este supuesto, la ecuación de acuerdo a Romer (2002) permite hacer las siguientes inferencias: “Si la movilidad del capital es perfecta, el valor de la balanza financiera es menos infinito cuando es menor que  $i^*$ , más infinito cuando  $i$  es mayor que  $i^*$ , y puede adoptar cualquier valor –ya que a los inversores les resulta indiferente tener activos de uno u otro país– cuando es igual a  $i^*$ ” (p. 222).

Esto significa que la curva que expresa los movimientos de divisas  $BP$  toma los siguientes valores:  $BP_1$  es horizontal para perfecta movilidad de capitales dado que  $[FC_{(•)} = \alpha]$ , como en el caso del modelo MF.  $BP_2$  tendrá pendiente positiva para imperfecta movilidad de capitales  $[FC_{(•)} > 0]$  y  $BP_3$  sería vertical para el caso de controles de capitales  $[FC_{(•)} = 0]$ , ver Gráfica 5.1. Lo que se expresa aquí es cómo influye el flujo de capitales en el producto.

$$\text{Ahora: } BP = \frac{h_0 Q^* - h_1 Q + h_1 P + h_2 [E - P]}{BC} + \frac{i - i^* - \rho}{FC}$$

$$\text{En equilibrio: } BP = 0 = \frac{h_0 Q^* - h_1 Q + h_1 P + h_2 [E - P]}{BC} + \frac{i - i^* - \rho}{FC}$$

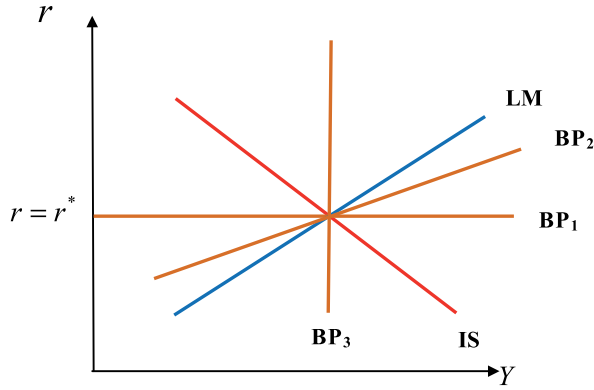
$$0 = BC[h_0 Q^* - h_1 Q + h_1 P + h_2 [E - P]] + FC[i - i^* - \rho]$$

Diferenciando en equilibrio:

$$0 = h_0 BC_{Q^*} \partial Q^* + h_2 BC_{(E-P)} \partial E - h_2 BC_{(E-P)} \partial P - h_1 BC_Q \partial Q + FC_{(•)} \partial i - FC_{(•)} \partial i^* - FC_{(•)} \partial \rho$$

$$BC_Q \partial Q - FC_{(•)} \partial i - h_2 BC_{(E-P)} \partial E = h_0 BC_{Q^*} \partial Q^* - h_2 BC_{(E-P)} \partial P - FC_{(•)} \partial i^* - FC_{(•)} \partial \rho$$

**Gráfica 5.1. Modelo IS-LM-BP. Tipo de cambio flexible.  
 Posición de la curva de Balanza de Pagos BP**



El resultado de las tres ecuaciones diferenciadas se expresa a continuación:

**IS**

$$\begin{aligned} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \partial Q + (a + b) I_i \partial i - h_2 BC_e \partial E = -cC_{(Q-T)} \partial T + \partial \bar{A} + c^f I_{(Q-T)^f} \partial (Q - T)^f + \\ + dI_{PMK^r} \partial PMK^E + h_0 BC_Q \partial Q^* - h_2 BC_e \partial P \end{aligned}$$

**LM**

$$vL_Q \partial Q - fL_i \partial i = -M_r \partial P + M_M \partial M$$

**BALANZA DE PAGOS**

$$BC_Q \partial Q - FC_{(*)} \partial i - h_2 BC_{(E-P)} \partial E = h_0 BC_Q \partial Q^* - h_2 BC_{(E-P)} \partial P - FC_{(*)} \partial i^* - FC_{(*)} \partial \rho$$

En forma matricial:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & (a + b) I_i & -h_2 BC_{(E-P)} \\ vL_Q & -fL_i & 0 \\ BC_Q & -FC_{(*)} & -h_2 BC_{(E-P)} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \partial Q \\ \partial i \\ \partial E \end{bmatrix}}_X =$$

$$\begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{cccccccccc}
 -cC_{(Q-T)} & 1 & c^f I_{(Q-T)^f} & dI_{PMK^f} & h_0 BC_{Q^*} & -h_2 FC_{(E-P)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -M_p & M_M & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 BC_{Q^*} & -h_2 FC_{(E-P)} & 0 & -FC_{(\bullet)} & -FC_{(\bullet)} & 0
 \end{array} \right]
 \begin{array}{c}
 \partial T \\
 \partial \bar{A} \\
 \partial(Q-T)^f \\
 \partial PMK^E \\
 \partial Q^* \\
 \partial P \\
 \partial M \\
 \partial i^* \\
 \partial \rho
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{c}
 B \\
 Z
 \end{array}
 \end{array}$$

**A** es la matriz de coeficientes de variables endógenas, **X** el vector de variables endógenas, **B** la matriz de coeficientes de variables exógenas y **Z** el vector de variables exógenas.

El tercer paso es multiplicar por la matriz inversa de coeficientes de variables endógenas al sistema matricial y despejar así el vector de variables endógenas.

$$\begin{bmatrix} \partial Q \\ \partial i \\ \partial E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_{Q^*}] & (a+b)I_i & -h_2 BC_{(E-P)} \\ vL_Q & -fL_i & 0 \\ BC_Q & -FC_{(\bullet)} & -h_2 BC_{(E-P)} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} -cC_{(Q-T)} & 1 & c^f I_{(Q-T)^f} & dI_{PMK^f} & h_0 BC_{Q^*} & -h_2 FC_{(E-P)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -M_p & M_M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 BC_{Q^*} & -h_2 FC_{(E-P)} & 0 & -FC_{(\bullet)} & -FC_{(\bullet)} \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} \partial T \\ \partial \bar{A} \\ \partial(Q-T)^f \\ \partial PMK^E \\ \partial Q^* \\ \partial P \\ \partial M \\ \partial i^* \\ \partial \rho \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \partial Q \\ \partial i \\ \partial E \end{bmatrix} = A^{-1} BZ$$

El cuarto paso consiste en hallar la adjunta de la matriz de coeficientes de variables endógenas y su determinante y teniendo estos valores hallar el valor de la inversa, que no es más que multiplicar la adjunta por uno sobre el determinante. Los resultados son:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & (a+b)I_i & -h_2 BC_{(E-P)} \\ vL_Q & -fL_i & 0 \\ BC_Q & -FC_{(*)} & -h_2 BC_{(E-P)} \end{bmatrix}^{-1} =$$

Los resultados de las operaciones se presentan en el Anexo 2.

Si se desea conocer el movimiento de una variable exógena sobre el producto, la tasa de interés y la tasa de cambio nominal bajo tipo de cambio flexible solo se expresarían los coeficientes multiplicado por el cambio de la variable. Un ejemplo de esto sería:

### 5.1. Problemas y aplicaciones

¿Qué efecto tiene un aumento de los impuestos sobre el producto, la tasa de interés y la tasa de cambio nominal bajo tipo de cambio flexible? Para responder a esta pregunta con el sistema matricial se puede observar que el resto de variables exógenas se hacen iguales a cero. El resultado sería:

### 5.2. Respuesta al problema propuesto

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial i} \\ \frac{\partial E}{\partial i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{[fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] \times cC_{(Q-T)}}{[(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(*)}] [cC_{(Q-T)}]} \\ \frac{[fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] [cC_{(Q-T)}]}{\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = -\frac{[L_1 BC_{(E-P)}] \times c C_{(Q-T)}}{\Omega} < 0$$

$$\frac{\partial i}{\partial T} = -\frac{[(a+b)L_1 \times h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(*)}] c C_{(Q-T)}}{\Omega} < 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial T} = \frac{[L_1 \times h_2 BC_{(E-P)}] c C_{(Q-T)}}{\Omega} > 0$$

Sin tener en cuenta si existe perfecta, imperfecta o controles de capitales, es decir, sin tener en cuenta los valores de  $[FC_{(*)}]$ . El resultado final de un aumento de los impuestos en una economía abierta bajo tipo de cambio flexible es: Aumenta el ingreso, disminuye la tasa de interés nominal y el tipo de cambio nominal se deprecia. Esto se puede observar con los signos que toma la derivada parcial de cada una de las variables dependientes con respecto a los impuestos.

Ahora el ejercicio es mirar los valores que toma  $[FC_{(*)}]$  para determinar la perfecta, imperfecta y los controles de capitales. Este ejercicio pueden realizarlo los estudiantes que desean seguir avanzando en esta temática.



## **CAPÍTULO VI**

# **MODELO IS-LM PARA COLOMBIA. DETERMINANTES DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO. UNA APLICACIÓN EMPÍRICA EN STATA**

---



## 6. ELEMENTOS BÁSICOS PARA LA MODELACIÓN MACROECONÓMICA

Es normal que los estudiantes a nivel de pregrado no encuentren el sentido práctico de muchos de los modelos trabajados en las diferentes asignaturas, es decir, su aplicación. Es posible que no encuentren la razón de ver tantos contenidos de las áreas cuantitativas. Los cursos de pregrado están diseñados de buena forma iniciando desde los fundamentos, acompañados del uso de las matemáticas, hasta el uso de los instrumentos como las estadísticas y la econometría. Solo hasta cierto nivel, el estudiante logra entender que todos los modelos vistos en clases él puede trabajarlos, pero normalmente a nivel de pregrado no existen asignaturas en donde puedan darse dichos contenidos.

Las asignaturas de aplicación de las herramientas econométricas suelen llamarse a nivel de posgrados microeconometría o macroeconometría. En el caso de la microeconometría se trabaja con información de corte transversal, *pool de datos* o *data panel* y modelos con variable dependiente limitada [modelos logit, probit, tobit]. Los cursos de pregrado en el área de econometría solo logran ver *cross section* y algo de modelos de variable dependiente limitada<sup>1</sup>. Por ello muchos de los modelos vistos no pueden llevarse a la práctica. Se asume que en los posgrados se deben dar el resto de contenidos de la econometría.

Por su parte la macroeconometría usa como información las series de tiempo. Los programas de pregrado en buena forma ven algunos de los contenidos de series de tiempo, tales como: los componentes de las series, la metodología Box-Jenkins entre otros. Por ello se generan mucho más problemas en las aplicaciones de los cursos de macroeconomía del pregrado, por los niveles de complejidad en el uso de los instrumentos.

En el caso específico de la macroeconomía los diferentes modelos tales como:

---

1. Si los programas de pregrado son acuciosos en sus diseños curriculares y solo atienden los requerimientos de las pruebas de Estado, para el caso colombiano pruebas ECAES o SABER PRO hoy día, sus contenidos quedarían solo en conocimientos de estadística y corte transversal.

Baumol-Tobin [Modelo de demanda de dinero], Cagan [Modelo de Hiperinflación], Curva de Phillips [Modelo de Inflación y Desempleo], IS-LM [Modelo de demanda agregada], el modelo de Dornbusch [Overshooting o sobrerreacción], no se pueden realizar las aplicaciones porque debe dársele un tratamiento a las series de tiempo<sup>2</sup>.

Por todo lo anterior este acápite pretende darle una aplicación en el área de la macroeconomía a uno de estos modelos como lo es el *IS-LM*. Este contendrá el tratamiento econométrico con el uso del software STATA®. Se buscará de la forma más didáctica posible que a través de su contenido el lector tenga múltiples herramientas de las series de tiempo y esto le permita realizar sus modelos.

### 6.1. Elementos teóricos

Cuando se estudia el modelo *IS-LM* y específicamente de economía abierta y pequeña, se encuentra que la *IS* está en función de variables tales como: el consumo, la inversión, el gasto público y las exportaciones netas. Estas variables en equilibrio son el Producto Interno Bruto de un país, es decir, son los determinantes del crecimiento de la economía.

En términos específicos, el consumo está en función del ingreso doméstico y la tasa de interés real interna, la inversión está en función de la tasa de interés real y si se hace referencia al modelo M-F esta depende de la tasa de interés del país grande. El gasto público está dado en la economía y las exportaciones netas están en función de ingreso doméstico, la tasa de cambio real y el ingreso externo. En términos formales la *IS* podría expresarse de la siguiente manera:

$$IS \Rightarrow y = f \left[ \begin{matrix} r, & g, & q, & y^* \\ - & + & + & + \end{matrix} \right] \quad (6.1)$$

---

2. Cuando se expresa que debe dársele un tratamiento a las series de tiempo es porque se deben extraer los componentes como la tendencia, ciclo, estacionalidad y el componente irregular. Como algunos son modelos multivariados, hay que ver los problemas de estacionariedad, cointegración, causalidad, entre otros.

La función expresada es la IS en términos logarítmicos. La  $y$  es el logaritmo del ingreso,  $g$  es logaritmo del gasto público,  $q$  es el logaritmo de la tasa de cambio real,  $y^*$  es logaritmo del ingreso externo. Estas dos últimas variables son las determinantes de las exportaciones netas.

Por su parte el equilibrio en el mercado de dinero expresado a través de la LM se puede escribir formalmente de la siguiente manera:

$$LM \Rightarrow [m - p] = f \left[ \underset{+}{y}, \underset{-}{i} \right] \quad (6.2)$$

La ecuación expresa que los saldos reales están en función del ingreso interno y de la tasa de interés nominal. Los efectos de dichas variables son positivos y negativos respectivamente sobre los saldos reales.

Para la implementación de este modelo se tiene en cuenta el cumplimiento de la condición Marshall-Lerner y el no cumplimiento de la curva  $J^3$ . Hay que aclarar que la tasa de interés no está en logaritmo.

## 6.2. Tratamiento estadístico y econométrico del modelo IS-LM

Como todo análisis macroeconómico primero se procedió a graficar las series originales para tener idea sobre los componentes de esta. Las series de tiempo se pueden descomponer y realizar dos tipos de análisis: el determinístico y estocástico. Los componentes determinísticos son la tendencia, el ciclo y la estacionalidad y el componente aleatorio es el irregular.

Para realizar cualquier estimación o proceso con series de tiempo utilizando el programa STATA® se debe inicialmente determinar las variables como va-

---

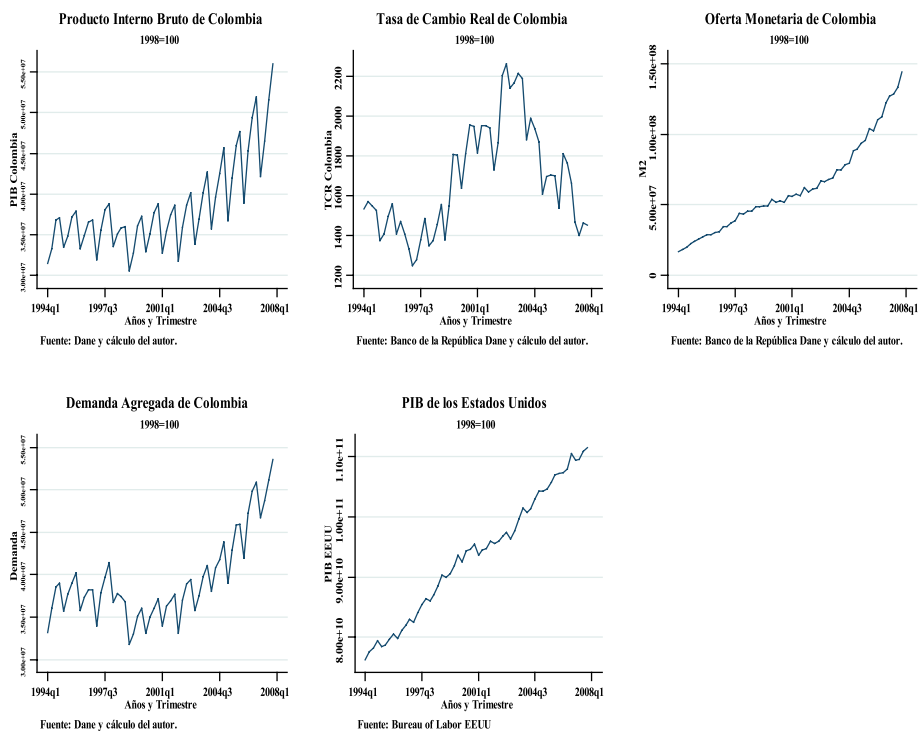
3. La condición Marshall-Lerner es aquella que expresa: la suma de las elasticidades de exportaciones e importaciones son mayores que uno. Por ello, cada vez que aumente la tasa de cambio real las exportaciones aumentan mucho más que las importaciones. Por su parte la curva  $J$  expresa que en el tiempo, en la medida que caigan las exportaciones netas, por movimientos en la tasa de cambio, cuando aumenten las exportaciones netas, este crecimiento no será superior a su nivel inicial.

riables de tiempo. Esto se hace a través del comando *generate nombre que le daremos a la variable=yq(year, trimestre)*. La expresión *time* en este caso fue el nombre que se le dio a la variable que reconocerá el software como variable tiempo. Después del igual se escribe si el periodo es año, trimestre, meses o conjugaciones de la siguiente forma: *y* para año, *q* para trimestre, *m* para meses, *yq* año trimestre o cualquier otra combinación. Y, entre paréntesis el nombre de las variables como aparecen en la base de datos, separados por una coma.

Luego de generar la variable de tiempo se debe reconocer los periodos ya sean días, semanas, meses, trimestres, bimestres, años u otros a través del comando *tsset* (en STATA se escribe inicialmente *tsset* la variable creada de tiempo, coma y las expresiones en su orden *daily*, *weekly*, *monthly*, *quarterly*, *halfyearly*, *yearly*). Para este ejercicio como la serie es trimestral se utilizó el comando *tsset time, quarterly*.

Al reconocer las variables en el tiempo, se realizarán las gráficas de cada una de ellas, como se pueden ver a continuación utilizando el comando *twoway (tpline nombre de la variable)*. Luego se realizó la gráfica combinada de las series originales sin desestacionalizar utilizando el comando *graph combine*, previamente deben guardarse todas las gráficas creadas individualmente. En la Gráfica 6.1 puede observarse que a excepción de la *tcr* todas las variables presentan tendencia y al parecer presentan el componente cíclico y el componente estacional. Este puede ser indicador de la no estacionariedad de las variables.

**Gráfica 6.1. Comportamiento Histórico de la Serie. 1994-2007**  
**Serie Trimestral no desestacionalizada. 1998=100**



Fuente: Anexo 3

Después de graficar las series originales sin desestacionalizar se procedió a desestacionalizar las series. Téngase en cuenta que a todas las variables se les extrajeron los componentes de tendencia y el estacional, utilizando el programa X-12 ARIMA<sup>4</sup>. Obsérvese el suavizamiento de todas las variables aunque perduró el componente de tendencia (véase Gráfica 6.2).

4. El programa X-12 ARIMA fue realizado por la Bureau of censos de Estados Unidos y es utilizado por diferentes oficinas de estadística en el mundo, entre ellas el Departamento Nacional de Estadística de Colombia –DANE-. Para la desestacionalización este programa utiliza el método X11 detallado en Shiskin, Young y Musgrave (1967) y Dagum (1988). La metodología consiste básicamente en tres elementos. En primer lugar, modela la serie original por medio de la metodología Box-Jenkins –Modelo ARIMA-. En segundo lugar, extrapola la serie original un año en cada extremo con el modelo ARIMA que mejor ajuste y proyecte la serie. Y, en tercer lugar desestacionaliza la serie extendida utilizando promedios móviles. Ver en el Anexo 4 la programación arrojada por el software solamente para el M2 y la demanda agregada.

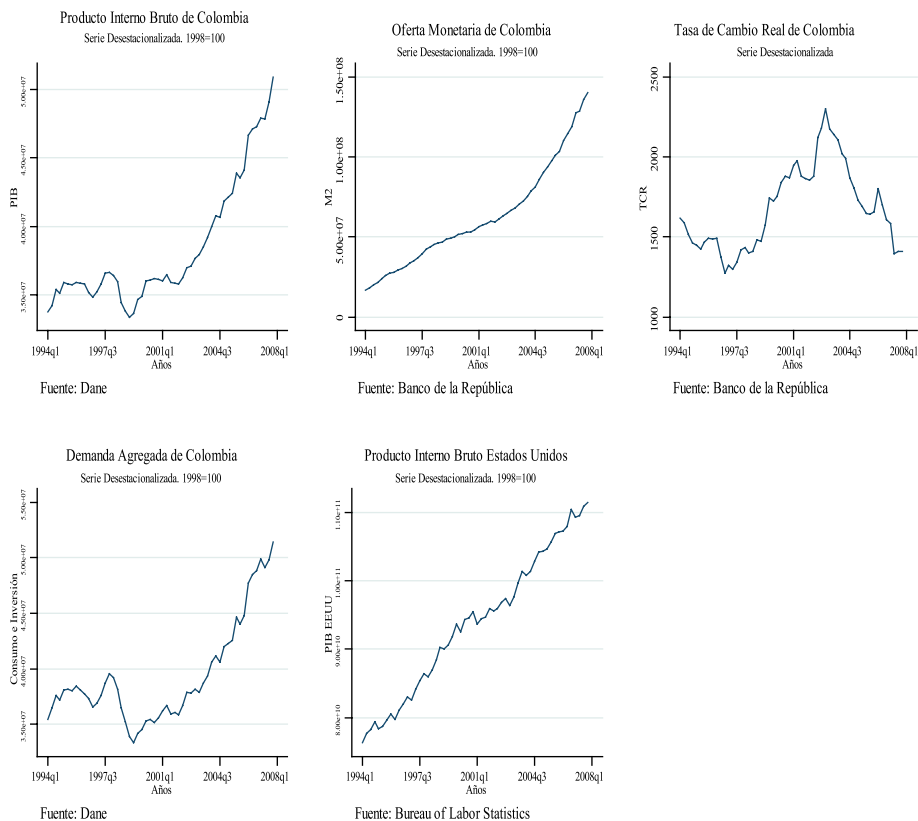
Las variables de las gráficas combinadas son: el Producto Interno Bruto de Colombia –PIB–, para esta variable se tomó la oferta agregada de la información que suministra el DANE; la Demanda Agregada, de esta variable se tomó el Consumo y la Inversión de la información suministrada por el DANE; La Oferta Monetaria, para este caso se tomó el M2, el cual está constituido por el M1 y los Cuasi-dineros<sup>5</sup>.

Además de las anteriores variables se tomó el Producto Interno Bruto de los Estados Unidos y la Tasa de Cambio Real –TCR–, esta última se obtuvo multiplicando la tasa de cambio nominal por el Índice de Precios al Consumidor de los Estados Unidos y dividiendo este producto por el Índice de Precios al Consumidor de Colombia. Como variable de la Tasa de Cambio Nominal se tomó la Tasa de Cambio Representativa del Mercado, esta información se obtuvo del Banco de la República –TRM–. Las variables para Colombia tales como el PIB, el M2, IPC y la TCR son series no desestacionalizadas. Las variables para Estados Unidos tales como el PIB y el IPC son series desestacionalizadas.

---

5 Son activos con menor liquidez. En Colombia, de acuerdo al Banco de la República estos activos son los siguientes: los depósitos o cuentas de ahorro en el sistema financiero, los certificados a término de los intermediarios financieros, tales como: bancos, corporaciones financieras y compañías de financiamiento comercial.

## Gráfica 6.2. Comportamiento Histórico de las Series. Series desestacionalizadas



### 6.2.1. Cointegración

La idea principal al estudiar el modelo IS-LM en este acápite, es mostrar la dinámica del modelo a largo plazo. Es importante por ello conocer ¿Cómo se ve afectado el PIB por las variables exógenas consideradas? Con este propósito se procedió primero a probar la existencia de *cointegración*.

Fue Granger (1981) el primero quien llamó la atención sobre las tendencias comunes de las series de tiempo. Como se expresó en el capítulo 3, se puede establecer desde el punto de vista económico que dos series están cointegradas, si en el tiempo o a lo largo de la senda hacia el equilibrio, se mueven en el

mismo sentido. De igual forma se puede definir de una manera simple como la relación existente entre variables en el largo plazo.

In the frequency domain, the conditions for co-integration of two series state that the two series move in a similar way, ignoring lags, over the long swings of the economy and in 'trend', although the idea of trend is rarely carefully defined and will here mean just the very low frequency component. Although the two series may be unequal in the short term, they are tied together in the long run<sup>6</sup> (Granger, 1981, p. 129).

Desde el punto de vista econométrico dos series están cointegradas “si cada elemento de un vector de la serie de tiempo  $X_t$ , se vuelve estacionaria después de una primera diferenciación, pero una combinación lineal de  $\alpha X_t$  ya es estacionaria, la serie de tiempo  $X_t$  se dice estar cointegrada con vector cointegrante  $\alpha$ ” (Engle & Granger, 1987, p. 251) [Traducción libre y espontánea del autor].

Para testear la existencia de cointegración de las series se seguirán los procedimientos de Engle y Granger (1987) y de Johansen, S. (1988, 1991).

#### *6.2.1.1. Procedimiento de Engle y Granger –EG– (1987)*

Este procedimiento es solamente aplicable a modelos uniecuacionales, los resultados por lo tanto varían de acuerdo a la variable que se tome como endógena. La clave del procedimiento es la estimación de los residuos y se asume solamente un vector de cointegración.

Para este procedimiento se siguen tres pasos. El primer paso consiste en determinar el orden de integración de cada una de las series del modelo. El segundo

---

6. Una posible traducción a este aparte es: En el dominio frecuente, las condiciones de cointegración de dos series establece que las series se mueven de forma similar, ignorando sus rezagos, a lo largo de todo el sendero del equilibrio de la economía y su tendencia, aunque la idea de la tendencia pocas veces se distingue con cuidado y aquí solo significaría el componente de muy baja frecuencia. Aunque dos series pueden ser diferentes en el corto plazo, pero estar unidos en el largo plazo (Granger, 1981, p. 129).

paso consiste en la especificación de relación de equilibrio de largo plazo y en el tercer paso se estiman los residuos y se prueba si estos son o no ruido blanco.

A continuación se procederá a realizar cada paso utilizando de igual forma el programa STATA®.

### Primer paso

Se realiza la estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios –MCO–. Se estima el modelo con las variables originales para conocer la significancia estadística de las variables exógenas. Todas las variables deben ser significativas y tener los signos correspondientes de acuerdo a la teoría económica. En sí, se estaría mirando la relación de equilibrio de las variables en el largo plazo.

Si las variables no son significativas y no tienen los signos correspondientes a la teoría económica se procede a transformarlas.

Se estimó la variable PIB de Colombia (*pibcol*) con respecto a la Tasa de Cambio Real de Colombia (*tcr*), la Oferta Monetaria de Colombia (*M2*), la Demanda Agregada de Colombia (Consumo + Inversión) y el PIB de los Estados Unidos (*pibeu*).

Modelo matemático:

$$y = f \left[ \underset{+}{tcr}, \underset{+}{m2}, \underset{+}{demanda}, \underset{+}{pibeu} \right] \quad (6.3)$$

Dada la anterior función se puede establecer que las derivadas parciales mostrarían un efecto positivo de todas las variables.

$$\partial y = f_{tcr} \partial tcr + f_{m2} \partial m2 + f_{demanda} \partial demanda + f_{pibeu} \partial pibeu$$

## Modelo Econométrico a largo plazo

### Modelo Lin-Lin

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 tcr_t + \beta_2 m2_t + \beta_3 demanda_t + \beta_4 pibeu_t + e_t \quad (6.4)$$

Con respecto a los signos esperados se analizará el efecto de cada uno de ellos. Sobre la Tasa de Cambio Real de Colombia se espera en términos macroeconómicos que si se presentase una devaluación o depreciación del tipo de cambio las exportaciones netas aumenten, al aumentar las exportaciones la demanda agregada aumenta y el Producto Interno Bruto aumenta. Aquí opera la condición *Marshall-Lerner* la cual considera que el efecto sobre las exportaciones netas ante cambios en el tipo de cambio sea siempre positivo.

Aunque las variaciones del tipo de cambio nominal pueden presentar dos efectos: el efecto sustitución y el efecto ingreso. El primero se puede observar cuando ante aumentos en el tipo de cambio posibilita la sustitución de bienes y servicios y si no es posible sustituirlos opera el efecto ingreso, es decir, ante aumentos en los precios relativos se presenta una pérdida en el poder de compra.

La oferta monetaria al igual que la tasa de cambio real su efecto es positivo o nulo, es decir, se considera la no neutralidad del dinero en algunos casos y en otros el dinero es neutral. La no neutralidad del dinero se puede considerar cuando la economía tiene tipo de cambio flexible.

La dinámica bajo tipo de cambio flexible es la siguiente: La oferta monetaria hace que disminuyan los tipos de interés, se presenten movimientos de capitales, en este caso salidas de capitales. Dichas salidas de capitales hacen que la cantidad de moneda extranjera –dólares– en la economía disminuya y su precio aumente. Todos estos movimientos en la economía permiten pensar sobre la existencia de *causalidad*. Aunque no se tratará en estos momentos,

pero cuando se especificuen los modelos VAR se tratará la *causalidad en el sentido de Granger*.

Para determinar el efecto del PIB de los Estados Unidos sobre el PIB de Colombia se mirará cuál es el comportamiento del comercio bilateral.

La participación promedio de las exportaciones de Colombia hacia Estados Unidos fue 39,9 % entre 1991 y 2004... Las exportaciones por sectores hacia los Estados Unidos –según la Clasificación Internacional Industrial Uniforme (CIIU)–, tradicionalmente se han concentrado en extracción de petróleo crudo y de gas natural, producción específicamente agrícola, fabricación de productos de refinación de petróleo, extracción y aglomeración de hulla (carbón de piedra) e industrias básicas de metales preciosos y de metales no ferrosos. Estos cinco sectores abarcan el 76,8 % de las exportaciones a dicho país y equivalen a US\$ 5.000 millones (Álvarez, *et al.*, 2005, pp. 4-6).

De acuerdo al estudio realizado por Álvarez *et al.* (2005) existe una gran dependencia del comercio exterior colombiano en términos del mercado de los Estados Unidos. Alrededor del 40% de las exportaciones totales de Colombia llegan a Estados Unidos. Por lo anterior se puede establecer qué movimientos del ingreso de los Estados Unidos pueden tener efectos positivos sobre la economía colombiana.

Estimación

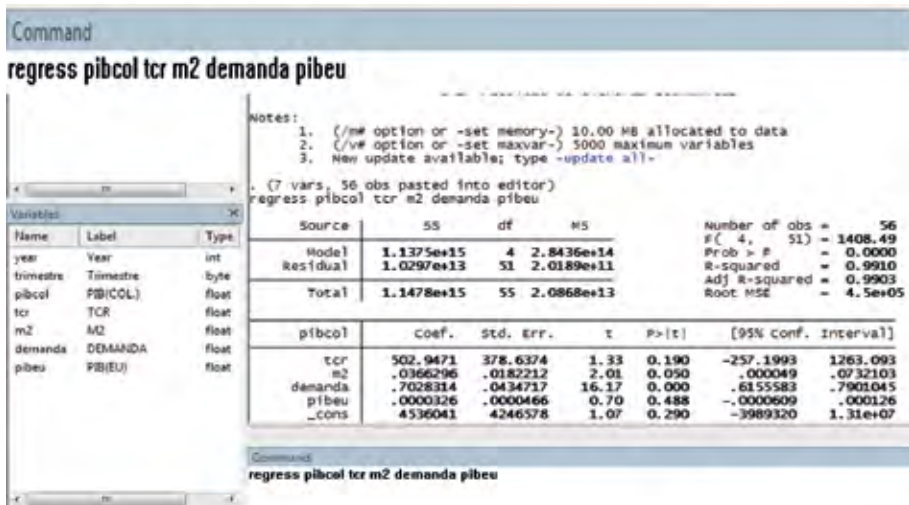
$$\hat{y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 tcr_t + \hat{\beta}_2 m2_t + \hat{\beta}_3 demanda_t + \hat{\beta}_4 pibeu_t \quad (6.5)$$

A continuación se mostrarán los resultados utilizando el software STATA® (ver Figura 6.1). Se utiliza el comando *regress* para estimar el modelo del PIB de Colombia (*pibcol*) como variable endógena y la Tasa de Cambio Real de Colombia (*tcr*), la Oferta Monetaria de Colombia (*M2*), la Demanda Agregada de

Colombia (*demanda*) y el PIB de los Estados Unidos (*pibeu*) como variables exógenas. Todas las variables se desestacionalizaron utilizando el programa X-12 ARIMA.

Los resultados muestran que las variables *pibeu* y *tcr* no son significativas, aunque arrojó los signos esperados, todos positivos.

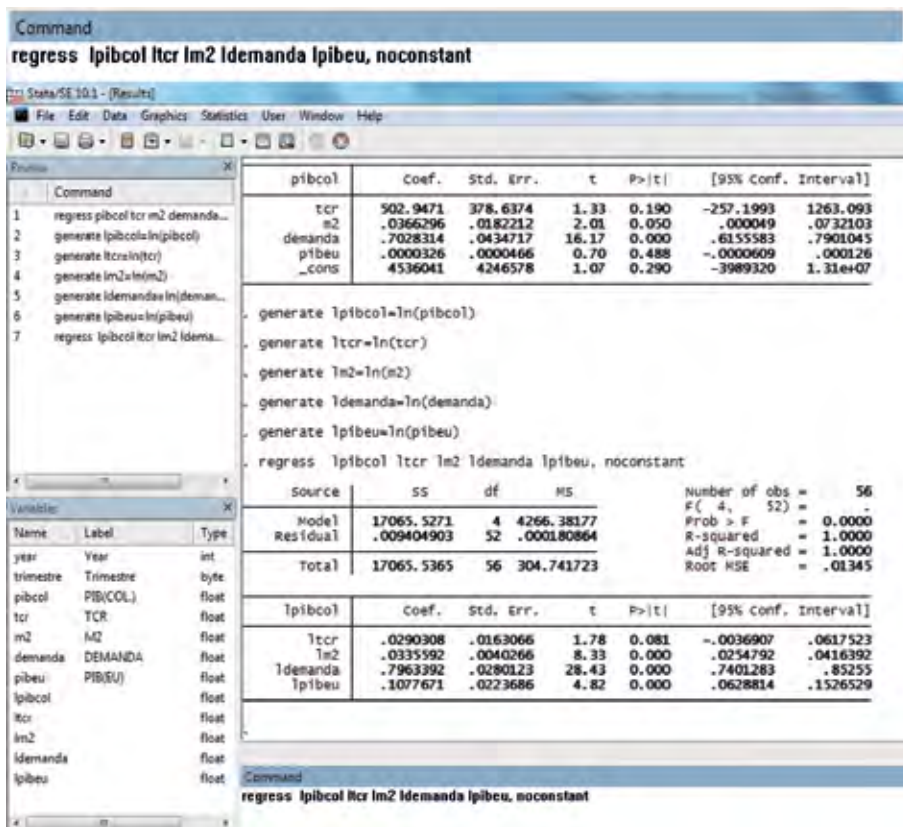
Figura 6.1



Dado la no significancia estadística de algunas variables, se procedió a estimar varios modelos y se encontró que el modelo logarítmico sin constante arrojó los mejores resultados. Todas las variables significativas y los signos esperados. Se presenta a continuación el modelo econométrico y los resultados en STATA®.

Para mostrar los resultados en STATA® es preciso establecer que se transformaron todas las variables a logaritmo natural utilizando el comando *generate* como se aprecia en la foto de STATA® (ver Figura 6.2). Además no se utilizó la constante, para ello se agregó la expresión *noconstant*. Ahora estas variables son consideradas como *elasticidades*.

Figura 6.2



$$\text{Modelo: } \ln(y_t) = \beta_1 \ln(tcr_t) + \beta_2 \ln(m2_t) + \beta_3 \ln(demanda_t) + \beta_4 \ln(pibeu_t) + e_t$$

Modelo estimado:

$$\ln(y_t) = 0.0290 \ln(tcr_t) + 0.0335 \ln(m2_t) + 0.7963 \ln(demanda_t) + 0.1077 \ln(pibeu_t)$$

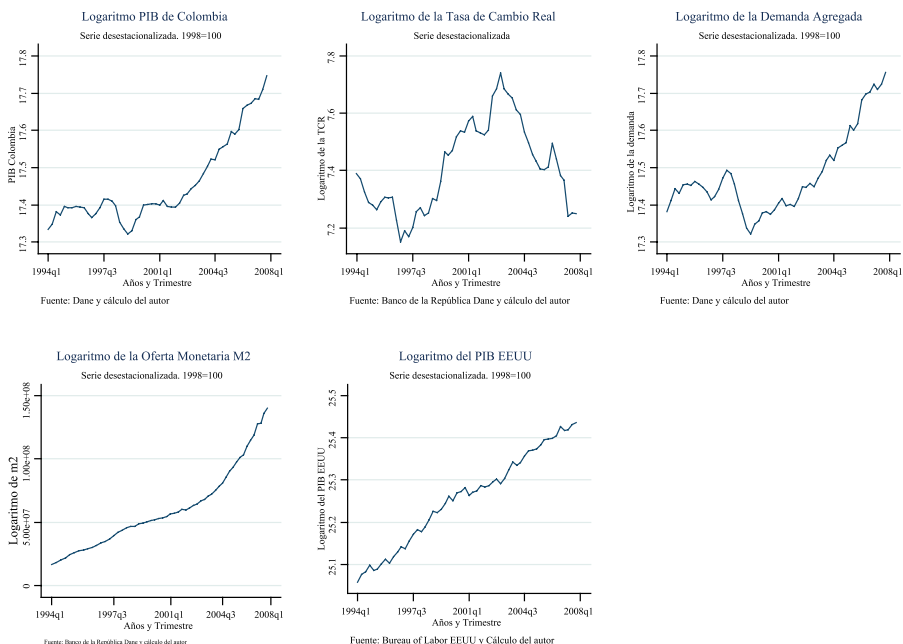
Los resultados muestran que la mayoría de variables son significativas al 1 %, 5 % y 10 %, exceptuando la *tcr* la cual es significativa al 8 %. Se debe tener cuidado cuando se observa el resultado del coeficiente de determinación. Recuérdese, la estimación se realizó a través del origen. Cuando se realiza esta estimación el coeficiente de determinación no se calcula de la misma forma,

puede dar negativo y de hecho recibe otro nombre<sup>7</sup>. “A pesar de que este  $r^2$  simple satisface la relación  $0 < r^2 < 1$ , no es directamente comparable con el  $r^2$  convencional. Por esta razón, algunos autores no presentan el valor  $r^2$  con intersección nula” (Gujarati, 2010, p. 162).

Después de conocer la significancia estadística y corroborar que los signos de cada variable estuvieran acorde a la teoría económica se procedió a graficar cada variable, ahora transformadas para conocer el comportamiento de cada una de ellas y tener una primera idea de si son o no *estacionarias* (ver Gráfica 6.3).

La transformación de la serie se puede determinar técnicamente utilizando la metodología expuesta por Box-Cox la cual sirve para estacionarizar la varianza.

**Gráfica 6.3. Comportamiento Histórico de la Serie  
Series desestacionalizadas. 1998=100**



7. Al estimarse el modelo sin constante, estadísticos como el  $R^2$  se calcula de diferente forma. Por ello no se tuvo en cuenta este estadístico para el análisis de la salida.

Guerrero al respecto plantea que: Con el fin de volver estacionaria la serie, lo primero que se podría hacer sería utilizar una transformación estabilizadora de la varianza... dicho método sugiere elegir la potencia lambda  $\lambda$  de tal manera que se satisfaga la relación (pp. 108-109).

$$\text{Constante} = k = \frac{\sigma_t}{\mu_t^{1-\lambda}}; \text{ para } t = 1, 2, 3, \dots, N$$

Donde:

$\sigma_t$  = Desviación estándar

$\mu_t^{1-\lambda}$  = Media

Al aplicar la metodología Box-Cox para estacionalizar la varianza los resultados arrojaron que se debía transformar a través del logaritmo natural.

Todas las series presentadas en este trabajo por su naturaleza son consideradas como procesos estocásticos o aleatorios. Estos se definen como una sucesión de variables aleatorias ordenadas en el tiempo. Una forma de clasificación de procesos estocásticos en series de tiempo es: puramente aleatorio o ruido blanco, paseo aleatorio y paseo aleatorio con deriva. A la primera se le considera como proceso estocástico estacionario y a las dos restantes como procesos no estacionarios.

Ruido blanco se define como un proceso con media y covarianza cero y varianza constante.

$$\text{Media: } E[u_t] = 0$$

$$\text{Varianza: } \text{var}[u_t] = E[u_t - \mu]^2 = \sigma^2$$

$$\text{Covarianza: } E[u_t u_j] = 0, \forall i \neq j$$

Paseo aleatorio –*random walk*– se define como un proceso distribuido de la siguiente forma:

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t, \text{ donde } e_t \text{ es ruido blanco.}$$

Como se puede observar el valor de  $Y_t$  depende de las perturbaciones aleatorias. Lo que se puede asumir es que se desconoce el rumbo que tomará la serie.

Paseo aleatorio con deriva “*random walk with drift*” se define como un proceso distribuido de la siguiente forma:

$$Y_t = \alpha + Y_{t-1} + e_t, \text{ donde } e_t \text{ es ruido blanco y } \alpha \text{ es constante.}$$

Otras formas de clasificación de los procesos aleatorios son dos: La primera es según la estructura del conjunto paramétrico –el subíndice que determina el tiempo–, este puede ser continuo o discreto y de los posibles valores que pueda tomar la variable aleatoria. Según la estructura y del posible valor se pueden clasificar en procesos: cadena, proceso puntual, sucesión de variables aleatorias y proceso continuo.

La segunda clasificación se realiza de acuerdo a las características probabilísticas de la variable aleatoria. Se pueden clasificar en: procesos estacionarios, procesos homogéneos, procesos markovianos, procesos de Gauss y procesos de incrementos independientes entre otros. En este trabajo nos interesan los procesos estocásticos estacionarios.

Los procesos aleatorios estacionarios se clasifican en dos: débilmente estacionarios o estrictamente estacionarios.

Gujarati (2010) define los procesos débilmente estacionarios como: “*En términos generales, se dice que un proceso estocástico es estacionario si su media y su*

varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos depende solamente de la distancia o rezago entre dos periodos de tiempo y no del tiempo en el cual se ha calculado la covarianza” (p. 773).

$$\text{Media : } E[Y_t] = \mu$$

$$\text{Varianza : } \text{var}[Y_t] = E[Y_t - \mu]^2 = \sigma^2 = \gamma_0$$

$$\text{Covarianza : } E[Y_t - \mu][Y_{t+k} - \mu] = \gamma_1, \text{ si } k = 1$$

Ahora se procederá a testear si las series individualmente son estacionarias y además se presentarán todas las estadísticas básicas. Para ello se utilizará las pruebas Dickey-Fuller GLS [DF-GLS], Dickey-Fuller (Dickey & Fuller, 1979, 1984; Said & Dickey, 1984) y Phillips and Perron (1988).

La prueba DF-GLS permite determinar el número adecuado de rezagos de cada serie. Esta prueba lleva a cabo una modificación de la prueba t de Dickey-Fuller para una raíz unitaria en que las series han sido transformadas por una regresión de mínimos cuadrados generalizados. DF-GLS se realiza primero porque las pruebas Dickey-Fuller Aumentada y Phillips Perron se realizan utilizando rezagos, se tendría que probar con varios rezagos para encontrar el número de rezagos adecuados. Como STATA® tiene incorporada esta prueba se evita tal procedimiento.

### Pruebas de raíces unitarias

Wooldridge, J. (2001) considera que la forma más simple de probar si hay una raíz unitaria es utilizando un modelo Autorregresivo de orden 1, AR(1).

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + e_t, t = 1, 2, \dots,$$

Se debe tener en cuenta que el valor esperado de los residuos dado la variable en el tiempo se igual a cero o  $E(e_t / y_t) = 0$ .

Dada la condición para  $y_t$  y si:

$$\alpha = 0 \text{ y } \rho = 1$$

Entonces,  $y_t = \rho y_{t-1} + e_t, t = 1, 2, \dots$ , es un proceso de raíz unitaria sin deriva. Este modelo así especificado es puramente aleatorio.

$$\text{Si } \alpha \neq 0 \text{ y } \rho = 1$$

Entonces,  $y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + e_t, t = 1, 2, \dots$ , es un proceso de raíz unitaria con deriva, o intercepto (*drift*). Este modelo tiene un componente determinístico, el cual es el intercepto.

Otro posible modelo sería  $y_t = \alpha + \beta T + \rho y_{t-1} + e_t, t = 1, 2, \dots$ , es un proceso de raíz unitaria con deriva y tendencia. Este modelo tiene dos componentes determinísticos, el intercepto y la tendencia. Todos los modelos especificados presentan diferentes comportamientos. Es siempre bueno que se establezcan estas especificaciones.

Las hipótesis planteadas serían:

$$H_0: \rho = 1$$

$$H_1: \rho < 1$$

La  $H_0: \rho = 1$  plantea que la serie es ruido blanco contra la alternativa  $H_1: \rho < 1$ , la serie no es ruido blanco. Para cambiar la forma de realizar esta prueba de hipótesis y poder probar si la serie tiene una raíz unitaria, es decir, si existe una relación entre el incremento de cada valor y su inmediato anterior, integrada de orden uno o no existe dicha relación, es decir, la serie es estacionaria o integrada de orden cero se debe cambiar la ecuación.

Una ecuación conveniente para realizar la prueba de raíz unitaria es restar  $y_{t-1}$  de ambos lados de la ecuación y definir  $\theta = \rho - 1$ .

$$y_t - y_{t-1} = \alpha + \rho y_{t-1} - y_{t-1} + e_t$$

$$\Delta y_t = \alpha + [\rho - 1]y_{t-1} + e_t \Rightarrow \Delta y_t = \alpha + \theta y_{t-1} + e_t$$

La letra griega  $\Delta$  representa  $y_t - y_{t-1}$ , (el subrayado es mío)

... este es un modelo dinámicamente completo y por tanto parece apropiado probar  $H_0: \theta = 1$  contra  $H_1: \theta < 1$ . El problema es que bajo  $H_0$ ,  $y_{t-1}$  es  $I(1)$  y entonces el teorema del límite central que garantiza la distribución normal estándar asintótica del estadístico  $t$  no se aplica: el estadístico  $t$  no tiene distribución normal estándar aproximada ni siquiera en muestras grandes (Wooldridge, 2001, p. 579).

Ahora se testea si la serie es integrada de orden uno, tiene una raíz unitaria  $H_0: \theta = 0$ , es decir  $\rho = 1$  o integrada de orden cero  $H_0: \theta < 0$ ,  $\rho < 1$ , La hipótesis nula se rechaza para valores de la  $t$  del estimador de  $y$  en la regresión auxiliar,  $t(y)$ , suficientemente negativos.

Para realizar la primera prueba en STATA® se utiliza el comando *dfgls* seguido del nombre de la variable (ver Figura 6.3). Para testear el logaritmo natural del PIB de Colombia se utilizó *dfgls lpibcol*. Los resultados muestran que el logaritmo del PIB de Colombia los *Lag* o rezagos óptimos son 9, dado que este presenta la menor Raíz del Error Cuadrático Medio –RMSE– con su sigla en inglés, igual a 0,226863 de acuerdo al criterio *Schwert*, el mínimo es 4 rezagos. Se realizaron los mismos procedimientos para todas las variables y sus resultados se encuentran en el Cuadro 6.1.

### Prueba de Dickey-Fuller –DF- (1979)

La hipótesis nula de este test no es si la serie es ruido blanco sino si la serie tiene una raíz unitaria, es decir, si no existe relación entre el incremento de cada valor y el inmediato anterior la serie es estacionaria o integrada de orden cero  $I(0)$ , si existe dicha relación se dice que la serie tiene raíz unitaria  $I(1)$ . Los tipos de relación lineal pueden ser (sin origen, con origen o con tendencia).

Los autores Dickey y Fuller –DF–

*... consideran los modelos autorregresivos*

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t, t = 1, 2, \dots,$$

*Donde  $Y_t = 0$ ,  $\rho$ , es un número real, y  $\{e_t\}$  es una secuencia de variables aleatorias independientes normales con media cero y varianza  $\sigma^2$  [i.e.,  $e_t \sim NID(0, \sigma^2)$ ].*

*La serie de tiempo  $Y_t$  converge (cuando  $t \rightarrow \infty$ ) a una serie de tiempo estacionaria si  $|\rho| < 1$ . Si  $|\rho| = 1$  la serie de tiempo no es estacionaria y la varianza de  $Y_t$  es  $t\sigma^2$ . Las series de tiempo con  $|\rho| = 1$  algunas veces son llamadas paseo aleatorio. Si  $|\rho| = 1$  la serie de tiempo no es estacionaria y la varianza de las serie de tiempo crece exponencialmente cuando  $t$  se incrementa...*

Además del modelo enunciado DF investigan los siguientes modelos [el subrayado es mío]:

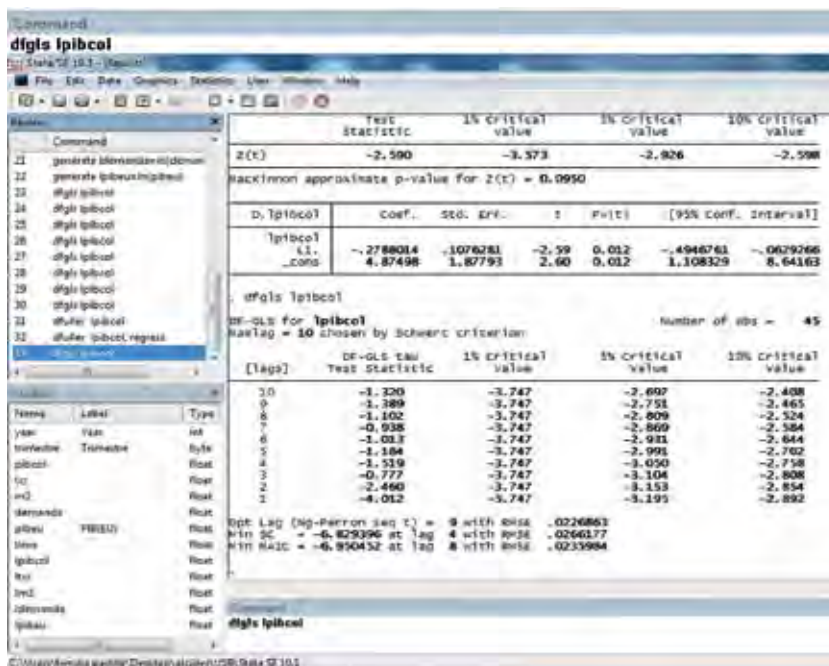
$$Y_t = \mu + \rho Y_{t-1} + e_t, t = 1, 2, \dots,$$
$$Y_0 = 0$$

*y el modelo*

$$Y_t = \mu + \beta t + \rho Y_{t-1} + e_t, t = 1, 2, \dots,$$
$$Y_0 = 0$$

[Traducción libre y espontánea] Dickey y Fuller (1979, pp. 427 y 428).

Figura 6.3



### Prueba de Dickey-Fuller Aumentada –DFA–<sup>8</sup>

Esta prueba es una versión ampliada de la prueba –DF–, sirve para modelos más complicados y esto es posible si se aumentan los rezagos de la regresión, se realiza con el fin de eliminar cualquier correlación serial en la serie diferenciada, no corregida con la prueba –DF–. Las pruebas de hipótesis realizadas y las reglas de rechazo son las mismas. La ecuación de la regresión de la prueba –DFA– es:

$$\Delta Y_t = \mu + \beta t + \rho Y_{t-1} + \gamma \sum_{i=1}^p Y_{t-i} + e_t$$

8. Últimamente han sido propuestos métodos para detectar la raíz unitaria en series de tiempo autorregresivas y media móvil autorregresivas. La presencia de raíz unitaria indica que las series no son estacionarias pero que diferenciándola se convertiría en estacionaria... En este paper nosotros desarrollamos un test de raíz unitaria el cual se basa en una aproximación de un modelo Autorregresivo Media Móvil a una autorregresión. Traducción libre y espontánea (Said & Dickey, 1984, p. 599).

En STATA® la prueba Dickey-Fuller se realiza a través del comando *dfuller* nombre de la variable, *regress* (ver Figura 6.4). Observamos que el coeficiente que acompaña al rezago de la variable *lpibcol* es estadísticamente diferente de cero, el *p-value* asociado a su test de significancia individual es menor a 0.05. Sin embargo, para este test no se puede utilizar la distribución *t-student* para hacer inferencia. La primera tabla muestra el estadístico calculado, los valores críticos, y el *p-value*. De esto podemos concluir que no se rechaza la hipótesis de raíz unitaria de la serie *lpibcol*.

### **Prueba de Phillips-Perron –PP- (1988)**

Esta prueba al igual que la –ADF–, su hipótesis se realiza sobre  $\rho = 1$ , pero se diferencia de esta porque la regresión a estimar no presenta términos de diferencias retardados. El procedimiento utilizado por –PP– es estimar por MCO y luego el estadístico *t* del coeficiente  $\rho$  es corregido. La hipótesis nula  $H_0$  del test de Phillips-Perron es la trayectoria de raíz unitaria con tendencia y la alternativa la estacionariedad con tendencia.

El presente paper extiende el estudio de Phillips (1987) para los casos donde (a) una deriva, y (b) una deriva y una tendencia lineal son incluidas en la especificación. Esta extensión es importante para aplicaciones prácticas, donde la presencia de la deriva es muy común.

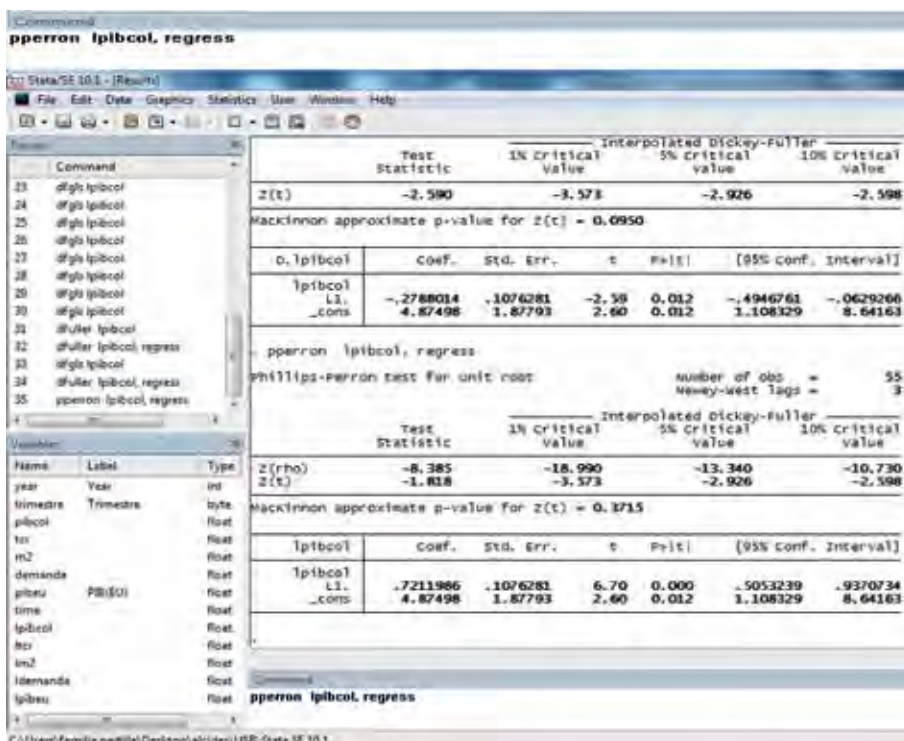
Por otra parte, en muchos casos y, particularmente, con series de tiempo económicas, la principal alternativa competente para la presencia de raíz unitaria es una tendencia en el tiempo lineal determinística. Es por tanto importante tener en cuenta esta posibilidad para los test de raíces unitarias (Phillips-Perron, 1988, p. 336) [Traducción libre y espontánea].

La prueba de –PP– se puede realizar en STATA® a través del comando *pperron* nombre de la variable, *regress* (ver Figura 6.5). Observamos que el coeficiente que acompaña al rezago de la variable *lpibcol* es estadísticamente diferente de



rron sería ligeramente preferible si los errores están autocorrelacionados; también en el caso de errores heteroscedásticos si el tamaño muestral es elevado” (Anchuelo, 1993, p. 156).

Figura 6.5

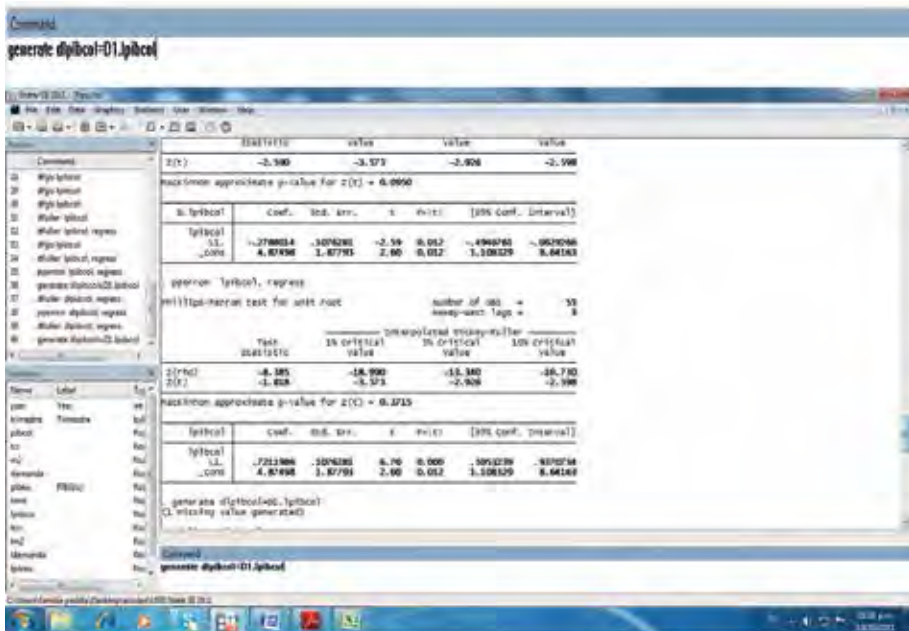


## Diferenciación

Luego de realizar los test para probar raíz unitaria en cada una de las series transformadas a logaritmo natural y encontrar que estas son integradas de orden uno se procedió a diferenciar las series, de acuerdo al procedimiento de -EG- [ver Cuadro 6.1]. Esto con el fin de estacionalizar la serie, elemento clave para probar cointegración, además para definir si se realiza un modelo Vectores Autorregresivos VAR o Vector Error Corrección VEC. En STATA® se realiza la diferenciación de la variable *lptbcol* utilizando el comando *generate nombre que deseamos darle a la variable*, y después de la coma *D1.pibcol*

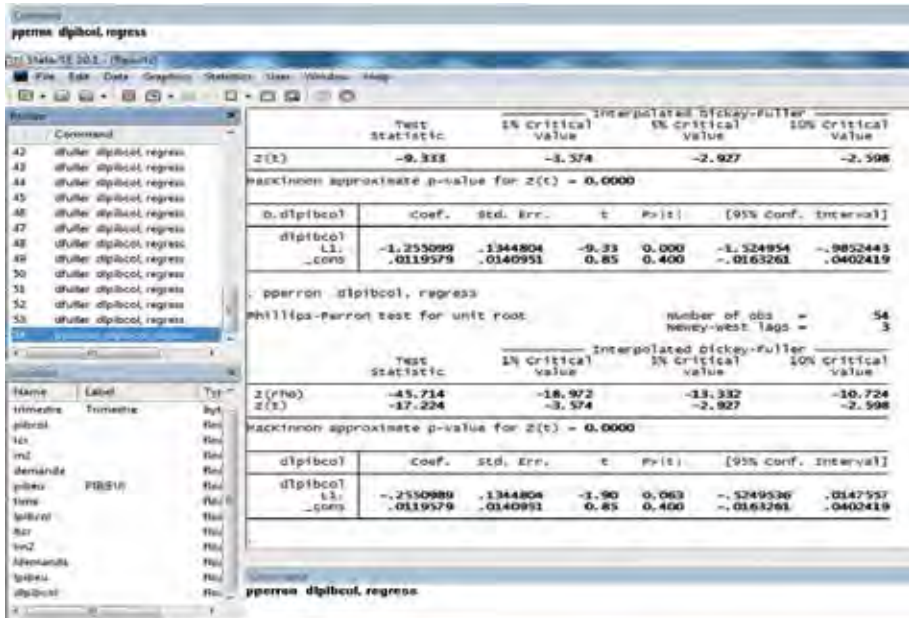
(ver Figura 6.6). Si se desea realizar un número mayor de diferenciaciones se debe determinar el número  $d=1,2,3,..n..$ . Así se procede para cada una de las variables del modelo. En el caso de este ejercicio realizado solo se necesitó diferenciar la serie.

**Figura 6.6**



Luego de diferenciar las series se realizaron nuevamente las pruebas. Dickey-Fuller, Dickey-Fuller Aumentada y Phillips-Perron. En la Figura 6.7 se observa el resultado de la prueba PP. Ambas pruebas dieron como resultado que las series son estacionarias, es decir, la primera diferenciación convirtió las series en estacionarias.

Figura 6.7



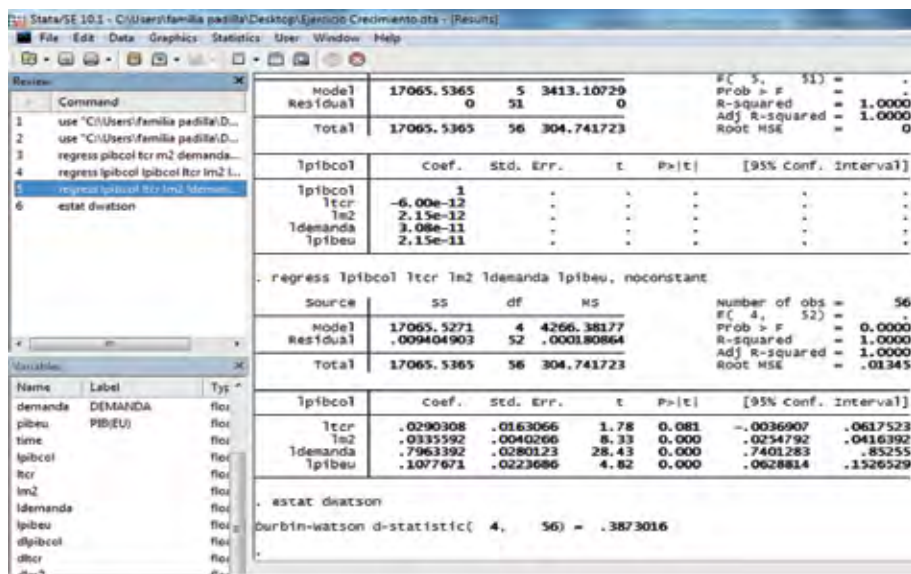
<b>Cuadro 6.1</b>										
<b>Estadísticos</b>	Logaritmo del PIB Colombia	Logaritmo del PIB Colombia (Primera Diferencia)	Logaritmo de Cambio Real	Logaritmo Tasa de Cambio Real (Primera Diferencia)	Logaritmo Oferta Monetaria M2	Logaritmo Oferta Monetaria (Primera Diferencia) M2	Logaritmo Demanda Agregada Colombia	Logaritmo Demanda Agregada (Primera Diferencia)	Logaritmo PIB Estados Unidos	Logaritmo PIB Estados Unidos (Primera Diferencia)
<b>Media</b>	17,4565	0,0074809	7,414098	(0,0025305)	17,81613	0,0384634	17,48171	0,006772	25,25818	0,0068803
<b>Desviación Estándar</b>	0,111996	0,0166552	0,1534266	0,0454318	0,5366186	0,0234864	0,1099711	0,0213555	0,1114922	0,0098162
<b>Dickey-Fuller GLS</b>										
Rezagos óptimos	9		7		9		9		8	
Rezagos mínimos [Criterio Schwarz]	4		1		4		1		4	
<b>Dickey-Fuller</b>										
Aproximación por MacKinnon	No	Sí	No	Sí	Sí	Sí	No	Sí	No	Sí
	2,221	(5,319)	(0,825)	(5,717)	(3,102)*	(4,552)	1,277	(5,212)	(0,844)	(9,139)
<b>Dickey-Fuller Aumentada</b>										
Aproximación por MacKinnon (tendencia, intercepto y rezago)	No	Sí	No	Sí	No	No	No	Sí	No	Sí
	(0,179)**	(4,570)**	(0,825)**	(4,243)**	(2,990)**	(2,915)**	(0,661)**	(4,697)**	(2,189)***	(7,358)**
<b>Phillips-Person</b>										
Aproximación por MacKinnon (tendencia, intercepto y rezago)	No	Sí	No	Sí	Sí	Sí	No	Sí	No	Sí
	0,06**	(5,880)**	(0,602)**	(5,754)**	(3,792)*	(4,443)**	(0,330)**	(5,606)**	(2,928)***	(9,145)**

Si no presenta ningún símbolo es significativo al 1 %, 5 % y 10 %.  
\* Significativo al 5 %, y 10 %, \*\* 1 rezago, \*\*\* 4 rezagos

## Segundo paso

El segundo paso consiste en la especificación de la relación de equilibrio de largo plazo. Las ecuaciones estimadas son las siguientes: Primero se realizó la estimación en niveles y con constante. Algunas variables no resultaron significativas. Luego se realizó la estimación utilizando la transformación logarítmica, sin constante, todas las variables resultaron significativas. De acuerdo a Granger y Newbold (1974), el resultado de estas estimaciones es espurio, dado un estadístico Durbin-Watson muy pequeño<sup>9</sup>. No se comparó con el coeficiente de determinación, porque este estadístico no corresponde al convencional. Para realizar este estadístico en STATA® se utilizó el comando *estat dwatson* (ver Figura 6.8).

Figura 6.8



## Tercer paso

En el tercer paso se estiman los residuos y se testea si los residuos estimados

9. El bajo valor de Durbin-Watson indica autocorrelación positiva de orden uno en los errores, no cointegración.

son “white noise” –ruido blanco– o son integrados de orden cero  $I(0)$ . El objetivo fundamental de este ejercicio es constatar la existencia de impactos entre las variables, para observar el cumplimiento de las predicciones establecidas en el modelo IS-LM. Por ello se procedió a transformar las series aplicándoles logaritmos y a verificar si las variables individualmente son *ruido blanco* o presentan *raíz unitaria*. Los resultados estimados con series no estacionarias son espurios. No tienen significado alguno.

En STATA® se realiza la predicción de los residuos con el comando *predict e, residual*. Se realiza la gráfica con el comando *twoway (tline e), ytitle(Residuos) ttitle(Años) title (Prueba Informal de Cointegración)*. De acuerdo a la Gráfica 6.4 los residuos son estacionarios. Las gráficas son un indicativo, pero debe recurrirse a las pruebas formales.

Para conocer si los residuos son estacionarios se debe realizar la siguiente regresión:

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1}$$

$\Delta \hat{e}_t$  → Primera diferencia de los residuos estimados.

$\hat{e}_{t-1}$  → Primer rezago de los residuos estimados.

Para generar el primer rezago y la primera diferencia de los residuos se utilizaron los comandos *generate nombre de la nueva variable=L1.nombre de los residuos* y *generate nombre de la nueva variable=D1.nombre de los residuos* respectivamente.

Para el ejercicio realizado se utilizaron los siguientes comandos en STATA®, *generate e\_1=L1.e* y *generate re=D1.e*. Luego se estimó el modelo cuyo resultado se muestra en la Figura 6.9.

Los resultados muestran que el parámetro asociado es estadísticamente significativo al 5 % y 10 %. Por lo tanto se rechaza la  $H_0$  de no cointegración.

Gráfica 6.4, Prueba Informal de Cointegración

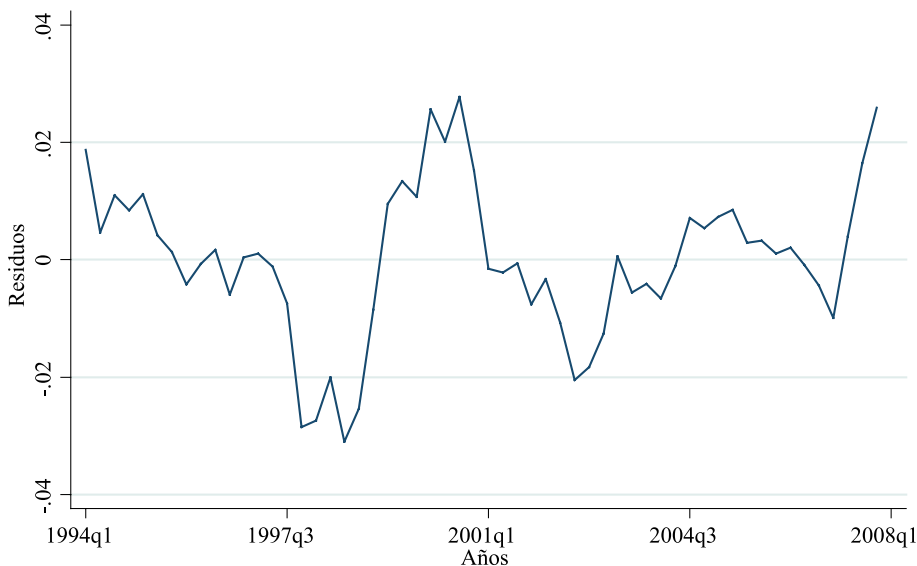
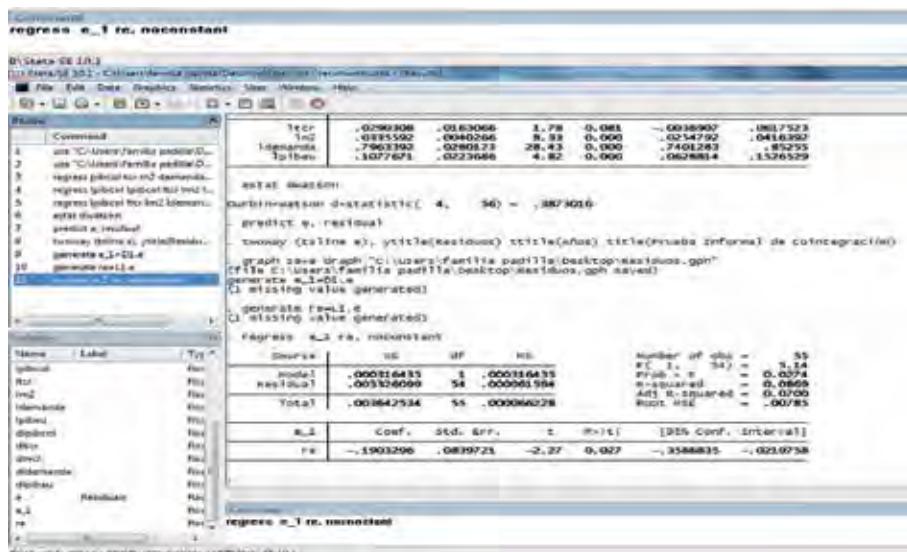


Figura 6.9

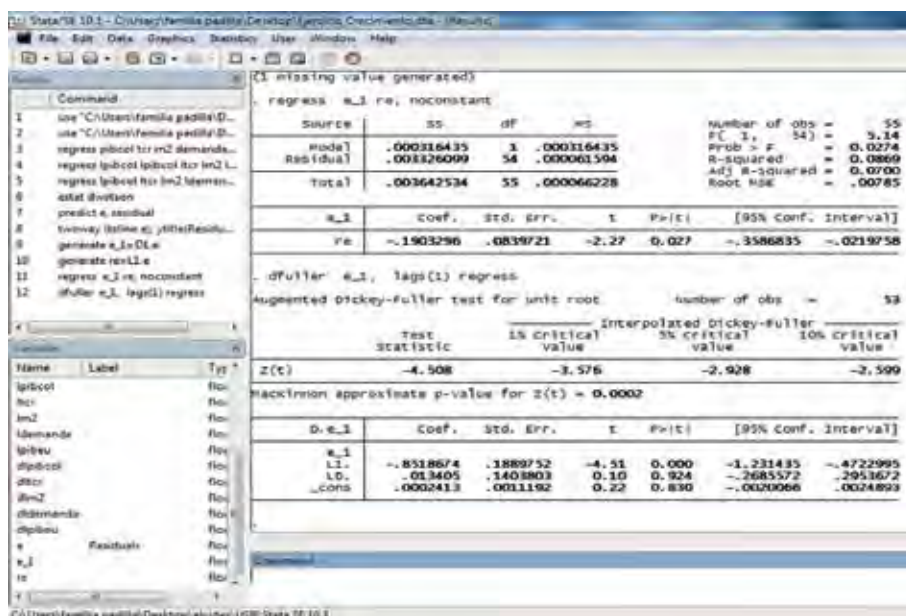


Ahora se realizarán las pruebas formales, tales como, la prueba DFA y PP.

### Dickey-Fuller Aumentada

El contraste Dickey-Fuller puede presentar resultados en donde los errores sean estacionarios, pero no sean ruido blanco. La primera prueba solo es correcta cuando la correlación de la variable a testar no contiene retardo en la correlación, como esa posibilidad limita mucho sus posibilidades de análisis los mismos autores propusieron una prueba aumentada que se conoce como Dickey-Fuller Aumentada. De acuerdo a los resultados en STATA® (ver Figura 6.10) el valor del estadístico Dickey-Fuller Aumentada -4.508 es mayor en valor absoluto a los valores críticos de McKinnon, al 1%, 5% y 10% respectivamente. Se rechaza la  $H_0$  de no cointegración y se concluye que los residuos están integrados de orden cero  $I(0)$ . Existe una relación estable a largo plazo. Se puede establecer que las variables *pibcol*, *tcr*, *m2*, *demand* y *pibeu* están cointegradas.

Figura 6.10



### 6.2.1.2. Procedimiento de Johansen (1988, 1991)

Este modelo está basado en modelos Vectores Autorregresivos –VAR–<sup>10</sup>. La metodología consiste en tres pasos. El primero es determinar el orden de integración de las series. En el segundo paso se estima un modelo VAR con las series integradas de orden uno<sup>11</sup>. Y, como tercero se aplica la prueba de cointegración de Johansen.

#### Primer paso

Como en el procedimiento de Engle-Granger se determinó el orden de integración de las series y cuyo modelo resultó que todas las variables son integradas de orden uno. No se realizará este paso en este aparte.

#### Segundo paso

El enfoque de cointegración de Johansen es aplicable a sistemas de ecuaciones. Se especificará un Vector Autorregresivo –VAR–. Para este paso se selecciona las variables del modelo, se realizan las transformaciones si fuese necesario, se determina el retardo óptimo para asegurar que los residuos sean ruido blanco (*white noise*), se especifican las variables determinísticas tales como: tendencias, dummies estacionales y se realiza el diagnóstico del VAR.

Utilizando el enfoque de Johansen se especifica un modelo VAR con seis re-

---

10. Estos modelos fueron expuestos inicialmente por Sims, C.A. De hecho Sims (1980, p. 15) en su paper denominado *Macroeconomic and reality* (1980), expresa: Sería viable estimar macromodelos a gran escala como formas reducidas irrestrictas, tratando todas las variables como endógenas. Por supuesto, algunas restricciones, si únicamente se da sobre la longitud del rezago, entonces por irrestricto aquí yo quiero decir “sin restricciones basadas en supuestos conocidos *a priori*” [Traducción libre y espontánea].

11. Se pueden determinar tres tipos de modelos VAR, todos difieren de acuerdo a su especificación. Si su especificación son modelos lineales con sus valores pasados, los valores pasados del resto de variables y los errores no correlacionados se les considera Var de forma reducida. Si su especificación es: la variable del lado izquierdo de la primera ecuación depende solo de los valores rezagados de todas las variables incluidas en el VAR; la variable correspondiente de la segunda ecuación depende de los rezagos de todas las variables del VAR y del valor contemporáneo de la variable de la primera ecuación y la variable del lado izquierdo de la tercera ecuación depende de los rezagos de todas las variables y de los valores contemporáneos de la primera y la segunda variables se le considera como VAR recursivo. Y, si es la teoría económica quien ordena la relación contemporánea entre las variables, se le considera VAR estructural.

tardos, dado que este es el recomendado para series trimestrales y no se trabaja con dummies estacionales porque las series ya están desestacionalizadas. El comando en STATA® es *var lpibcol ltcr lm2 ldemanda lpibeu, lags(1/6)* (ver Cuadro 6.2).

Estimación del modelo VAR

**Cuadro 6.2. Resultado del VAR estimado con 6 retardos**

```
var lpibcol ltcr lm2 ldemanda lpibeu, lags(1/6)
Vector autoregression
Sample: 1995q3 - 2007q4 No. of obs = 50
Log likelihood = 883.7978 AIC = -29.15191
FPE = 4.30e-19 HQIC = -26.89477
Det(Sigma_ml) = 3.05e-22 SBIC = -23.22464
```

Equation	Parms	RMSE	R-sq	chi2	P>chi2
lpibcol	31	.013209	0.9948	9574.262	0.0000
ltcr	31	.040041	0.9751	1954.054	0.0000
lm2	31	.014557	0.9996	119112.5	0.0000
ldemanda	31	.018989	0.9893	4644.467	0.0000
lpibeu	31	.005414	0.9988	42413.01	0.0000

Coef.	Std. Err.	z	P>z	[95% Conf. Interval]
<b>lpibcol</b>				
lpibcol				
L1.	1.118878	.2302362	4.86	0.000 .6676234 1.570133
L2.	.9819852	.3563745	2.76	0.006 .283504 1.680466
L3.	.0083742	.3523355	0.02	0.981 -.6821907 .698939
L4.	-.6606849	.3165438	-2.09	0.037 -1.281099-.0402705
L5.	.0189792	.3262424	0.06	0.954 -.6204441 .6584025
L6.	-.4757421	.2813972	-1.69	0.091 -1.02727 .0757862
ltcr				
L1.	.0708144	.0532723	1.33	0.184 -.0335974 .1752262

*Alcides de Jesús Padilla Sierra*  
*José Ignacio Consuegra Manzano*

L2.	-.0057251	.0617364	-0.09	0.926	-.1267263	.1152761
L3.	-.2097713	.0649028	-3.23	0.001	-.3369784	-.0825641
L4.	.0030871	.0689276	0.04	0.964	-.1320085	.1381828
L5.	.1503748	.0751959	2.00	0.046	.0029934	.2977561
L6.	.0177614	.0495427	0.36	0.720	-.0793406	.1148633

lm2

L1.	.0634436	.1578951	0.40	0.688	-.2460251	.3729124
L2.	.0962395	.152003	0.63	0.527	-.201681	.39416
L3.	-.1404186	.1457549	-0.96	0.335	-.4260929	.1452557
L4.	-.0489105	.1428778	-0.34	0.732	-.3289459	.2311249
L5.	-.1263954	.1548531	-0.82	0.414	-.4299019	.177111
L6.	.2095758	.1211294	1.73	0.084	-.0278335	.446985

ldemanda

L1.	-.326198	.2095368	-1.56	0.120	-.7368827	.0844866
L2.	-.6831747	.2584932	-2.64	0.008	-1.189812	-.1765373
L3.	.4609859	.2704768	1.70	0.088	-.0691388	.9911106
L4.	.0457577	.2454612	0.19	0.852	-.4353374	.5268528
L5.	.1502956	.2501328	0.60	0.548	-.3399557	.640547
L6.	.4236482	.2103786	2.01	0.044	.0113137	.8359827

lpibeu

L1.	-.3877932	.3629762	-1.07	0.285	-1.099213	.323627
L2.	-.532411	.3292401	-1.62	0.106	-1.17771	.1128877
L3.	.1463783	.1928033	0.76	0.448	-.2315093	.5242658
L4.	-.4753696	.2278608	-2.09	0.037	-.9219685	-.0287707
L5.	.0982429	.2960408	0.33	0.740	-.4819863	.6784722
L6.	.9116346	.2593452	3.52	0.000	.4033273	1.419942

_cons	3.824685	11.91404	0.32	0.748	-19.52641	27.17577
-------	----------	----------	------	-------	-----------	----------

**ltcr**

lpibcol

L1.	-1.11406	.6979262	-1.60	0.110	-2.48197	.2538503
L2.	.0471176	1.080295	0.04	0.965	-2.070222	2.164457
L3.	-2.489911	1.068052	-2.33	0.020	-4.583253	-.3965682

*MACROECONOMÍA INTERMEDIA*  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

L4.	-.3633377	.9595545	-0.38	0.705	-2.24403	1.517354
L5.	.9691442	.9889542	0.98	0.327	-.9691705	2.907459
L6.	-2.710962	.8530128	-3.18	0.001	-4.382837	-1.039088
ltcr						
L1.	.6487623	.1614869	4.02	0.000	.3322538	.9652707
L2.	-.2308876	.1871446	-1.23	0.217	-.5976844	.1359092
L3.	.1888131	.196743	0.96	0.337	-.1967961	.5744222
L4.	-.3297019	.2089436	-1.58	0.115	-.7392238	.0798201
L5.	-.2469884	.2279451	-1.08	0.279	-.6937525	.1997757
L6.	.3851327	.1501812	2.56	0.010	.0907829	.6794824
lm2						
L1.	-1.489467	.4786351	-3.11	0.002	-2.427575	-.5513598
L2.	.4329827	.4607742	0.94	0.347	-.470118	1.336083
L3.	.1280895	.4418338	0.29	0.772	-.7378887	.9940678
L4.	-.29392	.4331124	-0.68	0.497	-1.142805	.5549647
L5.	-.1380273	.4694136	-0.29	0.769	-1.058061	.7820065
L6.	.448211	.3671854	1.22	0.222	-.2714592	1.167881
ldemanda						
L1.	1.745604	.6351791	2.75	0.006	.5006756	2.990532
L2.	-.5902111	.783583	-0.75	0.451	-2.126005	.9455833
L3.	1.859811	.8199092	2.27	0.023	.252818	3.466803
L4.	-.2764004	.7440783	-0.37	0.710	-1.734767	1.181966
L5.	.6496077	.7582397	0.86	0.392	-.8365148	2.13573
L6.	.6097391	.6377308	0.96	0.339	-.6401903	1.859668
lpibeu						
L1.	2.028523	1.100307	1.84	0.065	-.1280393	4.185086
L2.	-.9430749	.9980414	-0.94	0.345	-2.8992	1.01305
L3.	1.656867	.584454	2.83	0.005	.5113579	2.802375
L4.	.4462861	.6907253	0.65	0.518	-.9075107	1.800083
L5.	.6259591	.8974026	0.70	0.485	-1.132918	2.384836
L6.	2.211536	.7861657	2.81	0.005	.6706795	3.752393
_cons	-102.5485	36.11561	-2.84	0.005	-173.3338	-31.76326

**lm2**

lpibcol

L1.	.0333963	.2537394	0.13	0.895	-.4639238	.5307165
L2.	.2009064	.3927543	0.51	0.609	-.5688778	.9706906
L3.	-.1375798	.3883029	-0.35	0.723	-.8986395	.6234799
L4.	-.1623441	.3488575	-0.47	0.642	-.8460923	.521404
L5.	-.4535201	.3595461	-1.26	0.207	-1.158218	.2511774
L6.	.4837901	.310123	1.56	0.119	-.1240398	1.09162

ltcr

L1.	-.1215507	.0587105	-2.07	0.038	-.2366212	-.0064803
L2.	.1674056	.0680387	2.46	0.014	.0340522	.3007589
L3.	-.0413447	.0715283	-0.58	0.563	-.1815375	.0988481
L4.	-.1853164	.0759639	-2.44	0.015	-.334203	-.0364298
L5.	.1141875	.0828722	1.38	0.168	-.0482389	.2766139
L6.	.0640635	.0546002	1.17	0.241	-.0429509	.1710778

lm2

L1.	.5496227	.1740135	3.16	0.002	.2085625	.8906829
L2.	.5282564	.16752	3.15	0.002	.1999233	.8565894
L3.	-.1990948	.1606339	-1.24	0.215	-.5139316	.1157419
L4.	-.4339358	.1574632	-2.76	0.006	-.742558	-.1253136
L5.	.2893403	.1706609	1.70	0.090	-.0451489	.6238296
L6.	.156184	.1334946	1.17	0.242	-.1054607	.4178287

ldemanda

L1.	.36268	.2309269	1.57	0.116	-.0899285	.8152885
L2.	-.520479	.2848809	-1.83	0.068	-1.078835	.0378774
L3.	.3310932	.2980878	1.11	0.267	-.2531481	.9153346
L4.	.30208	.2705186	1.12	0.264	-.2281266	.8322867
L5.	.1439076	.2756671	0.52	0.602	-.39639	.6842052
L6.	-.3654868	.2318547	-1.58	0.115	-.8199136	.08894

lpibeu

L1.	.7398745	.4000298	1.85	0.064	-.0441695	1.523919
L2.	-.0831469	.3628499	-0.23	0.819	-.7943196	.6280258

**MACROECONOMÍA INTERMEDIA**  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

L3.	.1246038	.2124852	0.59	0.558	-.2918596	.5410672
L4.	.038077	.2511215	0.15	0.879	-.454112	.530266
L5.	-.7769544	.3262615	-2.38	0.017	-1.416415	-.1374937
L6.	.2137456	.2858199	0.75	0.455	-.3464512	.7739424
_cons	-8.264377	13.13026	-0.63	0.529	-33.99921	17.47046

**ldemanda**

lpibcol

L1.	.4695386	.3309896	1.42	0.156	-.1791891	1.118266
L2.	1.137997	.512327	2.22	0.026	.1338541	2.142139
L3.	-.0738216	.5065205	-0.15	0.884	-1.066584	.9189403
L4.	-.5554774	.4550661	-1.22	0.222	-1.447391	.3364356
L5.	-.0575902	.4690088	-0.12	0.902	-.9768305	.8616502
L6.	-.0134575	.404539	-0.03	0.973	-.8063393	.7794243

ltcr

L1.	.0453226	.0765847	0.59	0.554	-.1047806	.1954259
L2.	.0308821	.0887528	0.35	0.728	-.1430703	.2048344
L3.	-.1916933	.0933048	-2.05	0.040	-.3745674	-.0088192
L4.	-.0220329	.0990909	-0.22	0.824	-.2162476	.1721817
L5.	.0539038	.1081023	0.50	0.618	-.1579729	.2657804
L6.	.1120806	.071223	1.57	0.116	-.027514	.2516751

lm2

L1.	-.0173085	.2269914	-0.08	0.939	-.4622034	.4275864
L2.	.3029479	.2185209	1.39	0.166	-.1253451	.7312409
L3.	-.1591615	.2095384	-0.76	0.448	-.5698493	.2515263
L4.	-.133574	.2054024	-0.65	0.515	-.5361553	.2690072
L5.	-.1658033	.2226181	-0.74	0.456	-.6021267	.2705201
L6.	.2737973	.1741367	1.57	0.116	-.0675043	.6150989

ldemanda

L1.	.5807602	.3012319	1.93	0.054	-.0096435	1.171164
L2.	-1.039119	.371612	-2.80	0.005	-1.767465	-.3107727
L3.	.5770556	.3888397	1.48	0.138	-.1850562	1.339167

*Alcides de Jesús Padilla Sierra*  
*José Ignacio Consuegra Manzano*

L4.	-.1713412	.3528771	-0.49	0.627	-.8629676	.5202852
L5.	.4732425	.3595931	1.32	0.188	-.231547	1.178032
L6.	-.1314603	.3024421	-0.43	0.664	-.7242358	.4613153
<b>lpibeu</b>						
L1.	.0408522	.5218176	0.08	0.938	-.9818916	1.063596
L2.	-.7753051	.4733184	-1.64	0.101	-1.702992	.1523818
L3.	-.0828707	.2771757	-0.30	0.765	-.6261251	.4603837
L4.	-.5213555	.3275746	-1.59	0.111	-1.16339	.1206789
L5.	-.381105	.4255907	-0.90	0.371	-1.215248	.4530374
L6.	1.021082	.3728369	2.74	0.006	.2903346	1.751828
_cons	12.2525	17.12773	0.72	0.474	-21.31723	45.82222

**lpibeu**

**lpibcol**

L1.	.216728	.0943704	2.30	0.022	.0317654	.4016905
L2.	-.1330785	.1460725	-0.91	0.362	-.4193755	.1532184
L3.	-.3986645	.144417	-2.76	0.006	-.6817166	-.1156124
L4.	-.4279409	.1297465	-3.30	0.001	-.6822395	-.1736424
L5.	.3422848	.1337218	2.56	0.010	.0801948	.6043747
L6.	.0178812	.1153405	0.16	0.877	-.208182	.2439443

**ltcr**

L1.	-.0867124	.0218355	-3.97	0.000	-.1295092	-.0439156
L2.	.0315304	.0253048	1.25	0.213	-.0180661	.081127
L3.	.0267738	.0266027	1.01	0.314	-.0253665	.0789141
L4.	.0951785	.0282524	3.37	0.001	.0398049	.1505522
L5.	-.0480048	.0308217	-1.56	0.119	-.1084142	.0124045
L6.	-.0285477	.0203068	-1.41	0.160	-.0683484	.0112529

**lm2**

L1.	-.0117651	.0647188	-0.18	0.856	-.1386116	.1150815
L2.	-.002741	.0623038	-0.04	0.965	-.1248541	.1193721
L3.	.0145803	.0597427	0.24	0.807	-.1025132	.1316739
L4.	.1031821	.0585635	1.76	0.078	-.0116001	.2179644

**MACROECONOMÍA INTERMEDIA**  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

L5.	.0456869	.0634719	0.72	0.472	-.0787158	.1700896
L6.	-.1285528	.0496491	-2.59	0.010	-.2258633	-.0312424
ldemanda						
L1.	.0944758	.085886	1.10	0.271	-.0738577	.2628092
L2.	-.0515464	.1059525	-0.49	0.627	-.2592095	.1561166
L3.	.211618	.1108644	1.91	0.056	-.0056721	.4289082
L4.	.1617551	.1006108	1.61	0.108	-.0354385	.3589488
L5.	-.068612	.1025257	-0.67	0.503	-.2695586	.1323347
L6.	-.1167275	.086231	-1.35	0.176	-.2857372	.0522822
lpibeu						
L1.	.4817835	.1487785	3.24	0.001	.1901831	.7733839
L2.	.3873955	.1349506	2.87	0.004	.1228973	.6518938
L3.	-.0430795	.0790272	-0.55	0.586	-.1979699	.111811
L4.	.7163688	.0933967	7.67	0.000	.5333146	.8994229
L5.	-.2817842	.1213427	-2.32	0.020	-.5196115	-.043957
L6.	-.2309087	.1063017	-2.17	0.030	-.4392562	-.0225611
_cons	1.599058	4.883386	0.33	0.743	-7.972203	11.17032

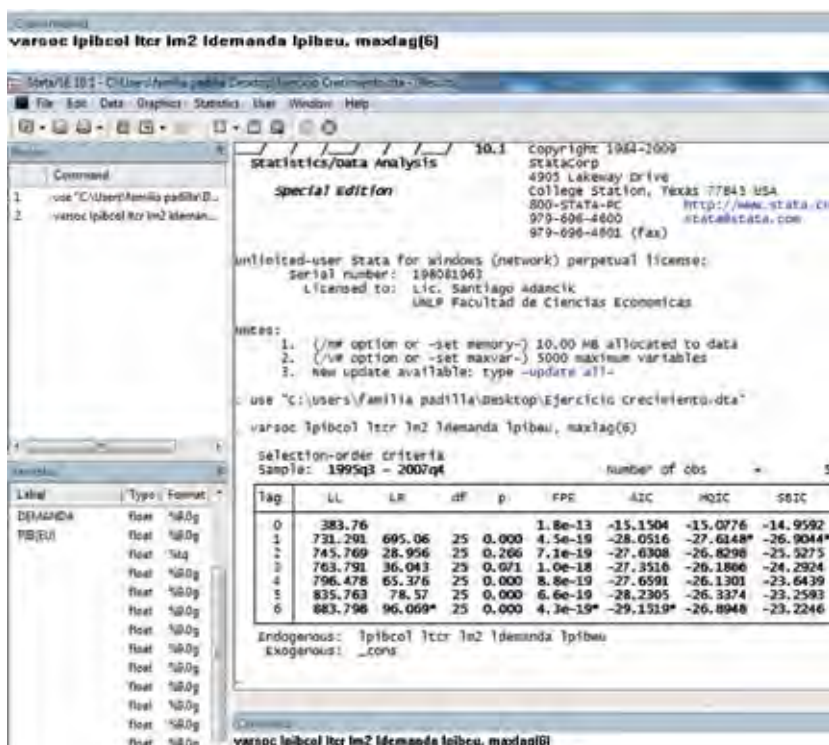
**Estimación del retardo óptimo**

Debe tenerse en cuenta el valor del retardo en el sentido de que este no puede ser ni muy largo ni muy corto. Si es muy corto no se puede determinar la dinámica del sistema. Si es muy largo se pierden grados de libertad. Como STATA® tiene los comandos se aplicaron. El comando es *varsoc lpibcol ltcr lm2 ldemanda lpibeu, maxlag(6)* (ver Figura 6.11). Este comando *varsoc* reporta los siguientes criterios para la escogencia de los retardos óptimos:

- FPE: *Predicción Final del error*
- AIC: *Akaike's information criterion o criterio de información de Akaike*
- SBIC: *Schwarz's Bayesian information criterion o Schwartz criterio de información Bayesiano*
- HQIC: *Hannan and Quinn information criterion (HQIC) o criterio de información Hannan and Quinn*
- LR: *Estadístico de Relación de Probabilidad. Razón de verosimilitud*

Sus resultados muestran de acuerdo a los criterios SBIC y HQIC que se realicen dos rezagos y de acuerdo a AIC y FPE que se realicen seis rezagos. El mejor criterio aquí es el mínimo de los criterios de información y el valor máximo del estadístico LR. Los asteriscos indican el orden del retardo seleccionado. Aquí se tomará el SBIC y HQIC los cuales se utilizan los mínimos. Por ello se tomará 1 retardo.

Figura 6.11



### Prueba de exclusión de Retardos

Se puede a su vez aplicar la prueba de exclusión de retardos. Debe considerarse si los retardos tienen algún efecto sobre el sistema VAR. Para este test STATA® posee el comando *varwle* este reporta el test de Wald. La  $H_0$  plantea lo siguiente: los coeficientes de los retardos son conjuntamente no significativos diferentes de cero.

**Cuadro 6.3**

varwle

Equation: lpibcol

```

+-----+
| lag |   chi2   | df | Prob > chi2 |
+-----+-----+
|  1 | 63.64917 |  5 | 0.000   |
|  2 |  9.083139 |  5 | 0.106   |
|  3 | 13.04816 |  5 | 0.023   |
|  4 |  21.6514 |  5 | 0.001   |
|  5 | 13.72938 |  5 | 0.017   |
|  6 | 19.54238 |  5 | 0.002   |
+-----+

```

Equation: ltcr

```

+-----+
| lag |   chi2   | df | Prob > chi2 |
+-----+-----+
|  1 | 61.38555 |  5 | 0.000   |
|  2 |  7.463796 |  5 | 0.188   |
|  3 | 14.26263 |  5 | 0.014   |
|  4 | 16.59307 |  5 | 0.005   |
|  5 |  8.861704 |  5 | 0.115   |
|  6 | 22.12271 |  5 | 0.000   |
+-----+

```

Equation: lm2

```

+-----+
| lag |   chi2   | df | Prob > chi2 |
+-----+-----+
|  1 | 41.9374 |  5 | 0.000   |
|  2 | 19.30513 |  5 | 0.002   |
|  3 |  3.132057 |  5 | 0.680   |
|  4 | 18.11198 |  5 | 0.003   |
|  5 | 15.52401 |  5 | 0.008   |
|  6 |  8.079784 |  5 | 0.152   |
+-----+

```

Equation: ldemanda

```

+-----+
| lag |   chi2   | df | Prob > chi2 |
+-----+-----+

```

1	54.94684	5	0.000	
2	8.970179	5	0.110	
3	6.665006	5	0.247	
4	19.20822	5	0.002	
5	9.834892	5	0.080	
6	11.57609	5	0.041	

Equation: lpibeu

lag	chi2	df	Prob > chi2	
1	27.78431	5	0.000	
2	14.63985	5	0.012	
3	8.367304	5	0.137	
4	72.39222	5	0.000	
5	20.83561	5	0.001	
6	31.87027	5	0.000	

Equation: All

lag	chi2	df	Prob > chi2	
1	286.9144	25	0.000	
2	69.26211	25	0.000	
3	71.60646	25	0.000	
4	170.4576	25	0.000	
5	89.29614	25	0.000	
6	144.2644	25	0.000	

varstable

Eigenvalue stability condition

Eigenvalue	Modulus	
0.942374	0.94237	
.8498135 + .4287202i	.951832	
.8498135 - .4287202i	.951832	
.9496862 + .02901959i	.95013	
.9496862 - .02901959i	.95013	
.9070326 + .2540316i	.941934	

```

|   .9070326 - .2540316i |   .941934 |
|  -.00361526 + .9364204i |   .936427 |
|  -.00361526 - .9364204i |   .936427 |
|   -.690495 + .6324367i |   .936354 |
|   -.690495 - .6324367i |   .936354 |
|   .7394613 + .5734776i |   .935778 |
|   .7394613 - .5734776i |   .935778 |
|  -.7665158 + .5296115i |   .931684 |
|  -.7665158 - .5296115i |   .931684 |
|  -.3525744 + .8519531i |   .922027 |
|  -.3525744 - .8519531i |   .922027 |
|   .5481816 + .7227965i |   .907159 |
|   .5481816 - .7227965i |   .907159 |
|  -.8817707 + .1167645i |   .889468 |
|  -.8817707 - .1167645i |   .889468 |
|  -.6031924 + .6456363i |   .883565 |
|  -.6031924 - .6456363i |   .883565 |

```

De acuerdo a las ecuaciones expresadas en los cuadros se puede establecer en forma conjunta que se rechaza la  $H_0$  el retardo contribuye significativamente en forma individual.

### Estructura del retado

A través de STATA® se puede testear la estabilidad del VAR. Se utilizó el comando *varstable*. Este comando muestra los valores propios “eigenvalue” y presenta las raíces. Los valores de las raíces pueden ser menores que 1, entonces el sistema se considera estable<sup>12</sup>. Si al menos un valor propio es igual a 1, el sistema se considera marginalmente estable y si al menos un valor propio es mayor que 1 se considera el sistema como inestable. Los resultados fueron:

---

12. Lütkepohl (2005) and Hamilton (1994) muestran que si los eigenvalue son menores que 1 el VAR es estable.

### Cuadro 6.4

varstable

Eigenvalue stability condition

```

+-----+
|      Eigenvalue      |      Modulus      |
+-----+-----+
|      0.942374        |      0.94237      |
|      .8498135 + .4287202i |      .951832      |
|      .8498135 - .4287202i |      .951832      |
|      .9496862 + .02901959i |      .95013       |
|      .9496862 - .02901959i |      .95013       |
|      .9070326 + .2540316i |      .941934      |
|      .9070326 - .2540316i |      .941934      |
|      -.00361526 + .9364204i |      .936427      |
|      -.00361526 - .9364204i |      .936427      |
|      -.690495 + .6324367i |      .936354      |
|      -.690495 - .6324367i |      .936354      |
|      .7394613 + .5734776i |      .935778      |
|      .7394613 - .5734776i |      .935778      |
|      -.7665158 + .5296115i |      .931684      |
|      -.7665158 - .5296115i |      .931684      |
|      -.3525744 + .8519531i |      .922027      |
|      -.3525744 - .8519531i |      .922027      |
|      .5481816 + .7227965i |      .907159      |
|      .5481816 - .7227965i |      .907159      |
|      -.8817707 + .1167645i |      .889468      |
|      -.8817707 - .1167645i |      .889468      |
|      -.6031924 + .6456363i |      .883565      |
|      -.6031924 - .6456363i |      .883565      |
|      .1845826 + .832441i |      .85266       |
|      .1845826 - .832441i |      .85266       |
|      .4425381 + .6730388i |      .805494      |
|      .4425381 - .6730388i |      .805494      |
|      -.5606809        |      .560681      |
|      .3465265        |      .346527      |
|      -.09467747       |      .094677      |
+-----+

```

At least one eigenvalue is at least 1.0.

VAR does not satisfy stability condition.

De acuerdo al resultado el VAR satisface la condición de estabilidad, no se presentan valores mayores que 1.

### Prueba de causalidad de Granger

Esta prueba sirve para determinar si una variable endógena puede ser tratada como variable exógena. El estadístico que se utilizará es el de Wald. Se testea como ejemplo de la siguiente forma: La  $H_0$  es: *lpibcol* no explica la variable *ltcr*. Se rechaza la  $H_0$  si la probabilidad es menor o igual al 0.05. El comando en STATA® es *vargranger*, los resultados se muestran en el Cuadro 6.5.

### **Cuadro 6.5**

*vargranger*

```
Granger causality Wald tests
```

Equation	Excluded	chi2	df	Prob > chi2
lpibcol	ltcr	19.537	6	0.003
lpibcol	lm2	8.1159	6	0.230
lpibcol	ldemanda	32.376	6	0.000
lpibcol	lpibeu	28.728	6	0.000
lpibcol	ALL	80.541	24	0.000
ltcr	lpibcol	24.473	6	0.000
ltcr	lm2	12.784	6	0.047
ltcr	ldemanda	16.763	6	0.010
ltcr	lpibeu	25.473	6	0.000
ltcr	ALL	95.435	24	0.000
lm2	lpibcol	4.8626	6	0.562
lm2	ltcr	23.698	6	0.001
lm2	ldemanda	10.003	6	0.125
lm2	lpibeu	6.3607	6	0.384
lm2	ALL	93.42	24	0.000
ldemanda	lpibcol	20.612	6	0.002
ldemanda	ltcr	9.2813	6	0.158
ldemanda	lm2	6.3753	6	0.382
ldemanda	lpibeu	13.325	6	0.038
ldemanda	ALL	60.392	24	0.000

lpibeu	lpibcol	27.353	6	0.000
lpibeu	ltcr	45.296	6	0.000
lpibeu	lm2	16.149	6	0.013
lpibeu	ldemanda	13.425	6	0.037
lpibeu	ALL	129.51	24	0.000

En la primera ecuación del Cuadro 6.5 no se rechaza la  $H_0$ , solamente para la oferta monetaria. Es decir, el PIB de Colombia no explica la Oferta Monetaria. En el Cuadro 6.3, no se rechaza la  $H_0$  para el PIB de Colombia, la Demanda Agregada y el PIB de Estados Unidos. Es decir, el M2 no explica el comportamiento de estas variables. Y, en el Cuadro 6.4 no se rechaza la  $H_0$ , el PIB de los Estados Unidos no explica la variables reales y monetarias de Colombia.

### Prueba de Multiplicador de Lagrange

Esta prueba sirve para testear la autocorrelación en los residuos. En especial en aquellos modelos con o sin variables dependientes retardadas. La  $H_0$  determina la ausencia de autocorrelación en los residuos. El comando que se utiliza en STATA® es *varlmar, mlag* (número de rezagos), ver Cuadro 6.6.

De acuerdo a los resultados no se rechaza la  $H_0$ , por ello hay ausencia de autocorrelación.

### **Cuadro 6.6**

`varlmar, mlag(6)`

```
Lagrange-multiplier test
-----+-----
| lag |      chi2   df   Prob > chi2 |
|-----+-----|
|  1  |  33.3339   25   0.12293  |
|  2  |  27.2283   25   0.34458  |
|  3  |  28.0362   25   0.30619  |
|  4  |  19.1764   25   0.78858  |
|  5  |  23.5798   25   0.54374  |
|  6  |  31.2388   25   0.18123  |
-----+-----
H0: no autocorrelation at lag order
```

### Prueba de normalidad

Se utilizó el estadístico *Jarque-Bera*, los residuos de una muestra o grupo de datos se ajustan a una distribución normal, para este caso los residuos del VAR. La  $H_0$  es que los residuos son normales. Si la probabilidad es menor a 0.05 se rechaza la  $H_0$ .

En STATA® se utiliza el comando *varnorm, jbera*. Los resultados del VAR es que los residuos son normales para todas las ecuaciones, ver Cuadro 6.7.

### **Cuadro 6.7**

`varnorm, jbera`

Jarque-Bera test

Equation	chi2	df	Prob > chi2
lpibcol	1.499	2	0.47260
ltcr	1.552	2	0.46013
lm2	0.382	2	0.82631
ldemanda	2.309	2	0.31527
lpibeu	0.997	2	0.60730
ALL	6.739	10	0.74981

### Conclusiones generales de modelo VAR (1) entre pibcol, tcr, m2, demanda y pibeu

El análisis realizado sobre el diagnóstico del VAR y la Prueba de los Residuos, evidencian que la longitud óptima del VAR es 1 (uno) y que los residuos cumplen con los supuestos de Gauss Markov, referente a la ausencia de autocorrelación, forma funcional, normalidad y homoscedasticidad en los errores, respectivamente, características estas que nos permiten seguir adelante con la prueba de “*Cointegración de Johansen*”.

### Tercer paso

#### Prueba de cointegración de Johansen (1991)

La idea principal de esta metodología es determinar los vectores cointegrantes.

Contiene como se indicó en el anterior párrafo dos pruebas. La prueba de la Traza, la cual determina el número de vectores de cointegración. En STATA® se utiliza el comando *vecrank*, ver Cuadro 6.8. La  $H_0$  es que no existen vectores de cointegración. Si el estadístico de la traza es mayor al valor crítico se rechaza de  $H_0$ .

La prueba de valores propios, la cual estima el número de vectores de cointegración, su  $H_0$  es que el rango de cointegración es igual a cero o la  $H_1$  el rango de cointegración es  $r + 1$ . Se rechaza la  $H_0$  cuando el *eigenvalue* sea mayor al valor crítico. Cada fila de la tabla representa una prueba de hipótesis. Para cada prueba, *vecrank* muestra el rango máximo bajo la hipótesis nula.

### Cuadro 6.8

```
vecrank lpibcol ltcr lm2 ldemanda lpibeu, lags(1)
```

Johansen tests for cointegration					
Trend: constant		Number of obs =		55	
Sample: 1994q2 - 2007q4		Lags =		1	
			5%		
maximum			eigenvalue	trace	critical
rank	parms	LL		statistic	value
0	5	731.95588	.	127.3601	68.52
1	14	762.11889	0.66607	67.0341	47.21
2	21	782.74861	0.52771	25.7746*	29.68
3	26	790.75384	0.25256	9.7642	15.41
4	29	794.80187	0.13688	1.6681	3.76
5	30	795.63593	0.02987		

De acuerdo a la traza se puede concluir que el rango de cointegración es 2. Existen dos relaciones de cointegración. Recuérdese que solo se testeó solo un modelo con tendencia constante.

### 6.3. MECANISMO DE CORRECCIÓN DE ERROR

#### 6.3.1. Procedimiento Engle-Granger

Se liga el comportamiento de corto plazo del modelo con el comportamiento a largo plazo, denominado Mecanismo de Corrección de Error –MCE–. Si las variables están cointegradas se puede probar la *causalidad*, aunque esto se analizará posteriormente.

Comportamiento de corto plazo

$$\hat{e}_t = pibcol_t - \alpha_1 tcr_t - \alpha_2 m2_t - \alpha_3 demanda_t - \alpha_4 pibeu_t$$

Comportamiento de largo plazo

$$pibcol_t = \alpha_1 tcr_t + \alpha_2 m2_t + \alpha_3 demanda_t + \alpha_4 pibeu_t + e_t$$

El mecanismo que se tomará para la corrección de errores es el siguiente: Primero se diferenciarán las series en logaritmos. Sabemos que las series están cointegradas, es decir, existe una relación estable de equilibrio a largo plazo. Luego se halla un primer rezago de los errores. En el corto plazo puede haber desequilibrios, por ello se interpreta el término error como el que genera el desequilibrio en el corto plazo.

Para

$$\Delta pibcol_t = \alpha_1 \Delta tcr_t + \alpha_2 \Delta m2_t + \alpha_3 \Delta demanda_t + \alpha_4 \Delta pibeu_t + \alpha_5 \hat{e}_{t-1} + \xi_t$$

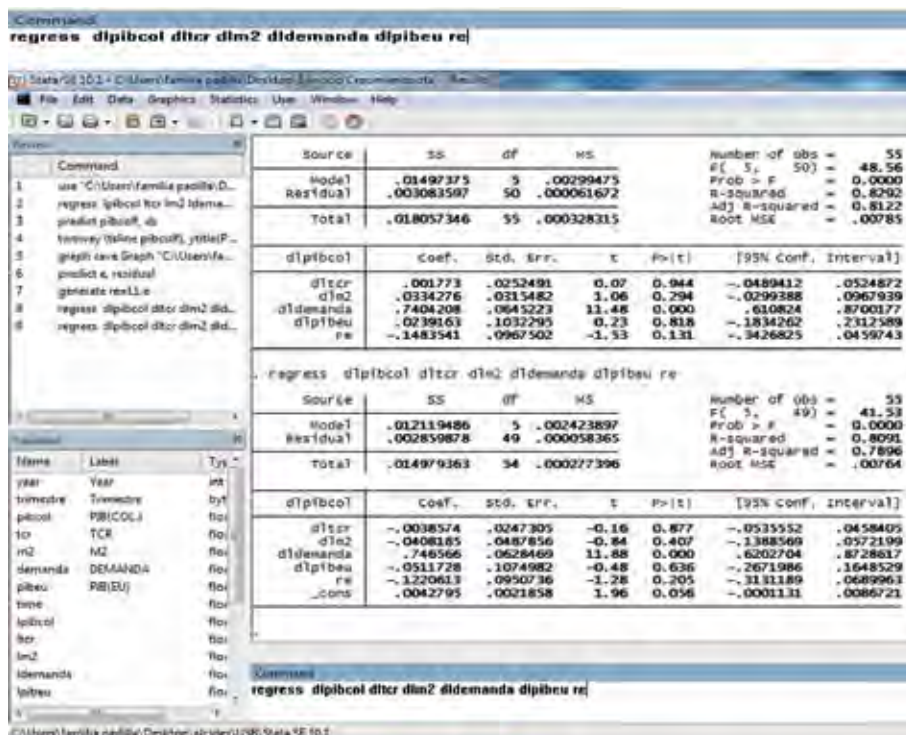
$\Delta$  → Primera diferencia de todas las variables

$\hat{e}_{t-1}$  → Mecanismo de corrección del error

$\alpha_5$  → Parámetro de ajuste a corto plazo

Entre más cerca esté el parámetro  $\alpha_5$  a 1, más rápido será el ajuste hacia el equilibrio a largo plazo. En el caso del estudio los residuos con un rezago tiene el signo correspondiente, el negativo. Esta salida se lee de la siguiente manera: De acuerdo a los resultados de la estimación el coeficiente de los residuos rezagados su signo si es negativo indicaría que está actuando como reductor del desequilibrio en el próximo trimestre. La desviación del *pibcol* respecto a su nivel de equilibrio se corrige trimestralmente de acuerdo al porcentaje arrojado por el coeficiente. El comando en STATA® como se ilustra en la figura siguiente es *regress dlpibcol dltrc dlm2 dldemanda dlpibeu re* (ver Figura 6.12).

Figura 6.12



El MCE es  $-0.1220613 \hat{\epsilon}_{t-1}$ , su signo es el correcto, pero no resultó siendo significativo. El signo negativo actúa para reducir los desequilibrios en el próximo trimestre o para restaurar las variables gradualmente hacia el equilibrio. La relación a corto plazo difiere de su relación a largo plazo y su grado de ajuste es del 78,96 %.

La significancia estadística de la mayoría de variables no es significativa dado que se pierden grados de libertad. Al parecer en el corto plazo las variables Tasa de Cambio Real, Oferta Monetaria y el PIB de los Estados Unidos le aportan poco al PIB de Colombia<sup>13</sup>.

La función estimada es:

$$\Delta \ln \hat{pibcol}_t = .0042795 - .0038574 * \Delta lcr_t - .0408185 * \Delta m2_t + 0.746566 * \Delta demanda_t - .0511728 * \Delta pibeu_t - 0.1220613 * \hat{\epsilon}_{t-1}$$

### 6.3.2 Procedimiento de Johansen

Para el procedimiento de obtención del modelo vector error corrección del procedimiento de Johansen, STATA® contiene los comandos en donde directamente se puede obtener (ver Cuadro 6.9). El comando es `vecrank lpibcol lcr lm2 ldemanda lpibeu, trend(trend) lags(1)`. Debe tenerse en cuenta en especificar la misma ecuación para poder comparar los resultados obtenidos por la técnica de Engle-Granger. Como se determinó un solo rezago se realizará el test de Johansen con este.

---

13. En este ejercicio no se han tenido en cuenta los problemas de cambio estructural. Por ejemplo, en Colombia hasta 1999 se mantenía un tipo de cambio fijo y fue precisamente en el año 1998 en donde se presentó una gran devaluación. Este puede ser un caso en donde se puede presentar cambio estructural, dado el cambio de política.

**Cuadro 6.9**

vecrank lpibcol ltcr lm2 ldemanda lpibeu, trend(trend) lags(1)

Johansen tests for cointegration

Trend: trend Number of obs = 55  
Sample: 1994q2 - 2007q4 Lags = 1

					5%	
				trace	critical	
maximum				value		
rank	parmsLL	eigenvalue	statistic			
0	10	745.56446	.	120.9895	77.74	
1	19	774.90567	0.65594	62.3071	54.64	
2	26	790.49163	0.43264	31.1352*	34.55	
3	31	799.25594	0.27291	13.6065	18.17	
4	34	805.87476	0.21391	0.3689	3.74	
5	35	806.05921	0.00668			

Como se encontraron dos relaciones de cointegración, se procede a ajustar el modelo utilizando el comando *vec* en STATA® (ver Cuadro 6.10).

**Cuadro 6.10**

vec lpibcol ltcr lm2 ldemanda lpibeu, trend(constant) rank(2) lags(1)

Vector error-correction model

Sample: 1994q2 - 2007q4 No. of obs = 55  
AIC = -27.69995  
Log likelihood = 782.7486 HQIC = -27.40356  
Det(Sigma\_ml) = 2.99e-19 SBIC = -26.93351

Equation	Parms	RMSE	R-sq	chi2	P>chi2
D_lpibcol	3	.01552	0.3064	22.52849	0.0001
D_ltcr	3	.041527	0.1980	12.59074	0.0056
D_lm2	3	.015369	0.8895	410.5648	0.0000
D_ldemanda	3	.018985	0.3096	22.87353	0.0000
D_lpibeu	3	.009916	0.3451	26.87489	0.0000

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
-----+-----					

*MACROECONOMÍA INTERMEDIA*  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

D_lplibcol							
_ceil							
L1.		.3106644	.1057092	2.94	0.003	.1034783	.5178506
_ce2							
L1.		.0196983	.0070403	2.80	0.005	.0058995	.0334971
_cons		.0103364	.0044626	2.32	0.021	.0015899	.0190829
-----							
D_ltcr							
_ceil							
L1.		-.5437623	.2828515	-1.92	0.055	-1.098141	.0106165
_ce2							
L1.		-.0300892	.0188382	-1.60	0.110	-.0670113	.006833
_cons		.0113264	.0119407	0.95	0.343	-.012077	.0347298
-----							
D_lm2							
_ceil							
L1.		-.2110458	.1046799	-2.02	0.044	-.4162146	-.0058771
_ce2							
L1.		-.0201306	.0069718	-2.89	0.004	-.033795	-.0064662
_cons		.0075324	.0044191	1.70	0.088	-.001129	.0161937
-----							
D_ldemanda							
_ceil							
L1.		.4630863	.1293148	3.58	0.000	.209634	.7165387
_ce2							
L1.		.029028	.0086125	3.37	0.001	.0121479	.0459082
_cons		.0095898	.0054591	1.76	0.079	-.0011098	.0202894
-----							
D_lpipeu							
_ceil							
L1.		.0106837	.0675392	0.16	0.874	-.1216906	.143058
_ce2							
L1.		.0011568	.0044982	0.26	0.797	-.0076595	.009973
_cons		.0090377	.0028512	3.17	0.002	.0034494	.014626
-----							

Cointegrating equations

Equation	Parms	chi2	P>chi2
_ce1	3	88.80207	0.0000
_ce2	3	92.15051	0.0000

Identification: beta is exactly identified  
Johansen normalization restrictions imposed

beta	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
-----						
_ce1						
lpibcol	1	.	.	.	.	.
ltcr	(dropped)					
lm2	-1.600508	.2439064	-6.56	0.000	-2.078556	-1.12246
ldemanda	1.35804	.2635349	5.15	0.000	.8415208	1.874558
lpibeu	5.65277	1.128917	5.01	0.000	3.440133	7.865406
_cons	-155.195	.	.	.	.	.
-----						
_ce2						
lpibcol	(dropped)					
ltcr	1	.	.	.	.	.
lm2	24.49437	3.569631	6.86	0.000	17.49803	31.49072
ldemanda	-31.36536	3.856899	-8.13	0.000	-38.92474	-23.80597
lpibeu	-90.66712	16.52198	-5.49	0.000	-123.0496	-58.28463
_cons	2390.268	.	.	.	.	.
-----						

#### 6.4. ANÁLISIS IMPULSO RESPUESTA

Después de realizar la prueba de causalidad se refuerzan los resultados de sensibilidad con el análisis impulso respuesta, ello permite corroborar la pertinencia del modelo IS-LM.

Si del Cuadro 6.5 se toman las ecuaciones [1, 2, 3 y 4] las cuales son las de interés en este ejercicio, se observa que solamente el M2 es el que no causa el PIB de Colombia, este resultado debe analizarse con mucho cuidado. Si la economía se encuentra bajo tipo de cambio fijo la oferta monetaria no tiene efecto

sobre la variable real. Para el caso de la economía colombiana, como se ilustró en los primeros capítulos, hasta finales de los 90 la economía estaba bajo tipo de cambio fijo, la llamada “banda cambiaria” y después de 1999 entramos a un tipo de cambio flexible “*flotación sucia*”. Este hecho permitió cierta volatilidad del tipo de cambio, que en este ejercicio no se trató, pero como se estableció anteriormente se pudo presentar un cambio estructural.

Bajo tipo de cambio flexible el incremento de la oferta monetaria hace que el PIB aumente. Los resultados tanto por la prueba de *Causalidad de Granger* como del gráfico impulso respuesta refutan el argumento que la oferta monetaria tiene efecto sobre el PIB bajo tipo de cambio flexible.

Obsérvese de igual forma la ecuación 2, en esta se pueden corroborar los efectos de las variables nominales y reales sobre el tipo de cambio real. Desde el punto de vista teórico modelo “*Mundell-Fleming*” bajo tipo de cambio flexible, se pueden apreciar los siguientes efectos sobre la tasa de cambio real: si aumenta el PIB nacional disminuye la tasa de cambio real; si aumenta la oferta monetaria esto ocasionaría aumentos de la tasa de cambio real; si aumenta la demanda agregada disminuye la tasa de cambio real y si aumenta el PIB externo disminuye la tasa de cambio real.

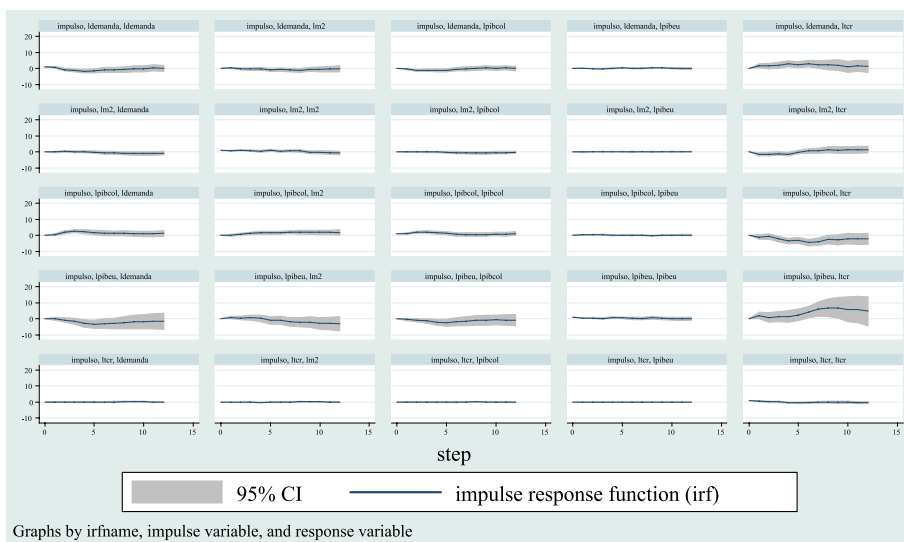
Los resultados arrojados por la prueba de *Causalidad de Granger* y la de Impulso Respuesta son congruentes. Para realizar esta última prueba en STATA® se utilizó el comando *irf set impulso* en primera instancia, luego se corrió un VAR con 1 rezago *var lpibcol ltcr lm2 ldemanda lpibeu, lags(1/1)*, seguido de *irf create impulso, step(12)* y por último se realizó la gráfica con el comando *irf graph irf, irf(impulso)*<sup>14</sup>.

---

14. El comando *irf* permite obtener multiplicadores dinámicos luego de ajustar modelos VAR con variables exógenas. Los multiplicadores dinámicos le permiten ver cómo los shocks en las variables exógenas afectan el equilibrio del sistema.

Con respecto al efecto del PIB de los Estados Unidos, es preciso establecer que todas las variables resultaron significativas, este es un resultado no esperado, dado que ninguna de las variables ya sean nominales o reales de un país pequeño como Colombia causan el PIB de los Estados Unidos. Dichos resultados arrojados por la prueba de *Causalidad de Granger* difieren de la prueba Impulso Respuesta. Más que llegar a demostrar el cumplimiento de la predicción de un modelo como lo es el modelo de economía abierta y pequeña *Mundell-Fleming* es un ejercicio en dos sentidos, lo cual es el objetivo de este capítulo. El primero es comprender teóricamente el modelo y el segundo es poder realizar la modelación a través de un software econométrico como lo es el STATA®.

**Figura 6.13. Análisis Impulso Respuesta**



## **BIBLIOGRAFÍA**



- Álvarez Rubiano, M. C., Avendaño Cruz, H. & Castro, L. M. (2005). *Estados Unidos y Colombia: ¿oportunidades o riesgos?* Ministerio de Comercio, Industria y Turismo. Oficina de Estudios Económicos. República de Colombia. [www.mincomercio.gov.co](http://www.mincomercio.gov.co)
- Anchuelo, Á. (1993). “Series integradas y cointegradas. Una introducción”. *Revista de Economía Aplicada*, 1(1), 151-164. Universidad de Salamanca.
- Banco de la República. Circular Reglamentaria Externa DODM-146 del 21 de septiembre de 2004 “Asunto 8: Metodología de cálculo de la tasa de cambio representativa del mercado”.
- Barro, R., Grilli, V. & Febrero, R. (1997). *Macroeconomía: Teoría y Práctica*. España: McGraw-Hill/Interamericana.
- Baumol, W. J. (1952). The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach. *The Quarterly Journal of Economics*, 66(4), 545-556. Oxford University Press.
- Blanchard, O. (2012). *Macroeconomics, global edition*. 6th Edition. Pearson.
- Cáceres Ruis, J. I., Freire Rubio, M. T., Sotelo Navalpotro, J. & Unamuno Hierro, J. (2003). *Teoría y modelos macroeconómicos*. Madrid, España: ESIC Editorial.
- Chiang Alpha, C. & Wainwright, K. (2006). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. Cuarta edición. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Dickey, D. & Wayne, A. (1979). Fuller. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427-431.

- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Dornbusch, R., Fischer, S. & Startz, R. (2009). *Macroeconomía*. Décima edición. Madrid: McGraw-Hill.
- Engle, R. F. & Granger Clive, W. J. (1987). Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometría*, 55(2), 251-276.
- Fábregas, C. J., Mendoza, J. M., Quiroz, E., Estrada, H., Osorio, C. & Miranda, J. C. (2015). *Potencial Exportador del Departamento del Atlántico*. Universidad Simón Bolívar, Universidad del Atlántico y Cámara de Comercio. Ediciones Universidad Simón Bolívar.
- Fleming, M. (1963). Domestic Financial Policies under Fixed and under Floating Exchange Rates (Política financiera interna bajo sistemas de tipos de cambio fijos o de tipos de cambio fluctuantes). *Staff Papers - International Monetary Fund*, 9(3).
- Godfrey, L. G. & Tremayne, A. R. (1988). On the Finite Sample Performance of Tests for Unit Roots, Department of Econometrics, University of Sidney, Discussion Paper, pp. 88-03.
- Goldfeld, S. M. (1973). "The Demand for Money Revisited". *Brookings Papers on Economic Activity*, 3, 577-638.
- Granger, W. J. & Newbold, P. (1974). Spurious Regressions in Econometrics. *Journal of Econometrics*, 2, 111-120. University of Nottingham, England.

- Granger, W. J. (1981). "Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification". *Journal of Econometrics*, 16, 121-130. University of California at San Diego, USA.
- Guerrero, V. M. (2003). *Análisis estadístico de series de tiempo económicas*. Segunda edición. México: Thomson Learning.
- Gujarati, D. N. (2010). *Econometría*. Quinta edición. México D.F.: Editorial McGraw-Hill Interamericana.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press.
- Handa, J. & Ma, B. K. (1989). Four tests for the random walk hypothesis. *Economics Letters*, 29(Issue 2), 141-145.
- Harrod, R. F. (1937). Mr. Keynes and Traditional Theory. *Econometría*, 5(1), 74-86.
- Herrou Aragón, A. (2003). La regla de Taylor para la tasa de interés. *Cuadernos de Economía*, 40(121), 690-697.
- Hicks, J. R. (1937). Mr. Keynes and the "Classics"; A Suggested Interpretation. En *Econometría*, 5(2).
- Johansen, S. (1988). "Statistical Analysis of Cointegration Vectors". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254. North-Holland. University of Copenhagen.
- Johansen, S. (1991). "Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models". *Econometría*, 59(6), 1551-1580.

Keynes, J. M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Nueva York: Harcourt and Brace.

Larrain, F. & Sachs, J. (1994). Macroeconomía. En *La economía global*. Primera edición. México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. New York: Springer.

Mankiw, N. G. (2006). *Macroeconomía*. Sexta edición. España: Antoni Bosch Editores.

Mankiw, N. G. (2014). *Macroeconomía*. Octava edición. España: Antoni Bosch Editores.

McCallum, B. T. (1996). *International Monetary Economics*. Oxford University Press, Inc. United States of America.

Mundell, R. A. (1963a). The Significance of Capital Mobility for Stabilization Policy Under Fixed and Flexible Exchange Rates. DM/63/13 (March 20) (Departmental Memorandum), IMF. 22.

Mundell, R. A. (1963b). Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates. En *The Canadian Journal of Economics and Political Science/Revue canadienne d'Economique et de Science politique*, 29(4). Manuscript to be presented at Quebec Meeting of Canadian Political Science Association.

Mundell, R. A. (1963c). Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates. *The Canadian Journal of Economics and Political Science*, XXIX(4), 475-85.

- Mundell, R. A. (1964). A Reply: Capital Mobility and Size. *The Canadian Journal of Economics and Political Science*, XXX(3), 421-31.
- Mundell, R. A. (1967). International Disequilibrium and the Process of Adjustment. In Adler, 441-62.
- Phillips, P. & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75, 335-346.
- Phillips, P. (1987). Time Series Regression with a Unit Root. *Econométrica*, 55(2), 277-301.
- Romer, D. (2002). *Macroeconomía avanzada*. Segunda edición. España: McGraw-Hill Interamericana.
- Said, E. & Dickey, D. A. (1984). Testing for Unit Roots in Autoregressive-Moving Average Models of Unknown Order. *Biometrika*, 71(3), 599-607.
- Shiskin, J., Young, A. H. & Musgrave, J. C. (1967). Method II Seasonal Adjustment Program. The X-11 Variant of the Census of Commerce, Bureau of Economic Analysis.
- Sims, C. (1980). "Macroeconomics and Reality". *Econometrica*. *Published by: The Econometric Society*, 48(1), 1-48.
- Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econométrica*. *The Econometric Society*, 48(1), 1-48.
- Taylor, J. B. (1993). "Discretion versus Policy Rules in Practice". *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, 195-214. North-Holland.

Tobin, J. (1956). The Interest-Elasticity of Transactions Demand For Cash. *The Review of Economics and Statistics*. The MIT Press, 38(3), 241-247.

Wooldridge, J. M. (2001). *Introducción a la Econometría: Un enfoque moderno*. México: Thomson Learning.

## **ANEXOS**



**Anexo 1**

YEAR	meses	TIN	IPC	IPC(Absoluto)	IPC(variación)	TIN(variación)
1990	1	0.4394	0.085542	8.5542	3.30236187	1.61887142
1990	2	0.433	0.0886809	8.86809	3.66942555	-1.45653163
1990	3	0.4346	0.0912522	9.12522	2.89949696	0.36951501
1990	4	0.4437	0.0938194	9.38194	2.81330204	2.09387943
1990	5	0.4441	0.095653	9.5653	1.95439323	0.090151
1990	6	0.4516	0.0975235	9.75235	1.95550584	1.68880883
1990	7	0.4609	0.0988464	9.88464	1.35649356	2.05934455
1990	8	0.4637	0.1004149	10.04149	1.58680539	0.60750705
1990	9	0.4614	0.102804	10.2804	2.37922858	-0.49601035
1990	10	0.469	0.1047846	10.47846	1.92657873	1.64716081
1990	11	0.4645	0.1069138	10.69138	2.03197798	-0.95948827
1990	12	0.464	0.1096102	10.96102	2.52203177	-0.10764263
1991	1	0.4719	0.1129026	11.29026	3.00373505	1.70258621
1991	2	0.46	0.1167557	11.67557	3.41276463	-2.5217207
1991	3	0.4588	0.1197091	11.97091	2.5295553	-0.26086957
1991	4	0.473	0.1230614	12.30614	2.8003719	3.09503051
1991	5	0.4764	0.1257743	12.57743	2.20450929	0.71881607
1991	6	0.4607	0.1277647	12.77647	1.58251726	-3.29554996
1991	7	0.4628	0.1300867	13.00867	1.8174034	0.45582809
1991	8	0.4742	0.1317446	13.17446	1.27445773	2.46326707
1991	9	0.4843	0.1336596	13.36596	1.45357001	2.12990299
1991	10	0.484	0.135435	13.5435	1.32829965	-0.06194508
1991	11	0.4816	0.1370884	13.70884	1.22080703	-0.49586777
1991	12	0.4677	0.1390118	13.90118	1.40303629	-2.88621262
1992	1	0.4491	0.143876	14.3876	3.49912741	-3.97690827
1992	2	0.4132	0.1486891	14.86891	3.34531124	-7.99376531
1992	3	0.411	0.1521327	15.21327	2.3159734	-0.53242982
1992	4	0.403	0.1564749	15.64749	2.85421872	-1.94647202
1992	5	0.3926	0.1601203	16.01203	2.32970272	-2.58064516
1992	6	0.3477	0.1637142	16.37142	2.24449992	-11.4365767
1992	7	0.3285	0.1669878	16.69878	1.9995822	-5.52200173
1992	8	0.3383	0.1682458	16.82458	0.75334845	2.98325723

*Alcides de Jesús Padilla Sierra*  
*José Ignacio Consuegra Manzano*

1992	9	0.3444	0.1696424	16.96424	0.83009502	1.80313331
1992	10	0.349	0.1710844	17.10844	0.85002334	1.33565621
1992	11	0.3446	0.1723304	17.23304	0.72829551	-1.26074499
1992	12	0.3521	0.1739507	17.39507	0.94022877	2.17643645
1993	1	0.3452	0.1795876	17.95876	3.24051585	-1.95967055
1993	2	0.3559	0.1854379	18.54379	3.25763026	3.09965238
1993	3	0.3549	0.1889219	18.89219	1.87879608	-0.2809778
1993	4	0.3622	0.1925924	19.25924	1.94286634	2.05691744
1993	5	0.3603	0.1956896	19.56896	1.60816315	-0.52457206
1993	6	0.3643	0.1987209	19.87209	1.5490348	1.11018596
1993	7	0.3548	0.2011685	20.11685	1.23167719	-2.60774087
1993	8	0.3554	0.2037014	20.37014	1.25909374	0.16910936
1993	9	0.3556	0.2059974	20.59974	1.12714002	0.05627462
1993	10	0.356	0.2081995	20.81995	1.06899407	0.11248594
1993	11	0.3579	0.2108857	21.08857	1.29020483	0.53370787
1993	12	0.3712	0.2132774	21.32774	1.13412147	3.71612182
1994	1	0.3611	0.2200035	22.00035	3.15368623	-2.72090517
1994	2	0.3647	0.2281129	22.81129	3.68603227	0.99695375
1994	3	0.3711	0.2331653	23.31653	2.21486816	1.75486701
1994	4	0.3787	0.2387024	23.87024	2.37475302	2.04796551
1994	5	0.3861	0.2423993	24.23993	1.54874857	1.95405334
1994	6	0.3994	0.2445975	24.45975	0.9068508	3.44470344
1994	7	0.4085	0.2468334	24.68334	0.914114	2.27841763
1994	8	0.418	0.2492484	24.92484	0.97839271	2.3255814
1994	9	0.4243	0.25197	25.197	1.09192276	1.50717703
1994	10	0.4289	0.2547853	25.47853	1.11731555	1.08413858
1994	11	0.4494	0.2576272	25.76272	1.11540972	4.77966892
1994	12	0.4656	0.2614692	26.14692	1.49130216	3.60480641
1995	1	0.4405	0.2663043	26.63043	1.84920442	-5.39089347
1995	2	0.4528	0.2756985	27.56985	3.52761859	2.7922815
1995	3	0.4515	0.2829186	28.29186	2.61883906	-0.28710247
1995	4	0.4572	0.2892475	28.92475	2.23700386	1.26245847
1995	5	0.4681	0.2940409	29.40409	1.65719669	2.38407699
1995	6	0.4322	0.2975967	29.75967	1.20928755	-7.66930143

*MACROECONOMÍA INTERMEDIA*  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

1995	7	0.3908	0.2999151	29.99151	0.7790409	-9.57889866
1995	8	0.4023	0.3018243	30.18243	0.63658015	2.94268168
1995	9	0.4038	0.3043686	30.43686	0.84297388	0.37285608
1995	10	0.3914	0.3070715	30.70715	0.8880351	-3.07082714
1995	11	0.3997	0.3095091	30.95091	0.79382163	2.12059274
1995	12	0.4423	0.3123709	31.23709	0.92462548	10.6579935
1996	1	0.4358	0.3202244	32.02244	2.51415865	-1.46959078
1996	2	0.4378	0.3330729	33.30729	4.01234259	0.45892611
1996	3	0.4433	0.3400939	34.00939	2.10794694	1.25628141
1996	4	0.4452	0.3468176	34.68176	1.97701282	0.42860365
1996	5	0.4303	0.3522039	35.22039	1.5530642	-3.34681042
1996	6	0.4324	0.3562416	35.62416	1.14640979	0.48803161
1996	7	0.4253	0.3616228	36.16228	1.5105479	-1.64199815
1996	8	0.4131	0.365613	36.5613	1.10341494	-2.86856337
1996	9	0.4017	0.3699661	36.99661	1.19063053	-2.75962237
1996	10	0.3943	0.3742344	37.42344	1.1537003	-1.84217077
1996	11	0.3918	0.3772398	37.72398	0.80307957	-0.634035
1996	12	0.3875	0.3799651	37.99651	0.72243173	-1.09749872
1997	1	0.3761	0.3862612	38.62612	1.65702061	-2.94193548
1997	2	0.3646	0.3983103	39.83103	3.11941764	-3.05769742
1997	3	0.3613	0.4045016	40.45016	1.55439114	-0.90510148
1997	4	0.3477	0.4110718	41.10718	1.62427046	-3.76418489
1997	5	0.3433	0.4177435	41.77435	1.62300114	-1.26545873
1997	6	0.3379	0.4227692	42.27692	1.20305881	-1.57296825
1997	7	0.3375	0.426301	42.6301	0.83539671	-0.11837822
1997	8	0.3322	0.431199	43.1199	1.14895344	-1.57037037
1997	9	0.3271	0.4366319	43.66319	1.2599519	-1.53521975
1997	10	0.3238	0.4408496	44.08496	0.9659624	-1.00886579
1997	11	0.3237	0.4444339	44.44339	0.81304372	-0.03088326
1997	12	0.3317	0.4471589	44.71589	0.61313955	2.47142416
1998	1	0.3421	0.4551778	45.51778	1.79329988	3.13536328
1998	2	0.3452	0.4701282	47.01282	3.28451871	0.90616779
1998	3	0.3719	0.4823588	48.23588	2.60154571	7.73464658
1998	4	0.4024	0.4963681	49.63681	2.9043318	8.20112934

*Alcides de Jesús Padilla Sierra*  
*José Ignacio Consuegra Manzano*

1998	5	0.4002	0.5041245	50.41245	1.56263064	-0.54671968
1998	6	0.5047	0.5102799	51.02799	1.22100791	26.111944
1998	7	0.4384	0.5127197	51.27197	0.47812975	-13.1365167
1998	8	0.412	0.5128861	51.28861	0.03245438	-6.02189781
1998	9	0.4722	0.5143735	51.43735	0.29000591	14.6116505
1998	10	0.4717	0.5162089	51.62089	0.35682243	-0.10588734
1998	11	0.4593	0.5171247	51.71247	0.1774088	-2.62878948
1998	12	0.4447	0.5218481	52.18481	0.91339671	-3.17875027
1999	1	0.4229	0.5333761	53.33761	2.20907195	-4.90218125
1999	2	0.3827	0.5424344	54.24344	1.69829507	-9.50579333
1999	3	0.3585	0.5475222	54.75222	0.93795674	-6.32349099
1999	4	0.3278	0.5518137	55.18137	0.78380383	-8.56345886
1999	5	0.293	0.5544543	55.44543	0.47853107	-10.6162294
1999	6	0.2734	0.5560033	55.60033	0.27937379	-6.6894198
1999	7	0.2733	0.5577382	55.77382	0.31203052	-0.03657644
1999	8	0.2614	0.5604996	56.04996	0.49510684	-4.35418954
1999	9	0.2617	0.5623539	56.23539	0.33082985	0.11476664
1999	10	0.2628	0.5643202	56.43202	0.34965526	0.42032862
1999	11	0.2678	0.5670225	56.70225	0.47885934	1.90258752
1999	12	0.264	0.5700236	57.00236	0.52927353	-1.41896938
2000	1	0.1604	0.5774	57.74	1.29405168	-39.2424242
2000	2	0.1537	0.5907	59.07	2.30342917	-4.17705736
2000	3	0.1577	0.6008	60.08	1.70983579	2.60247235
2000	4	0.1536	0.6068	60.68	0.99866844	-2.59987318
2000	5	0.1516	0.6099	60.99	0.51087673	-1.30208333
2000	6	0.1663	0.6098	60.98	-0.01639613	9.69656992
2000	7	0.1692	0.6096	60.96	-0.03279764	1.74383644
2000	8	0.1658	0.6115	61.15	0.31167979	-2.00945626
2000	9	0.1742	0.6141	61.41	0.42518397	5.06634499
2000	10	0.1729	0.615	61.5	0.14655594	-0.74626866
2000	11	0.1815	0.6171	61.71	0.34146341	4.9739734
2000	12	0.1887	0.6199	61.99	0.45373521	3.96694215
2001	1	0.1821	0.6264	62.64	1.04855622	-3.49761526
2001	2	0.187	0.6383	63.83	1.89974457	2.69082921

*MACROECONOMÍA INTERMEDIA*  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

2001	3	0.1898	0.6477	64.77	1.47266176	1.4973262
2001	4	0.1891	0.6551	65.51	1.14250425	-0.36880927
2001	5	0.1869	0.6579	65.79	0.42741566	-1.16340561
2001	6	0.1864	0.6582	65.82	0.04559964	-0.26752274
2001	7	0.1819	0.6589	65.89	0.10635065	-2.41416309
2001	8	0.1884	0.6606	66.06	0.25800577	3.57339197
2001	9	0.185	0.663	66.3	0.36330609	-1.80467091
2001	10	0.1737	0.6643	66.43	0.19607843	-6.10810811
2001	11	0.1633	0.665	66.5	0.10537408	-5.98733448
2001	12	0.1645	0.6673	66.73	0.34586466	0.73484385
2002	1	0.1612	0.6726	67.26	0.79424547	-2.00607903
2002	2	0.1582	0.6811	68.11	1.2637526	-1.86104218
2002	3	0.1563	0.6859	68.59	0.70474233	-1.20101138
2002	4	0.1509	0.6922	69.22	0.91850124	-3.45489443
2002	5	0.1485	0.6963	69.63	0.59231436	-1.59045726
2002	6	0.1383	0.6993	69.93	0.43084877	-6.86868687
2002	7	0.1344	0.6994	69.94	0.01430001	-2.81995662
2002	8	0.1298	0.7001	70.01	0.10008579	-3.42261905
2002	9	0.1305	0.7026	70.26	0.35709184	0.53929122
2002	10	0.1297	0.7066	70.66	0.56931398	-0.61302682
2002	11	0.1277	0.712	71.2	0.76422304	-1.54202005
2002	12	0.1273	0.714	71.4	0.28089888	-0.31323414
2003	1	0.124	0.7223	72.23	1.16246499	-2.59230165
2003	2	0.1268	0.7304	73.04	1.12141769	2.25806452
2003	3	0.1285	0.738	73.8	1.04052574	1.34069401
2003	4	0.1209	0.7465	74.65	1.15176152	-5.91439689
2003	5	0.1302	0.7501	75.01	0.4822505	7.69230769
2003	6	0.1246	0.7497	74.97	-0.05332622	-4.30107527
2003	7	0.1261	0.7486	74.86	-0.14672536	1.20385233
2003	8	0.1285	0.751	75.1	0.32059845	1.90325139
2003	9	0.1272	0.7526	75.26	0.21304927	-1.01167315
2003	10	0.1322	0.7531	75.31	0.06643635	3.93081761
2003	11	0.1348	0.7557	75.57	0.34523968	1.9667171
2003	12	0.1334	0.7603	76.03	0.60870716	-1.03857567

*Alcides de Jesús Padilla Sierra*  
*José Ignacio Consuegra Manzano*

2004	1	0.1281	0.767	76.7	0.88123109	-3.97301349
2004	2	0.1352	0.7762	77.62	1.19947849	5.54254489
2004	3	0.1332	0.7839	78.39	0.99201237	-1.47928994
2004	4	0.1347	0.7874	78.74	0.44648552	1.12612613
2004	5	0.1301	0.7904	79.04	0.38100076	-3.41499629
2004	6	0.1288	0.7952	79.52	0.60728745	-0.99923136
2004	7	0.1278	0.795	79.5	-0.02515091	-0.77639752
2004	8	0.1278	0.7952	79.52	0.02515723	0
2004	9	0.1309	0.7976	79.76	0.30181087	2.4256651
2004	10	0.1307	0.7975	79.75	-0.01253761	-0.15278839
2004	11	0.1279	0.7997	79.97	0.27586207	-2.14231064
2004	12	0.133	0.8021	80.21	0.30011254	3.98749023
2005	1	0.1287	0.8087	80.87	0.82284004	-3.23308271
2005	2	0.1316	0.817	81.7	1.02633857	2.25330225
2005	3	0.13	0.8233	82.33	0.77111383	-1.21580547
2005	4	0.1274	0.8269	82.69	0.43726467	-2
2005	5	0.1246	0.8303	83.03	0.41117427	-2.1978022
2005	6	0.1239	0.8336	83.36	0.39744671	-0.56179775
2005	7	0.1286	0.8340	83.4	0.04798464	3.79338176
2005	8	0.128	0.8340	83.4	0.00	-0.46656299
2005	9	0.1287	0.8376	83.76	0.43165468	0.546875
2005	10	0.1181	0.8395	83.95	0.22683859	-8.23620824
2005	11	0.1204	0.8405	84.05	0.11911852	1.94750212
2005	12	0.1192	0.841	84.1	0.0594884	-0.99667774
2006	1	0.1151	0.8456	84.56	0.5469679	-3.43959732
2006	2	0.1185	0.8511	85.11	0.65042573	2.95395308
2006	3	0.1196	0.8571	85.71	0.70497004	0.92827004
2006	4	0.1103	0.861	86.1	0.45502275	-7.77591973
2006	5	0.1101	0.8638	86.38	0.32520325	-0.18132366
2006	6	0.1095	0.8664	86.64	0.3009956	-0.54495913
2006	7	0.1096	0.87	87	0.41551247	0.0913242
2006	8	0.116	0.8734	87.34	0.3908046	5.83941606
2006	9	0.1179	0.8759	87.59	0.28623769	1.63793103
2006	10	0.1145	0.8746	87.46	-0.14841877	-2.88379983

*MACROECONOMÍA INTERMEDIA*  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

2006	11	0.1193	0.8767	87.67	0.24010976	4.19213974
2006	12	0.121	0.8787	87.87	0.22812821	1.42497904
2007	1	0.1203	0.8854	88.54	0.76249004	-0.5785124
2007	2	0.1255	0.8958	89.58	1.17461035	4.32252702
2007	3	0.1305	0.9067	90.67	1.21678946	3.98406375
2007	4	0.1338	0.9148	91.48	0.89334951	2.52873563
2007	5	0.1386	0.9176	91.76	0.30607783	3.58744395
2007	6	0.1429	0.9187	91.87	0.11987794	3.1024531
2007	7	0.1497	0.9202	92.02	0.16327419	4.75857243
2007	8	0.1546	0.919	91.9	-0.13040643	3.27321309
2007	9	0.1575	0.9197	91.97	0.07616975	1.87580854
2007	10	0.1561	0.9198	91.98	0.01087311	-0.88888889
2007	11	0.1549	0.9242	92.42	0.47836486	-0.76873799
2007	12	0.1543	0.9287	92.87	0.4869076	-0.38734668
2008	1	0.1527	0.9385	93.85	1.05523851	-1.03694102
2008	2	0.154	0.9527	95.27	1.51305274	0.8513425
2008	3	0.1578	0.9604	96.04	0.80822924	2.46753247
2008	4	0.167	0.9672	96.72	0.70803832	5.83016477
2008	5	0.1641	0.9762	97.62	0.93052109	-1.73652695
2008	6	0.1626	0.9847	98.47	0.87072321	-0.91407678
2008	7	0.1626	0.9894	98.94	0.47730273	0
2008	8	0.1659	0.9913	99.13	0.19203558	2.0295203
2008	9	0.1655	0.9894	98.94	-0.19166751	-0.2411091
2008	10	0.1645	0.9928	99.28	0.34364261	-0.60422961
2008	11	0.1727	0.9956	99.56	0.28203062	4.98480243
2008	12	0.1737	1	100	0.44194456	0.5790388
2009	1	0.1686	1.0059	100.59	0.59	-2.93609672
2009	2	0.1634	1.0143	101.43	0.83507307	-3.08422301
2009	3	0.1538	1.0194	101.94	0.50280982	-5.875153
2009	4	0.1411	1.0226	102.26	0.31391014	-8.25747724
2009	5	0.1266	1.0228	102.28	0.01955799	-10.2763997
2009	6	0.1178	1.0222	102.22	-0.0586625	-6.95102686
2009	7	0.1135	1.0218	102.18	-0.03913129	-3.65025467
2009	8	0.1082	1.0223	102.23	0.04893326	-4.66960352

*Alcides de Jesús Padilla Sierra*  
*José Ignacio Consuegra Manzano*

2009	9	0.1086	1.0212	102.12	-0.10760051	0.36968577
2009	10	0.1047	1.0198	101.98	-0.13709362	-3.59116022
2009	11	0.0975	1.0192	101.92	-0.05883507	-6.87679083
2009	12	0.0949	1.02	102	0.07849294	-2.66666667
2010	1	0.0932	1.027	102.7	0.68627451	-1.79135933
2010	2	0.0934	1.0355	103.55	0.82765336	0.21459227
2010	3	0.0924	1.0381	103.81	0.25108643	-1.07066381
2010	4	0.0929	1.0429	104.29	0.4623832	0.54112554
2010	5	0.0883	1.044	104.4	0.10547512	-4.95156082
2010	6	0.0878	1.0452	104.52	0.11494253	-0.56625142
2010	7	0.0884	1.0447	104.47	-0.04783773	0.6833713
2010	8	0.087	1.0459	104.59	0.11486551	-1.58371041
2010	9	0.0861	1.0445	104.45	-0.13385601	-1.03448276
2010	10	0.0855	1.0436	104.36	-0.08616563	-0.69686411
2010	11	0.083	1.0456	104.56	0.19164431	-2.92397661
2010	12	0.0823	1.0524	105.24	0.6503443	-0.84337349
2011	1	0.0949	1.0619	106.19	0.90269859	15.309842
2011	2	0.0979	1.0683	106.83	0.60269329	3.16122234
2011	3	0.1026	1.0712	107.12	0.27145933	4.80081716
2011	4	0.1031	1.0725	107.25	0.12135922	0.48732943
2011	5	0.1066	1.0755	107.55	0.27972028	3.39476237
2011	6	0.1096	1.079	107.9	0.32543003	2.81425891
2011	7	0.1091	1.0805	108.05	0.13901761	-0.45620438
2011	8	0.1146	1.0801	108.01	-0.0370199	5.04124656
2011	9	0.1154	1.0835	108.35	0.31478567	0.69808028
2011	10	0.117	1.0855	108.55	0.18458699	1.3864818
2011	11	0.1155	1.087	108.7	0.13818517	-1.28205128
2011	12	0.1169	1.0916	109.16	0.42318307	1.21212121
2012	1	0.124	1.0996	109.96	0.73286918	6.07356715
2012	2	0.1256	1.1063	110.63	0.60931248	1.29032258
2012	3	0.128	1.1076	110.76	0.11750881	1.91082803
2012	4	0.1249	1.1092	110.92	0.14445648	-2.421875
2012	5	0.1263	1.1125	111.25	0.29751172	1.12089672
2012	6	0.1225	1.1135	111.35	0.08988764	-3.00870942

*MACROECONOMÍA INTERMEDIA*  
*Principios básicos para la Modelación Macroeconómica. Una aplicación en STATA*

2012	7	0.1216	1.1132	111.32	-0.02694207	-0.73469388
2012	8	0.1264	1.1137	111.37	0.04491556	3.94736842
2012	9	0.1206	1.1169	111.69	0.28733052	-4.58860759
2012	10	0.1213	1.1187	111.87	0.16116035	0.58043118
2012	11	0.1176	1.1172	111.72	-0.1340842	-3.05028854
2012	12	0.1144	1.1182	111.82	0.08950949	-2.72108844
2013	1	0.1181	1.1215	112.15	0.29511715	3.23426573
2013	2	0.1152	1.1265	112.65	0.44583148	-2.45554615
2013	3	0.1111	1.1288	112.88	0.20417221	-3.55902778
2013	4	0.1069	1.1316	113.16	0.24805103	-3.78037804
2013	5	0.1033	1.1348	113.48	0.28278544	-3.3676333
2013	6	0.1012	1.1375	113.75	0.23792739	-2.03291384
2013	7	0.1093	1.138	113.8	0.04395604	8.00395257
2013	8	0.1057	1.1389	113.89	0.07908612	-3.2936871
2013	9	0.1094	1.1423	114.23	0.29853367	3.50047304
2013	10	0.1077	1.1393	113.93	-0.26262803	-1.55393053
2013	11	0.1074	1.1368	113.68	-0.21943299	-0.27855153
2013	12	0.0981	1.1398	113.98	0.26389866	-8.65921788
2014	1	0.1084	1.1454	114.54	0.49131427	10.4994903
2014	2	0.1046	1.1526	115.26	0.62860136	-3.50553506
2014	3	0.1035	1.1571	115.71	0.39042166	-1.05162524
2014	4	0.1031	1.1624	116.24	0.45804166	-0.38647343
2014	5	0.1044	1.1681	116.81	0.49036476	1.26091174
2014	6	0.1024	1.1691	116.91	0.08560911	-1.91570881
2014	7	0.1117	1.1709	117.09	0.15396459	9.08203125
2014	8	0.1101	1.1733	117.33	0.20497054	-1.43240824
2014	9	0.111	1.1749	117.49	0.13636751	0.81743869
2014	10	0.1096	1.1768	117.68	0.16171589	-1.26126126
2014	11	0.108	1.1784	117.84	0.13596193	-1.45985401
2014	12	0.104	1.1815	118.15	0.26306857	-3.7037037
2015	1	0.1148	1.1891	118.91	0.64325011	10.3846154

## Anexo 2

Calculamos la adjunta, el determinante y la solución al sistema:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & (a+b)I_i & -h_2 BC_{(E-P)} \\ vL_Q & -fL_i & 0 \\ BC_Q & -FC_{(\bullet)} & -h_2 BC_{(E-P)} \end{bmatrix}^{-1} =$$

Adjunta

$$Adj = \begin{bmatrix} + \begin{bmatrix} -fL_i & 0 \\ -FC_{(\bullet)} & -h_2 BC_{(E-P)} \end{bmatrix} & - \begin{bmatrix} vL_Q & 0 \\ BC_Q & -h_2 BC_{(E-P)} \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} vL_Q & -fL_i \\ BC_Q & -FC_{(\bullet)} \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} (a+b)I_i & -h_2 BC_{(E-P)} \\ -FC_{(\bullet)} & -h_2 BC_{(E-P)} \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & -h_2 BC_{(E-P)} \\ BC_Q & -h_2 BC_{(E-P)} \end{bmatrix} & - \begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & (a+b)I_i \\ BC_Q & -FC_{(\bullet)} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} (a+b)I_i & -h_2 BC_{(E-P)} \\ -fL_i & 0 \end{bmatrix} & - \begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & -h_2 BC_{(E-P)} \\ vL_Q & 0 \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & (a+b)I_i \\ vL_Q & -fL_i \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$Adj = \begin{bmatrix} [fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times FC_{(\bullet)}] - [BC_Q \times fL_i] \\ [(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(\bullet)}] & - [[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)} \times BC_Q] & [[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times FC_{(\bullet)}] + [BC_Q \times (a+b)I_i] \\ -fL_i \times h_2 BC_{(E-P)} & -vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)} & -[[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times fL_i] - [(a+b)I_i \times vL_Q] \end{bmatrix}$$

$$Adj = \begin{bmatrix} [fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times FC_{(\bullet)}] - [BC_Q \times fL_i] \\ [(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(\bullet)}] & - [[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)} \times BC_Q] & [[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times FC_{(\bullet)}] + [BC_Q \times (a+b)I_i] \\ -fL_i \times h_2 BC_{(E-P)} & -vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)} & -[[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times fL_i] - [(a+b)I_i \times vL_Q] \end{bmatrix}$$

Determinante: Se halla el determinante por el método Gauss-Jordan.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & (a+b)I_i & -h_2 BC_{(E-P)} \\ vL_Q & -fL_i & 0 \\ BC_Q & -FC_{(\bullet)} & -h_2 BC_{(E-P)} \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$|A| = \begin{bmatrix} [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & (a+b)I_i & -h_2 BC_{(E-P)} & [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] & (a+b)I_i \\ vL_Q & -fL_i & 0 & vL_Q & -fL_i \\ BC_Q & -FC_{(\bullet)} & -h_2 BC_{(E-P)} & BC_Q & -FC_{(\bullet)} \end{bmatrix}$$

$$|A| = [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] fL_i [h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)}] vL_Q [FC_{(\bullet)}] + [(a+b)I_i] [vL_Q] [h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)}] fL_i [BC_Q]$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} [fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times FC_{(\bullet)}] - [BC_Q \times fL_i] \\ [(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(\bullet)}] & - [[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)} \times BC_Q] & [[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times FC_{(\bullet)}] + [BC_Q \times (a+b)I_i] \\ -fL_i \times h_2 BC_{(E-P)} & -vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)} & -[[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times fL_i] - [(a+b)I_i \times vL_Q] \end{bmatrix}}{|A| = [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] fL_i [h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)}] vL_Q [FC_{(\bullet)}] + [(a+b)I_i] [vL_Q] [h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)}] fL_i [BC_Q]}$$

Denominamos el determinante como  $\Omega$ .

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} [fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times FC_{(*)}] - [BC_Q \times fL_i] \\ [(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(*)}] - [(-cC_{(Q-T)} + h_2 BC_Q) \times h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)} \times BC_Q] & [(-cC_{(Q-T)} + h_2 BC_Q) \times FC_{(*)}] + [BC_Q \times (a+b)I_i] \\ -fL_i \times h_2 BC_{(E-P)} & -vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)} & -[(-cC_{(Q-T)} + h_2 BC_Q) \times fL_i] - [(a+b)I_i \times vL_Q] \end{bmatrix}}{\Omega}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial i} \\ \frac{\partial E}{\partial E} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} [fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)}] & [vL_Q \times FC_{(*)}] - [BC_Q \times fL_i] \\ [(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(*)}] - [(-cC_{(Q-T)} + h_2 BC_Q) \times h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)} \times BC_Q] & [(-cC_{(Q-T)} + h_2 BC_Q) \times FC_{(*)}] + [BC_Q \times (a+b)I_i] \\ -fL_i \times h_2 BC_{(E-P)} & -vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)} & -[(-cC_{(Q-T)} + h_2 BC_Q) \times fL_i] - [(a+b)I_i \times vL_Q] \end{bmatrix}}{\Omega}$$

$$\begin{bmatrix} -cC_{(Q-T)} & 1 & c^f I_{(Q-T)^f} & dI_{PMK^f} & h_0 BC_{Q^*} & -h_2 BC_{(E-P)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -M_P & M_M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 BC_{Q^*} & -h_2 BC_{(E-P)} & 0 & -FC_{(*)} & -FC_{(*)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial \bar{A}} \\ \frac{\partial(Q-T)^F}{\partial PMK^E} \\ \frac{\partial Q^*}{\partial P} \\ \frac{\partial M}{\partial i^*} \\ \frac{\partial \rho}{\partial \rho} \end{bmatrix}$$

**Solución:**

Todos los cálculos se expresan a continuación:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial i} \\ \frac{\partial E}{\partial E} \end{bmatrix} =$$

**1**

$$\frac{\frac{[fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] \times cC_{(Q-T)}}{[(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(*)}] - [cC_{(Q-T)}]} \frac{[fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}]}{[(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(*)}]} \\ \frac{fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}}{\Omega} \frac{[cC_{(Q-T)}]}{\Omega} \frac{fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}}{\Omega}$$

**2**

$$\frac{\frac{[fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] \times c^f I_{(Q-T)^f}}{[(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(*)}] - [c^f I_{(Q-T)^f}]} \frac{[fL_i \times h_2 BC_{(E-P)}] \times dI_{PMK^f}}{[(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(*)}] - [dI_{PMK^f}]} \\ \frac{fL_i \times h_2 BC_{(E-P)} \times c^f I_{(Q-T)^f}}{\Omega} \frac{fL_i \times h_2 BC_{(E-P)} \times dI_{PMK^f}}{\Omega}$$

3

$$\frac{\left[ \frac{[I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] \times h_0 BC_{Q'}}{[vL_Q \times FC_{(\bullet)}] - [BC_Q \times I_i] \times h_0 BC_{Q'}} \right]}{\frac{[(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] + [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(\bullet)}] \times h_0 BC_{Q'}}{[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times FC_{(\bullet)}} + \frac{\Omega}{[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times FC_{(\bullet)}} + [BC_Q \times (a+b)I_i] \times h_0 BC_{Q'}}} \frac{\Omega}{-fL_i \times h_2 BC_{(E-P)} \times h_0 BC_{Q'} + [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] I_i - [(a+b)I_i \times vL_Q] \times h_0 BC_{Q'}}$$

4

$$\left[ \frac{-[I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] \times [h_2 BC_{(E-P)}] - [vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)}] \times [M_P] - [vL_Q \times BF_i] - [BC_Q \times I_i] \times [h_2 BC_{(E-P)}]}{-(a+b)I_i \times h_2 BC_{(E-P)} - [h_2 BC_{(E-P)} \times FC_{(\bullet)}] \times [h_2 BC_{(E-P)}] - [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times [h_2 BC_{(E-P)}] - [h_2 BC_{(E-P)} \times BC_Q] \times [M_P] - [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times [FC_{(\bullet)}] + [BC_Q \times (a+b)I_i] \times [h_2 BC_{(E-P)}]} \right] \frac{\Omega}{\frac{[I_i \times h_2 BC_{(E-P)}] \times [h_2 BC_{(E-P)}] + [vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)}] \times [M_P] + [1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times [I_i] + [(a+b)I_i \times vL_Q] \times [h_2 BC_{(E-P)}]}}{\Omega}$$

5

$$\left[ \frac{[M_P] [vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)}]}{-(1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q) \times h_2 BC_{(E-P)} - [h_2 BC_{(E-P)} \times BC_Q] \times [M_P]} - \frac{[vL_Q \times FC_{(\bullet)}] - [BC_Q \times I_i] \times [FC_{(\bullet)}]}{[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times FC_{(\bullet)} + [BC_Q \times (a+b)I_i] \times FC_{(\bullet)}} \right] \frac{\Omega}{\frac{vL_Q \times h_2 BC_{(E-P)} \times [M_P]}{\Omega} - \frac{[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times [I_i] - [(a+b)I_i \times vL_Q] \times FC_{(\bullet)}}{\Omega}}$$

6

$$\left[ \frac{[vL_Q \times FC_{(\bullet)}] - [BC_Q \times I_i] \times [FC_{(\bullet)}]}{[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times FC_{(\bullet)} + [BC_Q \times (a+b)I_i] \times FC_{(\bullet)}} \right] \frac{\Omega}{\frac{[1 - cC_{(Q-T)} + h_1 BC_Q] \times [I_i] - [(a+b)I_i \times vL_Q] \times FC_{(\bullet)}}{\Omega}}$$

**Resultado Final:**

$$\left[ \frac{\partial Q}{\partial i} \right] = [\theta] \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial \bar{A}} \\ \frac{\partial(Q-T)^F}{\partial PMK^E} \\ \frac{\partial Q^*}{\partial P} \\ \frac{\partial M}{\partial i^*} \\ \frac{\partial \rho}{\partial \rho} \end{bmatrix}$$

Donde  $[\theta]$  corresponde a los valores correspondientes expresados en las matrices.

**Anexo 3. Series originales**

<b>Años</b>	<b>Trimestre</b>	<b>Producto Interno Bruto de Colombia. Miles de pesos</b>	<b>Tasa de Cambio Nominal</b>	<b>M2. Miles de pesos</b>	<b>Demanda= Consumo + Inversión. Miles de pesos</b>	<b>Producto Interno Bruto de Estados Unidos. Miles de pesos</b>
1994	1	31467175,77	1533,72	16811670,83	33219946,07	76329173142,47
1994	2	33314959,58	1572,06	18278547,00	36078810,45	77663844885,98
1994	3	36768714,09	1547,36	19895746,00	38557428,68	78245487018,80
1994	4	37057647,83	1527,57	22569050,96	38974241,54	79425029627,98
1995	1	33425183,08	1374,74	24048426,00	35713009,18	78421340919,13
1995	2	34867452,86	1408,87	25922203,87	37719562,17	78664851949,19
1995	3	37151978,74	1497,04	27140551,00	38962868,79	79660172263,41
1995	4	37938636,77	1558,01	28961289,00	40215531,99	80515532769,10
1996	1	33255119,62	1408,17	28972139,96	35743831,89	79782230967,74
1996	2	34897112,60	1469,12	30190288,74	37362231,45	81106047700,17
1996	3	36571045,80	1407,65	31013222,97	38262731,46	81953008684,60
1996	4	36853453,76	1334,65	34815524,00	38230597,05	82997133543,64
1997	1	31969977,84	1248,97	34711665,95	33975847,89	82559868393,57
1997	2	35533671,46	1278,83	37016093,00	37859724,54	84094079067,83
1997	3	38072479,24	1377,51	38605216,00	39713694,80	85441098031,09
1997	4	38831674,69	1486,69	43794557,97	41396136,03	86373943641,62
1998	1	33576601,00	1347,96	43437029,00	36768685,00	86006000000,00
1998	2	35069443,00	1375,28	45428378,43	37747929,00	86986000000,00
1998	3	35843603,00	1455,89	45305948,52	37404740,00	88472000000,00
1998	4	35993675,00	1554,77	48558066,68	36842366,00	90275000000,00
1999	1	30612965,19	1376,68	48412779,92	31781149,64	89985318347,51
1999	2	32751295,12	1549,25	49381814,36	32996850,11	90614612515,04
1999	3	36109853,89	1807,34	48934594,27	35100336,97	91895156866,65
1999	4	37311348,69	1803,90	53670529,37	36086505,08	93621783478,61
2000	1	32884792,76	1635,66	51624896,58	33109180,11	92504985288,35
2000	2	35094661,63	1811,91	52995648,44	35037792,51	94296302989,13
2000	3	37698103,14	1953,74	51825562,85	36055689,47	94561496244,95
2000	4	38814808,14	1949,08	56663646,70	37189244,96	95438586860,75
2001	1	32700259,07	1813,00	56096929,28	33940377,08	93667028457,60
2001	2	35469738,90	1952,67	57264116,40	36320813,86	94444701276,76

*Alcides de Jesús Padilla Sierra*  
*José Ignacio Consuegra Manzano*

2001	3	37466236,87	1952,61	56736362,49	36912673,24	94723589724,36
2001	4	38650541,77	1939,56	62158432,05	37675444,03	95948249153,82
2002	1	31762151,07	1728,10	59099202,62	33069849,40	95544661607,64
2002	2	35911912,63	1864,30	61020409,58	36987138,91	95957511955,51
2002	3	38586673,25	2201,43	61888980,64	38884934,95	96824904761,90
2002	4	40205122,43	2262,22	66672227,87	39435939,05	97446883348,67
2003	1	33854550,45	2140,42	66321183,82	35791214,95	96320768306,01
2003	2	36910063,57	2165,04	67856610,16	37524380,76	97585558620,69
2003	3	40145438,49	2214,72	68804831,65	39754942,57	99643309012,10
2003	4	42655843,17	2185,90	74758399,04	41089646,61	101389312387,14
2004	1	35721244,07	1879,69	74604964,42	38064585,71	100737552433,79
2004	2	39659553,88	1988,19	78489138,88	40814793,32	101337757057,16
2004	3	42477487,59	1935,53	79224098,04	41743030,94	102868745780,59
2004	4	45718950,72	1870,94	88342384,28	43848701,67	104224858615,87
2005	1	36741202,28	1605,48	89433692,52	38960047,58	104274509551,93
2005	2	42008726,09	1694,36	93435966,62	42950147,65	104605826906,60
2005	3	45960990,12	1703,75	95759273,68	45870454,72	105647811039,62
2005	4	47721118,42	1699,26	104088205,84	45913845,80	106910354784,37
2006	1	38941357,79	1535,81	102480430,73	42000066,25	107112801273,46
2006	2	45364887,05	1809,37	110013033,23	47300952,44	107253819739,66
2006	3	49408543,19	1760,88	112360247,12	49868901,27	107893799115,19
2006	4	51945645,90	1661,99	122183497,93	50902973,07	110429151875,72
2007	1	42187313,46	1466,29	126659738,69	46761222,00	109322169362,98
2007	2	46481770,63	1402,09	128324479,64	48718511,55	109520195262,54
2007	3	51536174,01	1462,55	133228877,56	51196391,55	110846754153,15
2007	4	56029744,80	1452,63	144058889,39	53606028,37	111438611203,39

## Anexo 4

### Programación M2

#C:\Users\familia padilla\Desktop\WinX12\x12a\docs\M2.spc was created on  
09/10/2011 04:17:49 p.m.

#Created using X-12 version 0.3 build 192

```
series{
  title= "Oferta Monetaria M2"
  file= 'M2.txt'
  format= 'free'
  start= 1994.1
  period= 4
  span= (1994.1,2007.4)
  savelog= peaks
}
transform{ function= log}
regression{
  variables= ( )
  #aicstest= ( td easter ) savelog= aicstest
}
outlier{
  types= ( AO LS )
}
arima{ model= (2 1 0)(0 1 1)}
forecast{
  maxlead= 4
  print= none
}
estimate{
  print= (roots regcmatrix acm)
```

```
savelog= (aicc aic bic hq afc)
}
check{print= all savelog= (lbq nrm)}
x11{
  seasonalma= s3x5
  savelog= all
}
slidingspans{
  savelog= percent
  additivesa= percent
}
history{
  estimates= (fcst aic sadj sadjchng trend trendchng)
  savelog= (asa ach atr atc)
}
```

Programación Demanda

#C:\Users\familia padilla\Desktop\WinX12\x12a\docs\demanda.spc was  
created on 09/10/2011 04:47:17 p.m.

#Created using X-12 version 0.3 build 192

```
series{
  title= "Demanda"
  file= 'demanda.txt'
  format= 'free'
  start= 1994.1
  period= 4
  span= (1994.1,2007.4)
  savelog= peaks
}
transform{ function= log}
regression{
```

```
variables= ( const easter[1] )
#aicctest= ( td easter ) savelog= aicctest
}
outlier{
  types= ( AO LS )
}
arima{ model= (1 1 0)(1 1 1)}
forecast{
  maxlead= 4
  print= none
}
estimate{
  print= (roots regcmatrix acm)
  savelog= (aicc aic bic hq afc)
}
check{print= all savelog= (lbq nrm)}
x11{
  seasonalma= s3x9
  savelog= all
}
slidingspans{
  savelog= percent
  additivesa= percent
}
history{
  estimates= (fcst aic sadj sadjchng trend trendchng)
  savelog= (asa ach atr atc)
}
```



Este libro reúne capítulos de investigación cuyo objetivo es mostrar el uso del instrumental matemático y del software **STATA® 12.0** para la modelación macroeconómica y en general para la solución de problemas de investigación en esta área.

Dado el gran crecimiento de las herramientas novedosas y poderosas en el análisis de series de tiempo se propone a través de este libro algunas aplicaciones macro-econométricas. De hecho, el documento incluye el tratamiento matemático y econométrico de series de tiempo del modelo **IS-LM**, la aplicación del **Efecto Fisher** y el modelo **Baumol-Tobin** para la economía colombiana.

Además, para el análisis se utilizarán los diferentes instrumentos básicos y avanzados en la modelación macroeconómica de las series de tiempo. Antes de entrar a la estimación de modelos e involucrar a los lectores en el tratamiento de las variables macroeconómicas se hace un refuerzo de los conceptos macroeconómicos, de los estadísticos empleados y de las herramientas y técnicas de **STATA®**. Se incluye además al final de cada capítulo una serie de ejercicios de práctica.

