

# ESTRATEGIAS DE OPTIMIZACIÓN BI-OBJETIVO PARA EL PROCESO DE PESAJE MULTICABEZAL

Alexander D. Pulido-Rojano<sup>1</sup>, y J. Carlos García-Díaz.

\* Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad Simón Bolívar, Av. 59 No. 59-92. A.A. 5059, Barranquilla, Colombia. Grupo de Consultoría e Innovación JJ&N S.A.S. Carrera 26D # 64-13, Barranquilla, Colombia..

\*\* Departamento de Estadística e Investigación Operativa Aplicadas y Calidad, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera, s/n. 46022, Valencia, España.

## ABSTRACT

Multihead weighing processes are considered an important strategy in packaging companies. Multihead weighers are used for dosing a wide range of products, from granules to large products. The packaging process consists of choosing a subset of hoppers in the multihead weigher to form a product package. This paper proposes a set of filling strategies of hoppers to reduce the variability in the weight of the produced packages. The strategies are evaluated through a bi-objective optimization approach which aims to minimize the absolute difference between the target weight and the actual weight of the packages, while trying to maximize the selection of those hoppers with more time in the packaging system. In the bi-objective approach, the considered objectives are dynamically adjusted and managed in each packaging operation. In addition, the mathematical model and the packing algorithm are developed and presented. The results of the process performance parameters are obtained and analyzed to show the effectiveness of the proposed strategies. Also, conditions of minimum variability are identified and those can be used by the packaging industry where multihead weighers are used.

**KEYWORDS:** Bi-objective optimization, Multihead weighing process, Setting of hoppers, Reduction of variability.

**MSC:** 90B90

## RESUMEN

Los procesos de pesaje multicabezal son actualmente considerados una estrategia importante en empresas de envasado. Maquinas pesadoras multicabezal son utilizadas para la dosificación de amplia gama de productos, desde granulados a productos de gran tamaño. El proceso de envasado consiste en la selección de un subconjunto de tolvas en la pesadora multicabezal para formar un paquete de producto. La presente investigación propone un conjunto de estrategias de llenado de tolvas para reducir la variabilidad en el peso de los paquetes producidos. Las estrategias son evaluadas mediante un enfoque de optimización bi-objeivo que busca minimizar la diferencia absoluta entre el peso objetivo y el peso real de los paquetes, al tiempo que intenta maximizar la selección de aquellas tolvas con mayor tiempo en el sistema de envasado. En el enfoque bi-objetivo, los objetivos considerados son dinámicamente ajustados y gestionados en cada operación de envasado. Además, el modelo matemático que representa nuestro problema y el algoritmo de envasado son desarrollados y presentados. Los resultados de los parámetros de rendimiento del proceso son obtenidos y analizados como una medida de la efectividad de las estrategias propuestas. Asimismo, las condiciones de mínima variabilidad son identificadas para motivar su uso en la industria de envasado de producto en donde se utilicen máquinas de pesaje multicabezal.

**PALABRAS CLAVES:** Optimización bi-objeivo, Proceso de pesaje multicabezal, Configuración de llenado de tolvas, Reducción de Variabilidad.

## 1. INTRODUCCIÓN

La optimización es el proceso de intentar encontrar la mejor solución posible a un problema, generalmente en un tiempo limitado<sup>[5, 29]</sup>. Su aplicación es fundamental en áreas como la producción industrial, la investigación de operaciones y la ingeniería. Cada problema de optimización está representado por un modelo matemático compuesto por una función objetivo y restricciones que hacen más real el problema a optimizar<sup>[3, 7, 31]</sup>. Los problemas abordados mediante la optimización se caracterizan por poseer muchas posibles soluciones que son comparadas mediante algún tipo de técnica, pretendiendo identificar la mejor de todas<sup>[3-5, 9, 30]</sup>.

En muchas situaciones se desea encontrar la mejor solución posible para diferentes objetivos. La alternativa en estos casos es utilizar técnicas de optimización multi-objetivo o multi-criterio que permitan hallar un vector de soluciones que cumplen con las restricciones planteadas y cuyos valores optimicen un vector de

---

<sup>1</sup> apulido3@unisimonbolivar.edu.co

funciones objetivo. Estas funciones representan los diferentes criterios que se desean optimizar, y generalmente están en conflicto entre sí [9, 22].

Existe una colección importante de problemas, ya sean mono-objetivo o multi-objetivo, para los que no se dispone de algoritmos exactos que permitan encontrar la solución óptima en tiempos razonables. En estos casos, una alternativa consiste en diseñar algoritmos aproximados que encuentren una solución de alta calidad en un tiempo moderado.

Esta investigación propone evaluar conjunto de estrategias de llenado de tolvas para el proceso de envasado en pesadoras multicabezal (proceso de pesaje multicabezal) bajo un enfoque de optimización bio-objetivo. En este sentido, diversos algoritmos de optimización aproximados han sido diseñados para evaluar cada estrategia. Los algoritmos siguen un procedimiento que intenta reducir la diferencia absoluta entre el contenido real del paquete  $W$  y su peso objetivo  $T$ , al tiempo que intenta maximizar la selección de aquellas tolvas con mayor tiempo en el sistema de envasado. El procedimiento de envasado y el modelo matemático de optimización también han sido desarrollados.

El presente manuscrito está estructurado de la siguiente manera. La Sección 2 presenta las características principales de las pesadoras multicabezal. Sección 3 presenta un resumen de los trabajos recientes y más relevantes relacionados con la mejora de los procesos de pesaje multicabezal. El proceso de envasado es introducido en la Sección 4. Sección 5 contiene una complementa descripción del enfoque de optimización utilizado. Los resultados y el análisis son mostrados en la sección 6. Finalmente, las conclusiones de la presente investigación son presentadas en la Sección 7.

## 2. PESADORAS MULTICABEZAL

En la actualidad, las pesadoras multicabezal son fundamentales en líneas de envasado de productos comestibles y no comestibles. Estas máquinas constan de un conjunto de tolvas de alimentación y de pesaje que garantizan alta precisión a la hora del envasado. Puede instalarse como parte de una línea de pesaje y envasado o conectarse con equipos de envasado existentes [28].

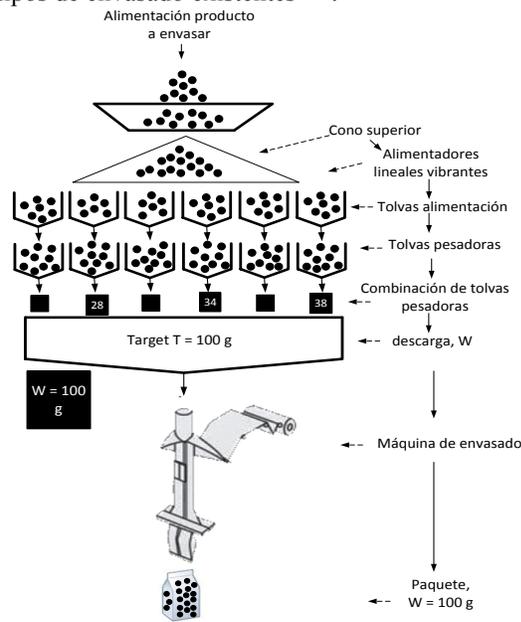


Figure. 1. Componentes básicos de una pesadora multicabezal radial [11].

El sistema de pesaje de multicabezal está compuesto principalmente por un sistema de alimentadores lineales vibrantes, un conjunto  $H$  de  $n$  tolvas de alimentación, un conjunto  $H$  de  $n$  tolvas de pesaje y un conducto de descarga de producto a una máquina de envasado. Fig. 1 presenta los componentes principales del sistema de envasado en máquinas pesadoras multicabezales radiales.

Durante el proceso de envasado, el producto se alimenta continuamente mediante los alimentadores lineales vibrantes a las  $n$  tolvas de alimentación, quienes a su vez depositan su contenido a las  $n$  tolvas de pesaje, estas últimas pesan el producto para calcular todas las posibles combinaciones de pesos, buscando

descargar la mejor combinación (la más cercana al peso objetivo  $T$ ) a la máquina de envasado <sup>[24]</sup>. Las  $n$  tolvas de pesaje, donde se aloja el producto a envasar, contienen celdas de cargas en su interior para medir el peso del producto. El valor del peso en cada una de las  $n$  tolvas debe ser menor al peso objetivo del paquete  $T$ , de modo que  $T$  se alcanza mediante la combinación de un subconjunto de  $k$  tolvas.

### 3. TRABAJOS RELACIONADOS

Investigaciones recientes han enfocado su atención en proponer enfoques de optimización matemática o métodos aproximados para la mejora de los procesos de pesaje multicabezal. El esquema óptimo para la determinación del tiempo de operación de los alimentadores lineales vibrantes en las pesadoras multicabezales ha sido investigado <sup>[20]</sup>. Un algoritmo de pesaje para pesadoras multicabezales ha sido propuesto <sup>[21]</sup> basado en operaciones bits. Un segundo objetivo también ha sido introducido <sup>[15]</sup>. Aquí, el problema de envasado fue formulado como un problema de optimización bi-criterio y un algoritmo basado en programación dinámica fue propuesto para su solución. Este algoritmo pretendió minimizar la duración máxima del producto en el sistema de envasado, al tiempo que buscaba que el peso total de cada paquete fuese lo más cerca posible a su peso objetivo. Algunos autores <sup>[13, 17-19]</sup> han estudiado la posibilidad de mejorar el modelo de optimización bi-criterio propuesto por [15]. Otros autores han desarrollado un nuevo enfoque bi-objetivo para la optimización del proceso <sup>[24]</sup>. En este nuevo enfoque, la importancia relativa de los objetivos considerados fue gestionada y ajustada dinámicamente en cada operación de envasado. El ajuste de llenado de las tolvas también ha sido estudiado <sup>[25, 26]</sup> como una forma de reducir la variabilidad en el proceso de envasado. Asimismo, diversos algoritmos de optimización han sido propuestos <sup>[2]</sup> para determinar el caudal óptimo de producto de cada alimentador radial, buscando como principal objetivo minimizar el valor esperado del costo de producción por paquete “conforme” en un período de tiempo fijo. Un modelo de optimización heurístico fue desarrollado <sup>[6]</sup> basado en una caracterización detallada de lo que constituye una solución casi óptima al problema de la configuración de la pesadora multicabezal. La idea fue encontrar los puntos de alimentación de las tolvas buscando minimizar el error cuadrático medio del peso del paquete. Un gráfico de control modificado ha sido propuesto <sup>[11, 27]</sup> para monitorear y controlar el proceso de producción. Las condiciones operacionales óptimas para el proceso de envasado han sido obtenidas <sup>[12]</sup> a través de un algoritmo bi-objetivo. Finalmente, autores como <sup>[14, 16]</sup> han investigado diferentes tipos de operaciones de envasado. En estas investigaciones, se desarrollaron diferentes algoritmos para sistemas de envasado de alimentos de doble capa y sistemas de envasado dúplex.

### 4. PROCESO DE PESAJE MULTICABEZAL

#### 4.1. Descripción del proceso de envasado

El proceso de envasado en pesadoras multicabezales consiste en seleccionar un subconjunto  $H'$  del conjunto  $H$  de las  $n$  tolvas de pesaje para producir un paquete de producto. Para ello, los alimentadores vibrantes distribuyen producto a cada tolva de alimentación  $i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Cuando una cierta cantidad  $x_i$  de producto es emplazado en cada tolva de alimentación, los alimentadores se detienen y el contenido de las tolvas se traslada a cada tolva de pesaje  $i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Los productos son pesados y sus valores son transmitidos a la unidad de control de la pesadora multicabezal, la cual calcula todas las combinaciones de pesos posibles. Los pesos cuya combinación es mayor o igual a  $T$  son descargados de sus correspondientes tolvas de pesaje, siendo liberados a la máquina de envasado a través de los conductos de descarga. Posteriormente, nuevos productos son suministrados en las tolvas vacías y así continua la operación hasta alcanzar la cantidad de paquetes  $Q$  requeridos. La Fig. 2. muestra un ejemplo del proceso de envasado para un peso objetivo  $T = 100$  gramos. Acorde a nuestra experiencia, pesadoras de combinación automática están habilitadas para producir entre 50 y 250 paquetes por minuto, dependiendo de la configuración concreta de la máquina. El cardinal del subconjunto  $H'$  dependerá del número  $k$  de tolvas de pasaje combinadas en cada operación de envasado, por lo que  $|H'| = k$ . Esto es semejante al problema combinatorio de la suma de subconjuntos NP-completo <sup>[10]</sup> cuando el número de tolvas a combinar ( $k$ ) no es predeterminado ni constante.

A partir de un estudio realizado mediante el análisis de datos reales, diversos autores <sup>[1, 2, 6]</sup> han observado que los pesos  $x_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) en las tolvas se distribuyen normalmente  $x_i \sim N(\mu, \sigma)$ , donde  $\mu$  es el peso medio del producto a suministrar a las tolvas, y  $\sigma$  es su desviación estándar. En los alimentadores radiales vibrantes, los valores de  $\mu$  y  $\sigma$  están correlacionados, y esta correlación depende de la forma y peso del

producto. Diversos autores como [1, 2, 6] estudian estas correlaciones. Estos autores afirman que  $\sigma$  depende de la cantidad media  $\mu$ , de acuerdo con la siguiente relación lineal:  $\sigma = \gamma\mu$ , donde  $\gamma$  ( $0 < \gamma < 1$ ) es un “coeficiente de proporcionalidad” que depende del producto a envasar. Como se muestra más adelante, en nuestros experimentos numéricos utilizaremos el valor de  $\gamma = 0.123$ <sup>[1]</sup> correspondiente al producto Fusilli (un tipo de pasta fresca).

Note que si todas las tolvas son independientemente llenadas acorde a la misma distribución  $N(\mu, \sigma = \gamma\mu)$ , y las  $k$  tolvas elegidas para formar el paquete son seleccionadas de forma aleatoria. Entonces, los pesos totales seguirían una distribución normal  $N(k\mu, \sqrt{k}\sigma)$ , donde se espera que  $k\mu$  sea igual a  $T$  y  $\sqrt{k}\sigma$  es la desviación estándar esperada para los paquetes.

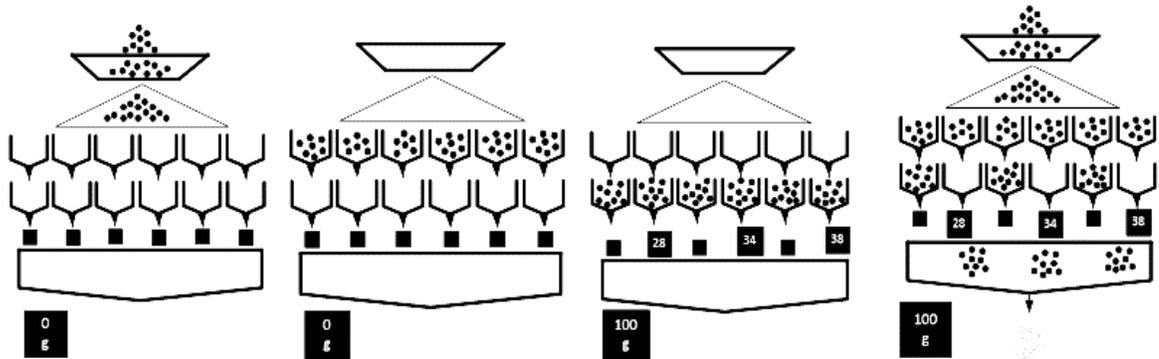


Figure. 2. Proceso de envasado para un peso objetivo de 100 gr en una pesadora multicabezal <sup>[1]</sup>

#### 4.2. Permanencia de los pesos en las tolvas

En ocasiones, una determinada cantidad de producto puede permanecer durante mucho tiempo en su correspondiente tolva hasta ser elegido para el envasado. Esto es un problema cuando tratamos con productos que pueden deteriorarse rápidamente, por ejemplo, cuando se desea envasar un producto congelado.

Una manera de abordar esta situación es supervisando y controlando el tiempo de permanencia o residencia del producto en cada tolva de pesaje  $i$ . Esto se puede hacer mediante la asignación de un coeficiente de prioridad  $P_i$ <sup>[15]</sup>, el cual se puede calcular de la siguiente forma:  $P_i = \ell - \ell_i + 1$ . En este caso,  $\ell$  denota el número de iteración actual de la operación de envasado y  $\ell_i$  denota el número de iteración en la que el peso  $x_i$  ha sido suministrado en la tolva  $i$  cuando la tolva estaba vacía. Note que cada tolva inicia con una mínima prioridad de 1 justo antes de iniciar la primera operación de envasado o en la siguiente operación luego de ser descargada. De esta forma,  $P_i$  representa el tiempo de residencia (en número de operaciones de envasado) del peso  $x_i$  en su tolva antes de ser elegido. Es importante tener en cuenta que  $1 \leq \ell \leq Q$ . En este contexto, la calidad final del producto envasado deberá cumplir dos objetivos. El primero se relaciona con la proximidad del peso total ( $W = \sum_{i \in H'} x_i$ ) al peso objetivo y la variabilidad del proceso de envasado, y el segundo conseguir reducir al mínimo el tiempo de residencia total del producto en el sistema de envasado.

La presente investigación propone evaluar un conjunto de estrategias de configuración de llenado de tolvas en la pesadora multicabezal mediante un enfoque de optimización bio-objetivo que considera la prioridad  $P_i$  de cada tolva de pesaje. Este enfoque bi-objetivo también toma en cuenta que el número de tolvas combinadas  $k$  en cada operación de envasado es predeterminado y constante. Esto causaría que el suministro promedio de producto a las  $n$  tolvas sea fijado en  $\mu = T/k$ . Además, los objetivos considerados (peso y prioridad) son ajustados y gestionados dinámicamente en cada operación de envasado (Ver Sección 5).

Los algoritmos aproximados desarrollados consideran que el peso total  $W = \sum_{i \in H'} x_i$  seleccionado para formar el paquete sea aquel que minimice la diferencia, en valor absoluto, entre  $W$  y  $T$ . Este enfoque de selección puede ser configurado por el fabricante de la pesadora multicabezal de acuerdo a sus preferencias. Nuestro objetivo es demostrar la utilidad de este enfoque para minimizar el sobrepeso en los paquetes producidos cuando es usado en diferentes estrategias de llenado de tolvas.

La minimización de la diferencia absoluta entre  $W$  y  $T$ , y la idea de evaluar un número fijo de tolvas combinadas  $k$  ya ha sido estudiado por [24], sin embargo, los autores solo se limitan a estudiar la variabilidad obtenida para cada valor de  $k$  en una estrategia de llenado específica. Además, en [24] se asume que la variabilidad de los pesos en las tolvas no depende del coeficiente de proporcionalidad, lo cual no se ajustaría del todo a la práctica industrial.

## 5. ENFOQUE DE OPTIMIZACIÓN

### 5.1. Objetivos y Restricciones

La solución al problema de envasado en pesadoras multicabezal considerado en esta investigación, trata simultáneamente con el objetivo de minimizar la diferencia absoluta entre el  $T$  y  $W$ , y el objetivo de maximizar la prioridad total de las tolvas elegidas en cada operación de envasado. Estos objetivos pueden ser planteados como:  $z_1 = \min |T - \sum_{i \in H'} x_i|$  y  $z_2 = \max \sum_{i \in H'} P_i$ , respectivamente.

Para ser el problema más ajustado a la realidad, dos restricciones se proponen para los objetivos [24]. La primera restricción busca que el peso  $W$  este dentro de un nivel de confianza del 99.73% de  $T$ . Esto es  $|T - W| \leq Z_{\alpha/2} \sqrt{k} \sigma$ , donde  $Z_{\alpha/2}$  es el valor crítico de la distribución normal estándar  $N(0,1)$  para un nivel de significancia de  $\alpha$ . Esta restricción evitaría la producción de paquetes cuyos pesos totales estén muy lejanos de  $T$ . La segunda restricción permitirá controlar el tiempo de permanencia de los pesos  $x_i$  en las tolvas mediante un parámetro denominado Prioridad máxima permitida ( $P_{max}$ ), como lo propone [24].  $P_{max}$  representa el número máximo de operaciones de envasado que el peso  $x_i$  puede permanecer en su tolva sin ser elegido para el envase y es fijado antes de iniciar la producción de paquetes.

De esta forma, para un valor de  $P_{max} = 100$ , el tiempo máximo de permanencia cuando empleamos una pesadora multicabezal con una capacidad de cincuenta paquetes por minuto se obtendría de la siguiente manera: 50 paquetes / 60 segundos es equivalente a 1.2 segundos / paquete. Por lo tanto, 1.2 segundos / paquete  $\cdot$  100 paquetes = 120 segundos. La idea es que la prioridad de ninguna tolva  $i$  elegida sea superior a  $P_{max}$ . Basado en lo anterior, una combinación de  $k$ -tolvas elegidas para formar el paquete es válida si cumple con  $|T - W| \leq Z_{\alpha/2} \sqrt{k} \sigma$  y la prioridad de ninguna tolva es mayor a  $P_{max}$ .

Como una forma de resolver el problema, se propone utilizar una única función ponderada o función de utilidad la cual combine información de los dos objetivos o criterios considerados (peso y prioridad), donde la importancia relativa de cada objetivo sea ajustada de forma dinámica en cada operación de envasado. Esto ha sido una técnica efectiva para abordar este problema [24].

El enfoque consiste en buscar la combinación de  $k$ -tolvas que minimicen una especie de distancia ( $D$ ) al llamado punto ideal en el espacio de soluciones. La representación de este punto ideal estaría dada por  $(z_1^{\min}, z_2^{\max})$ , donde  $z_1^{\min}$  es la diferencia mínima posible (en valor absoluto) entre  $T$  y  $W$  en la actual operación de envasado, y  $z_2^{\max}$  es el valor máximo posible de la suma de las prioridades en tolvas en la actual operación de envasado. Por lo tanto,  $z_1^{\min}$  y  $z_2^{\max}$  son los respectivos valores óptimos para los dos objetivos considerados, si cada uno de ellos fuese optimizado por separado.

Antes de calcular la distancia euclidiana ( $D$ ) de una solución dada al punto ideal, cada uno de los valores obtenidos en la solución (diferencia entre  $T$  y  $W$ , y la suma de las prioridades) se normaliza y luego se le asigna un peso relativo de  $(1-\theta)$  y  $\theta$ , respectivamente, de modo que la función cuyo valor requiere ser minimizado estará representada por:

$$D = \sqrt{(1 - \theta) \left( \frac{z_1 - z_1^{\min}}{z_1^{\max} - z_1^{\min}} \right)^2 + \theta \left( \frac{z_2 - z_2^{\max}}{z_2^{\max} - z_2^{\min}} \right)^2}, \quad (1)$$

Donde  $z_1^{\max}$  y  $z_2^{\min}$  se definen como la máxima diferencia posible entre  $T$  y  $W$ , y el valor mínimo posible de la suma de las prioridades en tolvas en la actual operación de envasado, respectivamente. El parámetro  $\theta$  se actualiza en cada iteración u operación de envasado y su valor dependerá de la prioridad máxima permitida ( $P_{max}$ ) y la máxima prioridad individual en cualquiera de las tolvas en la actual operación de envasado ( $\max_{i \in H} P_i$ ).

$$\theta = \frac{1}{P_{max} - \max_{i \in H} P_i + 1}. \quad (2)$$

La idea es que el objetivo de seleccionar una combinación de  $k$ -tolvas con alto valor de suma de prioridades se vuelva más importante a medida que la máxima prioridad individual encontrada en cualquiera de las tolvas se acerque más a la prioridad máxima permitida ( $P_{max}$ ). De esta manera, durante las primeras operaciones de envasado, en las que se espera que el valor de las prioridades de todas tolvas sean bajas, el valor de  $\theta$  se mantendrá relativamente pequeño y, por lo tanto, el objetivo de minimizar la diferencia entre  $T$  y  $W$  se le asignará una mayor importancia. No obstante, a medida que avanza la producción de paquetes, cuanto más se acerca el valor de la máxima prioridad individual en cualquiera de las tolvas a  $P_{max}$ , el valor de  $\theta$  será más alto y se le dará mayor importancia al objetivo de maximizar la suma de prioridades.

La combinación de tolvas que minimiza la distancia al punto ideal es conocido por ser una solución Pareto-óptima o no dominada<sup>[23]</sup>, lo que significa que no hay otra combinación válida de  $k$ -tolvas que sea al menos tan buena con respecto a (al menos) uno de los objetivos (peso o prioridad) y estrictamente mejor con respecto al otro objetivo<sup>[8]</sup>. Esto es generalmente considerado como una propiedad deseable para las soluciones que se logran encontrar por técnicas multi-objetivo.

## 5.2. Estrategias de llenado de tolvas

Las estrategias para la configuración inicial de la pesadora multicabezal proponen dividir las tolvas en subgrupos y experimentar de manera sistemática el suministro de producto a cada subgrupo. Esto ha sido una estrategia eficiente a la hora de minimizar la variabilidad en los procesos de pesaje multicabezal<sup>[25, 26]</sup>. Para fijar el suministro promedio de producto, utilizaremos un parámetro representando por  $\delta$ , el cual ayudará a fijar la cantidad de producto a las tolvas de pesaje. Las estrategias de llenado son:

1. **Estrategia de llenado E1:** Esta estrategia propone dividir las  $n$  tolvas de pesaje en cinco subgrupos ( $n_1, n_2, n_3, n_4$  y  $n_5$ , con  $n = \sum_{j=1}^5 n_j$ ) y suministrar una cantidad promedio diferente de producto a cada subgrupo ( $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  y  $\mu_5$ , respectivamente). Durante la operación de envasado la configuración de llenado de tolvas se establece de la siguiente forma:

$$x_{tolva} \sim N(\mu_j, \sigma_j = \gamma\mu_j) = \begin{cases} \mu_1 = \mu - \delta\sigma \\ \mu_2 = \mu - (\delta - \delta_{min})\sigma \\ \mu_3 = \mu \\ \mu_4 = \mu + (\delta - \delta_{min})\sigma \\ \mu_5 = \mu + \delta\sigma \end{cases} \quad (3)$$

Aquí,  $\delta_{min}$  es el valor mínimo de  $\delta$  distinto de cero ( $\delta_{min} \neq 0$ ) en el conjunto de posibles valores definidos para  $\delta$ . Por lo tanto, la expresión (3) es válida cuando  $\delta > 0$  y es múltiplo de  $\delta_{min}$ . Esto asegura que el suministro promedio a  $n_1, n_2, n_3, n_4$  y  $n_5$  sea diferente. Ahora, cuando  $\delta = 0$  proponemos que la configuración de llenado de todas las tolvas sea fijada en  $\mu = \mu_j$ , es decir,  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = T/k$ . Nótese que  $\delta$  implica cambios voluntarios en el suministro promedio de productos a los diferentes subgrupos de tolvas, con excepción de  $n_3$ .

2. **Estrategia de llenado E2:** Similar a E1, proponemos dividir las  $n$  tolvas en tres subgrupos ( $n_1, n_2$  y  $n_3$  con  $n = \sum_{j=1}^3 n_j$ ). En este caso, el suministro promedio de productos a las tolvas dependerá únicamente del valor de  $\delta$ . Por lo tanto, en esta estrategia los valores  $\mu_j$  para cada subgrupo serán  $\mu_1, \mu_3$  y  $\mu_5$ , respectivamente (véase ecuación (3)).

$$x_{tolva} \sim N(\mu_j, \sigma_j = \gamma\mu_j) = \begin{cases} \mu_1 = \mu - \delta\sigma \\ \mu_3 = \mu \\ \mu_5 = \mu + \delta\sigma \end{cases} \quad (4)$$

Los cambios en la oferta de producto a las tolvas se producirán solo cuando  $\delta > 0$ . Para los casos en los que  $\delta = 0$ , se propone fijar los suministros en  $\mu = \mu_j$ , es decir,  $\mu_1 = \mu_3 = \mu_5 = T/k$ . De esta forma, vemos como  $\delta$  es utilizado para variar el suministro promedio de productos a los subconjuntos  $n_1$  y  $n_3$ .

3. **Estrategia de llenado E3:** En esta estrategia, el proceso de envasado se evalúa en condiciones en las que todas las  $n$  tolvas de pesaje se llenan con una cantidad promedio igual de producto, con el fin de establecer la configuración de llenado en:  $\mu = \mu_3 = T/k$ . Por lo tanto, no se consideran

cambios en el suministro promedio de producto a las tolvas, esperando que la suma del contenido en  $k$  tolvas sea igual a  $T$ .

Como un ejemplo en el cálculo de los valores de  $\mu_j$  y  $\sigma_j$  para la estrategia E1, suponga  $T = 125$  g,  $k = 7$ ,  $\sigma = 2.20$  g (para  $\gamma = 0.123$ ),  $\delta_{min} = 0.5$  y  $\delta = 2.0$ . Adicionalmente, suponga  $n = 16$ , con  $n_1 = 3$ ,  $n_2 = 3$ ,  $n_3 = 4$ ,  $n_4 = 3$  y  $n_5 = 3$ . Entonces, los valores de  $\mu_j$  serían:  $\mu_1 = 125/7 - 2.0(2.20) = 13.46$  g,  $\mu_2 = 125/7 - (2.0 - 0.5)(2.20) = 14.56$  g,  $\mu_3 = 125/7 = 17.86$  g,  $\mu_4 = 125/7 + (2.0 - 0.5)(2.20) = 21.15$  g y  $\mu_5 = 125/7 + 2.0(2.20) = 22.25$  g. En este caso, los valores de  $\sigma_j$  son:  $\sigma_1 = \gamma\mu_1 = 0.123 \cdot 13.46 = 1.66$  g,  $\sigma_2 = \gamma\mu_2 = 0.123 \cdot 14.56 = 1.79$  g,  $\sigma_3 = \gamma\mu_3 = 0.123 \cdot 17.86 = 2.20$  g,  $\sigma_4 = \gamma\mu_4 = 0.123 \cdot 21.15 = 2.60$  g y  $\sigma_5 = \gamma\mu_5 = 0.123 \cdot 22.25 = 2.74$  g.

## 5.2. Algoritmo de envasado

El algoritmo bio-objetivo por el cual se propone llevar a cabo las operaciones de envasado cuando son utilizadas las estrategias E1, E2 y E3 es presentado en esta sección. Este procedimiento se realiza para cada producto envasado pretendiendo hallar un conjunto  $H'$  de tolvas que minimicen el valor de  $D$ . Además, como ya se ha comentado, se busca que el peso total ( $W$ ) este dentro de un nivel de confianza del 99.73% alrededor del peso objetivo ( $T$ ), y que ninguna tolva que pertenezca al conjunto  $H'$  tenga una prioridad mayor a la máxima prioridad permitida  $P_{max}$ . El algoritmo fue implementado en Pascal y ejecutado en una computadora personal con Windows 10 Pro (64 bits), CPU Intel Core i5-7200U (2.5 GHz) y 8 GB de memoria (ver los resultados de los experimentos computacionales en la sección 6). Nuestro procedimiento consta de 7 pasos:

4. **Paso 1.** Alimentar las  $n$  tolvas de pesaje de acuerdo con su respectiva configuración (E1, E2 o E3).
5. **Paso 2.** Calcular la prioridad  $P_i$  para cada tolva.  $P_i = \ell - \ell_i + 1$ .
6. **Paso 3.** Si  $P_i > P_{max}$  el contenido en la tolva  $i$  se descarga. Esto hace que la prioridad y el peso de la tolva sean iguales a cero. Por lo tanto, la tolva  $i$  no se tiene en cuenta cuando se calculan las combinaciones de  $k$ -tolvas. Además el número total de combinaciones ( $n!/(k!(n-k)!)$ ) se reduce.
7. **Paso 4.** Obtener los valores de  $z_1^{min}$ ,  $z_1^{max}$ ,  $z_2^{min}$  y  $z_2^{max}$ , considerando los subconjuntos  $H'$  generados de todas las posibles combinaciones de  $k$ -tolvas cuyas prioridades individuales sean distintas de cero ( $P_i > 0$ ) y cuya suma de pesos esté dentro de un nivel de confianza  $(1 - \alpha)$  de 99.73%, es decir,  $|T - \sum_{i \in H'} X_i| \leq Z_{\alpha/2} \sqrt{k}\sigma$ .
8. **Paso 5.** Si todos los pesos totales generados de todas las posibles combinaciones de  $k$ -tolvas están fuera del nivel de confianza (imposibilitando el cálculo de  $z_1^{min}$ ,  $z_1^{max}$ ,  $z_2^{min}$  y  $z_2^{max}$ ), entonces, todas las tolvas se descargan. Las  $n$  tolvas son llenadas con nuevos pesos de acuerdo con su respectiva configuración y vuelva al paso 2. De lo contrario, continúe con el paso 6.
9. **Paso 6.** Calcular la distancia  $D$  para cada subconjunto  $H'$  y el subconjunto  $H'$  que proporcione el valor más bajo de  $D$  es elegido para el envasado. El producto de las  $k$ -tolvas en  $H'$  son descargados a la máquina de envasado.
10. **Paso 7.** Si el número total de paquetes ( $Q$ ) a producir aún no está completo, las tolvas vacías son llenadas con nuevos productos de acuerdo con su respectiva configuración y volvemos al paso 2. De lo contrario, el proceso de envasado finaliza.

## 5.3. Modelo de optimización

La solución a este problema se puede plantear mediante vectores binarios establecidos a cada subgrupo de tolvas, donde cada componente indique si el peso en la tolva ha sido seleccionado (1) o no (0). Si plateamos el modelo para la estrategia E1 tenemos:

$$y_i^1 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } i \in n_1 \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5)$$

$$y_l^2 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } l \in n_2 \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (6)$$

$$y_r^3 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } r \in n_3 \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (7)$$

$$y_s^4 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } s \in n_4 \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (8)$$

$$y_z^5 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } z \in n_5 \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (9)$$

Objetivo 1: *Minimizar*  $z_1$

$$\text{Objetivo 2: } \textit{Maximizar } z_2 = \sum_{i=1}^{n_1} P_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2} P_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3} P_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4} P_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5} P_z^5 y_z^5 \quad (10)$$

$$\text{Objetivo 2: } \textit{Maximizar } z_2 = \sum_{i=1}^{n_1} P_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2} P_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3} P_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4} P_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5} P_z^5 y_z^5 \quad (11)$$

**Sujeto a**

$$z_1 \geq 0 \quad (12)$$

$$z_1 \geq T - \sum_{i=1}^{n_1} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5} X_z^5 y_z^5 \quad (13)$$

$$z_1 \geq \sum_{i=1}^{n_1} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5} X_z^5 y_z^5 - T \quad (14)$$

$$T - Z\alpha_{/2} \sqrt{k}\sigma \leq \sum_{i=1}^{n_1} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5} X_z^5 y_z^5 \quad (15)$$

$$T + Z\alpha_{/2} \sqrt{k}\sigma \geq \sum_{i=1}^{n_1} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5} X_z^5 y_z^5 \quad (16)$$

$$\forall P_{i \in H'}^1 \leq P_{max} \quad (17)$$

$$\forall P_{l \in H'}^2 \leq P_{max} \quad (18)$$

$$\forall P_{r \in H'}^3 \leq P_{max} \quad (19)$$

$$\forall P_{s \in H'}^4 \leq P_{max} \quad (20)$$

$$\forall P_{z \in H'}^5 \leq P_{max} \quad (21)$$

$$y_i^1 \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n_1. \quad (22)$$

$$y_l^2 \in \{0, 1\}, \quad l = 1, 2, \dots, n_2. \quad (23)$$

$$y_r^3 \in \{0, 1\}, \quad r = 1, 2, \dots, n_3. \quad (24)$$

$$y_s^4 \in \{0, 1\}, \quad s = 1, 2, \dots, n_4. \quad (25)$$

$$y_z^5 \in \{0, 1\}, \quad z = 1, 2, \dots, n_5. \quad (26)$$

La ecuación (11) busca que aquellas tolvas que no han sido utilizadas por un largo tiempo, es decir con alta prioridad, tengan mayor posibilidad de ser seleccionadas. Por su parte, las ecuaciones (12), (13) y (14) aseguran que el valor de  $z_1$  sea mayor o igual a cero; pretendiendo que la diferencia en valor absoluto entre  $T$  y  $W$  sea la mínima posible. En este caso, la restricción de *nivel de confianza* está representada por las ecuaciones (15) y (16); estas restricciones evitan cualquier combinación de  $k$ -tolvas que produzcan un peso

de paquete demasiado lejos del peso objetivo  $T$ . Asimismo, desde la ecuación (17) a la (21) se pretende garantizar que ninguna de las  $k$ -tolvas seleccionadas para conformar el subgrupo  $H'$  podrá superar el tiempo máximo permitido de residencia (en términos de prioridad, tal como se define en el paso 3 del algoritmo de envasado de la sección 5.3). Finalmente, las restricciones para las variables binarias  $y_i^1, y_i^2, y_r^3, y_s^4$  y  $y_z^5$  están representadas desde la ecuación (22) a la (26).

## 6. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Los experimentos numéricos llevados a cabo permiten comparar las estrategias de llenado propuestas en la sección 5.2. Para esto, considere un proceso de envasado bajo control cuyos valores de entrada son: número total de tolvas ( $n$ ): 16. con  $n_1 = 3, n_2 = 3, n_3 = 4, n_4 = 3$  y  $n_5 = 3$  para E1 y  $n_1 = 5, n_2 = 6$  y  $n_3 = 5$  para E2; número de tolvas combinadas ( $k$ ): 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8; peso objetivo del paquete ( $T$ ): 125 g; coeficiente de proporcionalidad ( $\gamma$ ): 0.123; valor de cambio ( $\delta$ ): 2.0; valor mínimo de cambio ( $\delta_{min}$ ): 0.5; y prioridad máxima permitida por tolva ( $P_{max}$ ): 10, 30, 50 y 100.

En este estudio fueron calculados los parámetros de rendimiento tales como: el peso promedio de los paquetes producidos ( $\mu_{paquete}$ ), la desviación estándar del número total de paquetes producidos ( $\sigma_{paquete}$ ), el porcentaje de tolvas descargadas por incumplimiento de la restricción de *nivel de confianza* (DCL), el número de tolvas descargadas por exceder la máxima prioridad permitida (HDP) y la máxima prioridad promedio por tolva (APM). Todo lo anterior, para un número total de 5000 paquetes producidos en cada escenario.

La Tabla 1 muestra el resumen de resultados para los parámetros de rendimiento del proceso. Como se puede observar los valores de  $\sigma_{paquete}$  disminuyen a medida que el valor los valores de  $P_{max}$  se incrementan, sobre todo cuando las estrategias E1 y E2 se utilizan. En este sentido, los valores más bajos para la variabilidad son obtenidos por las estrategias E1 y E2 cuando  $P_{max} = 100$  y  $k = 7$ . Esto demuestra la efectividad del enfoque bi-objetivo al evaluarlo sobre las estrategias de llenado propuestas. También se confirma que no es necesario la combinación del mayor número de tolvas ( $k = 8$ ) para poder obtener bajos valores de variabilidad en el peso de los paquetes.

Se puede ver como una estrategia de llenado con igual suministro de producto a las tolvas (E3) no logra gestionar adecuadamente los objetivos considerados, reflejando los más altos valores para  $\sigma_{paquete}$  en los distintos valores de  $k$ , sin importar los incrementos en los valores de  $P_{max}$ . Solo cuando el valor de  $k$  es mínimo ( $k = 2$ ), la estrategia E3 ofrece un mejor rendimiento en comparación con E1 y E2.

Las descargas de producto desde las tolvas por incumplimiento de la prioridad máxima permita (HDP) se presentan en todas las estrategias cuando  $k = 2$ , siendo mayores en E1. En ninguno de los casos estudiados se presentaron descargas por incumplimiento de la restricción de nivel de confianza (DCL).

## 7. CONCLUSIONES

Se han presentado un conjunto de estrategias de configuración de llenado de tolvas para la mejora de los procesos de envasado en máquinas multicabezal o procesos de pesaje multicabezal. Como técnica principal, las estrategias se enfocaron en el estudio del suministro de producto a las tolvas de pesaje como una manera de reducir la variabilidad en los pesos totales de los paquetes producidos. Un enfoque bi-objetivo avaluó las estrategias en los casos donde los objetivos considerados (minimizar la diferencia absoluta entre el peso objetivo y el peso real de los paquetes, y el objetivo de maximizar la prioridad total de las tolvas elegidas) fueron dinámicamente ajustados en cada operación de envasado. El algoritmo de envasado y el modelo matemático correspondiente fueron desarrollados y presentados. Asimismo, se identificaron los escenarios en los que logra obtener un mayor rendimiento para el proceso.

Los resultados mostraron que las estrategias de llenado con desigual suministro de producto a las tolvas, logran gestionar mejor los objetivos durante las operaciones de envasado que aquella estrategia con igual suministro de producto. Además, la mejora se evidencia en los valores bajos para la variabilidad del proceso. Esto, ayuda a la disminución del sobrepeso en los paquetes, la reducción de los costos de producción, el incremento en la productividad y al cumplimiento de la normativa de contenido efectivo. Las estrategias pueden ser implementadas por todas aquellas compañías envasadoras de producto en las que son utilizadas maquinas multicabezal. En futuras investigaciones pretendemos estudiar el proceso de envasado comparando diferentes técnicas de optimización multi-objetivo, además, considerando objetivos de carácter económico.

Tabla 1. Resultados de los parámetros del proceso de envasado  $\mu_{paquete}$ ,  $\sigma_{paquete}$ , DCL(%), HDP y APM para E1, E2, y E3.

		Enfoque Bi-objetivo																				
		$P_{max} = 10$					$P_{max} = 30$					$P_{max} = 50$					$P_{max} = 100$					
$k$	$\sqrt{k}\sigma$	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DC L	HDP	AP M	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DC L	HD P	AP M	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DC L	HD P	AP M	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DC L	HD P	AP M	
E1	2	10.87	125.18	12.48	0.00	0.0042	9.02	126.19	10.40	0.00	0.00	14.84	126.49	10.15	0.00	0.00	19.93	126.50	9.81	0.00	0.00	29.57
	3	8.88	124.98	1.52	0.00	0.00	6.65	124.99	0.660	0.00	0.00	7.16	125.01	0.545	0.00	0.00	7.38	124.99	0.432	0.00	0.00	7.92
	4	7.69	124.98	0.731	0.00	0.00	5.12	124.99	0.406	0.00	0.00	5.27	125.00	0.319	0.00	0.00	5.35	124.99	0.244	0.00	0.00	5.46
	5	6.88	124.99	0.486	0.00	0.00	4.15	125.00	0.276	0.00	0.00	4.23	125.00	0.226	0.00	0.00	4.28	124.99	0.169	0.00	0.00	4.34
	6	6.28	124.98	0.345	0.00	0.00	3.44	125.00	0.200	0.00	0.00	3.58	124.99	0.166	0.00	0.00	3.64	124.99	0.127	0.00	0.00	3.69
	7	5.81	124.99	0.299	0.00	0.00	3.06	125.00	0.162	0.00	0.00	3.09	124.99	0.131	0.00	0.00	3.11	125.00	0.101	0.00	0.00	3.14
	8	5.44	124.99	0.303	0.00	0.00	2.94	125.00	0.190	0.00	0.00	2.97	125.00	0.161	0.00	0.00	2.98	124.99	0.121	0.00	0.00	2.99
	E2	2	10.87	125.09	13.66	0.00	0.0024	9.02	126.14	11.74	0.00	0.00	14.72	126.47	11.34	0.00	0.00	19.13	126.53	11.65	0.00	0.00
3		8.88	124.99	1.63	0.00	0.00	6.66	125.00	0.670	0.00	0.00	7.18	125.02	0.544	0.00	0.00	7.44	125.00	0.417	0.00	0.00	7.72
4		7.69	124.98	0.737	0.00	0.00	5.11	124.99	0.405	0.00	0.00	5.28	124.99	0.317	0.00	0.00	5.34	124.99	0.242	0.00	0.00	5.44
5		6.88	124.99	0.480	0.00	0.00	4.14	125.00	0.277	0.00	0.00	4.22	124.99	0.227	0.00	0.00	4.26	124.99	0.168	0.00	0.00	4.33
6		6.28	125.00	0.342	0.00	0.00	3.43	125.00	0.200	0.00	0.00	3.57	125.00	0.168	0.00	0.00	3.63	124.99	0.127	0.00	0.00	3.69
7		5.81	124.99	0.299	0.00	0.00	3.06	124.99	0.163	0.00	0.00	3.09	124.99	0.129	0.00	0.00	3.10	125.00	0.100	0.00	0.00	3.13
8		5.44	125.00	0.311	0.00	0.00	2.94	125.00	0.194	0.00	0.00	2.97	125.00	0.158	0.00	0.00	2.98	125.00	0.121	0.00	0.00	2.99
E3		2	10.87	124.76	8.09	0.00	0.0008	8.95	124.73	4.27	0.00	0.00	14.90	124.74	4.05	0.00	0.00	19.98	124.74	4.01	0.00	0.00
	3	8.88	124.74	3.56	0.00	0.0004	7.05	124.75	1.54	0.00	0.00	10.48	124.76	1.51	0.00	0.00	12.72	124.76	1.58	0.00	0.00	15.79
	4	7.69	124.87	2.27	0.00	0.00	5.86	124.86	1.43	0.00	0.00	8.22	124.87	1.45	0.00	0.00	9.34	124.86	1.48	0.00	0.00	10.86
	5	6.88	124.88	1.72	0.00	0.00	5.01	124.88	1.35	0.00	0.00	6.67	124.88	1.37	0.00	0.00	7.44	124.88	1.43	0.00	0.00	8.36
	6	6.28	124.85	1.56	0.00	0.00	4.40	124.85	1.40	0.00	0.00	5.68	124.85	1.41	0.00	0.00	6.23	124.85	1.47	0.00	0.00	6.84
	7	5.81	124.92	1.48	0.00	0.00	3.86	124.92	1.40	0.00	0.00	4.76	124.92	1.40	0.00	0.00	5.19	124.92	1.44	0.00	0.00	5.71
	8	5.44	124.98	1.54	0.00	0.00	3.56	124.98	1.47	0.00	0.00	4.30	124.98	1.47	0.00	0.00	4.59	124.98	1.48	0.00	0.00	4.92

RECEIVED: MARCH, 2018  
 REVISED: JANUARY, 2019

REFERENCIAS

[1] BERETTA, A. and SEMERARO, Q. (2012): On a RSM approach to the multihead weigher configuration. **The 11th biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Nantes, France.**

[2] BERETTA, A. SEMERARO, Q. and DEL CASTILLO, E. (2016): On the Multihead Weigher Machine Setup Problem. **Packaging Technology and Science**, 29 , 175 –188.

[3] BIERLAIRE, M. (2015): **Optimization: principles and algorithms, 1st edition.** EPFL Press, Lausana.

[4] BLUM, C., BLESAGUILERA, M.J., ROLI, A. and SAMPELS, M. (2008): **Hybrid Metaheuristics: An Emerging Approach to Optimization.** Springer, Berlin.

[5] COOK, W., CUNNINGHAM, W., PULLEYBLANK, W. and SCHRIJVER, A. (1998): **Combinatorial Optimization.** John Wiley & Sons, New York.

[6] DEL CASTILLO, E., BERETTA A. and SEMERARO, Q. (2017): Optimal setup of a multihead weighing machine. **European Journal of Operational Research**, 259, 384 – 393.

[7] DUARTE, A., PANTRIGO, J.J. and GALLEGO CARRILLO, M. (2007): **Metaheurísticas.** Dykinson, S.L., Madrid.

[8] EHRGOTT, M. (2005): **Multicriteria Optimization (2nd ed).**, Springer, Berlin.

- [9] ERDOGDU, F. (2009): **Optimization in Food Engineering**. Taylor and Francis, London.
- [10] GAREY M.R. and JOHNSON, D.S. (1979): **Computers and Intractability: A guide to the Theory of NP-Completeness**. WH Freeman and Company, New York.
- [11] GARCÍA-DÍAZ, J.C. and PULIDO-ROJANO, A. (2017): Monitoring and control of the multihead weighing process through a modified control chart. **DYNA**, 84, 135-142.
- [12] GARCÍA-DÍAZ, J.C., PULIDO-ROJANO, A. and GINER-BOSCH, V. (2017): Bi-objective optimisation of a multihead weighing process. **European Journal of Industrial Engineering**, 11, 403 – 423.
- [13] IMAHORI, S., KARUNO, Y., NAGAMOCHI, H. and WANG, X. (2011): Kansei engineering humans and computers: Efficient dynamic programming algorithms for combinatorial food packing problems. **International Journal of Biometrics**, 3, 228-245.
- [14] IMAHORI, S., KARUNO, Y., NISHIZAKI R. and YOSHIMOTO, Y. (2012): Duplex and Quasi-Duplex Operations in Automated Food Packing Systems. **International Symposium on System Integration (SII)**, Fukuoka, Japan.
- [15] KARUNO, Y., NAGAMOCHI, H. and WANG, X. (2007): Bi-criteria food packing by dynamic programming. **Journal of the Operations Research Society of Japan**, 50, 376-389.
- [16] KARUNO, Y., NAGAMOCHI, H. and WANG, X. (2010): Optimization Problems and Algorithms in Double-layered Food Packing Systems. **Journal of Advanced Mechanical Design, System, and Manufacturing**, 4, 605-615.
- [17] KARUNO, Y., TAKAHASHI K. and YAMADA, A. (2013): Dynamic Programming Algorithms with data rounding for combinatorial food packing problems. **Journal of Advanced Mechanical Design, System, and Manufacturing**, 7, 233-243.
- [18] KARUNO Y. and TATEISHI, K. (2014): Improved Heuristics with data rounding for combinatorial food packing problems. **IEEE 2014 7th international conference on service-oriented computing and applications**, Matsue, Japan.
- [19] KARUNO Y. and SAITO, R. (2017): Heuristic algorithms with rounded weights for a combinatorial food packing problem. **Journal of Advanced Mechanical Design, System, and Manufacturing**, 11, DOI: <https://doi.org/10.1299/jamdsm.2017jamdsm0003>.
- [20] KERAITA, J.N. and KIM, K-H. (2006): A Study on the optimum scheme for Determination of Operation time of Line Feeders in Automatic Combination Weighers. **Journal of Mechanical Science and Technology**, 20, 1567-1575.
- [21] KERAITA, J.N. and KIM, K-H. (2007): A Weighing Algorithm for Multihead Weighers. **International Journal of Precision Engineering and Manufacturing**, 8, 21-26.
- [22] MARLER, T. (2009): **Multi-Objective Optimization: Concepts and Methods for Engineering**. VDM Verlag, Saarbrücken.
- [23] MARLER, R.T. and ARORA, J.S. (2004): Survey of multi-objective optimization methods for engineering. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, 26, 369–395.
- [24] PULIDO-ROJANO, A., GARCÍA-DÍAZ, J.C. and GINER-BOSCH, V. (2015): A multiobjective approach for optimization of the multihead weighing process. **International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IEEE-IISM'2015)**, Seville, Spain.
- [25] PULIDO-ROJANO, A. and GARCÍA-DÍAZ, J.C. (2014): Optimization of multihead weighing process using the Taguchi loss function. **IIE International 8th International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management and XX International Conference on Industrial Engineering and Operations Management**, Málaga, Spain.
- [26] PULIDO-ROJANO, A. and GARCÍA-DÍAZ, J.C. (2016): Analysis of the Filling Setting in the Multihead Weighing Process. **International Joint Conference - CIO-ICIEOM-IIE-AIM**, Donostia-San Sebastián, Spain.
- [27] PULIDO-ROJANO, A. and GARCÍA-DÍAZ, J.C. (2016): A modified control chart for monitoring the multihead weighing process. **International Conference on Computational Statistics (COMPSTAT)**, Oviedo, Spain.
- [28] PULIDO-ROJANO, A. y GARCÍA-DÍAZ, J.C. (2018): Simulación y mejora del proceso de pesaje multicabezal. **Decima Séptima Conferencia Iberoamericana en Sistemas, Cibernética e Informática (CISCI 2018)**, Orlando-Florida, EEUU.
- [29] PULIDO-ROJANO, A., SANCHEZ-SANCHEZ, P. y MELAMED-VARELA, E. (2018): **Nuevas tendencias en Investigación de Operaciones y Ciencias Administrativas: Un enfoque desde**

- estudios iberoamericanos**. Ediciones Universidad Simón Bolívar, Barranquilla, Colombia. ISBN: 978-958-5430-88-4.
- [30] RIQUELME, P., GATICA, G. y OROZCO, E. (2015): Diseño de un Modelo de Operación para Ruteo de Transporte Urbano Basado en Simulación Discreta. **Investigación e Innovación en Ingenierías**, 3,10.17081/invinno.3.2.2026
- [31] SÁNCHEZ-SÁNCHEZ, P., GARCÍA-GONZÁLEZ, J. R., FAJARDO TORO, C. H., PULIDO-ROJANO, A. y MELAMED-VARELA, E. (2018): Simulación de sistemas de emergencia en salud. En: Pulido-Rojano, A., Sánchez-Sánchez, P. y Melamed-Varela, E. (eds.). **Nuevas tendencias en investigación de operaciones y ciencias administrativas: Un enfoque desde estudios iberoamericanos**, 165-210. Ediciones Universidad Simón Bolívar, Barranquilla, Colombia.