

INVESTIGACIÓN Y PRAIXIS

EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Editores

Juan Pablo Salazar Torres - Yudith Liliana Contreras Santander
Jhon-Franklin Espinosa-Castro

 UNIVERSIDAD
SIMÓN BOLÍVAR

BARRIANQUILLA Y CÚCUTA - COLOMBIA | VIGILADA M/EDUCACIÓN



Res. 23095 del MEN

INVESTIGACIÓN
Y PRAXIS
EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

**INVESTIGACIÓN Y PRAXIS
EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

© Juan Pablo Salazar Torres • Yudith Liliana Contreras Santander • Miguel Ángel Vera • Elkin Gelvez Almeida • Olga Lucy Rincón Leal • Mawency Vergel Ortega • Andrea Johana Aguilar Barreto • Pastor Ramírez Leal • Raúl Prada Núñez • César Augusto Hernández Suárez • Gerson Adriano Rincón Álvarez • Jessica Paola Ortiz Leal • María Carolina Buitrago Contreras • José Joaquín Martínez • Lina María Urzola Muñoz • Maricela Paredes Pabón • Marisol Quintana González • Ángela Mora Zuluaga • Nazly Janine Alvernia Leal • Nidmar Torrealba Amaya • William Javier Vásquez Ávila • Jhon-Franklin Espinosa-Castro

Compiladores: Juan Pablo Salazar Torres • Yudith Liliana Contreras Santander • Jhon-Franklin Espinosa-Castro

Facultad de Ciencias Básicas (UFPS - Cúcuta)

Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas (Unisimón)

Facultad de Educación, Artes y Humanidades (UFPS - Cúcuta)

Departamento de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas (Unisimón-Cúcuta)

Grupo de Investigación, Educación, Ciencias Sociales y Humanas (Unisimón)

Grupo de Investigación en Ciencias Exactas, Físicas y Naturales Aplicadas (GICEFYNA - Unisimón)

Grupo de Investigación Euler y Arquímedes (UFPS)

Grupo de Investigación en Pedagogía y Prácticas Pedagógicas GIPEPP (UFPS)

Grupo de Investigación en Modelamiento Científico e Innovación Empresarial (GIMCINE - Unisimón)

Grupo de investigación Altos Estudios de Fronteras (ALEF - Unisimón)

Proceso de arbitraje doble ciego

Recepción: Octubre de 2017

Evaluación de propuesta de obra: Enero de 2018

Evaluación de contenidos: Marzo de 2018

Correcciones de autor: Mayo de 2018

Aprobación: Junio de 2018

INVESTIGACIÓN Y PRAIXIS

EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Editores

Juan Pablo Salazar Torres - Yudith Liliana Contreras Santander
Jhon-Franklin Espinosa-Castro

Juan Pablo Salazar Torres - Yudith Liliana Contreras Santander - Miguel Ángel Vera
Elkin Gelves Almeida - Olga Lucy Rincón Leal - Mawency Vergel Ortega
Andrea Johana Aguilar Barreto - Pastor Ramírez Leal - Raul Prada Núñez
César Augusto Hernández Suárez - Gerson Adriano Rincón Álvarez - Jessica Paola Ortiz Leal
María Carolina Buitrago Contreras - José Joaquín Martínez - Lina María Urzola Muñoz
Maricela Paredes Pabón - Marisol Quintana González - Ángela Mora Zuluaga
Nazly Janine Alvernia Leal - Nidmar Torrealba Amaya - William Javier Vásquez Ávila
Jhon-Franklin Espinosa-Castro

Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas / editores Juan Pablo Salazar Torres, Yudith Liliana Contreras Santander, Jhon-Franklin Espinosa-Castro; Miguel Ángel Vera [y otros 21] -- Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar, 2018 --

282 páginas; tablas; 17 x 24 cm
ISBN: 978-958-5430-87-7

1. Matemáticas – Enseñanza – Investigaciones 2. Matemáticas – Educación secundaria I. Salazar Torres, Juan Pablo, compilador-autor II. Contreras Santander, Yudith Liliana, compilador-autor III. Espinosa Castro, Jhon Franklin, compilador-autor IV. Ángel Vera, Miguel V. Gélvez Almeida, Elkin VI. Rincón Leal, Olga Lucy VII. Vergel Ortega, Mawency VIII. Aguilar Barreto, Andrea Johana IX. Ramírez Leal, Pastor X. Prada Núñez, Raúl XI. Hernández Suárez, César Augusto XII. Rincón Álvarez, Gerson Adriano XIII. Ortiz Leal, Jessica Paola XIV. Buitrago Contreras, María Carolina XV. Martínez, José Joaquín XVI. Urzola Muñoz, Lina María XVII. Paredes Pabón, Maricela XVIII. Quintana González, Marisol XIX. Mora Zuluaga, Ángela XX. Alvernia Leal, Nazly Janine XXI. Torrealba Amaya, Nidmar XXII. Vásquez Ávila, William Javier XXIII.
Título

510.7 1624 2018 Sistema de Clasificación Decimal Dewey 22ª edición

Universidad Simón Bolívar – Sistema de Bibliotecas

Impreso en Barranquilla, Colombia. Depósito legal según el Decreto 460 de 1995. El Fondo Editorial Ediciones Universidad Simón Bolívar se adhiere a la filosofía del acceso abierto y permite libremente la consulta, descarga, reproducción o enlace para uso de sus contenidos, bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObrasDerivada 4.0 Internacional. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>



© Ediciones Universidad Simón Bolívar

Carrera 54 No. 59-102

<http://publicaciones.unisimonbolivar.edu.co/edicionesUSB/>

dptopublicaciones@unisimonbolivar.edu.co

Barranquilla y Cúcuta - Colombia

Producción Editorial

Editorial Mejoras

Calle 58 No. 70-30

info@editorialmejoras.co

www.editorialmejoras.co

Barranquilla

Agosto 2018

Barranquilla

Made in Colombia

Cómo citar este libro:

Salazar Torres, J. P., Contreras Santander, Y. L., Ángel Vera, M., Gélvez Almeida, E., Rincón Leal, O. L., Vergel Ortega, M., . . . Prada Núñez, R. (2018). *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas*. Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

Contenido

Presentación	9
Prólogo	11
Introducción	13

SECCIÓN I

Práctica pedagógica y enseñanza de la matemática

5

CAPÍTULO I

Condiciones esenciales para promover el desarrollo del proceso de argumentación heurística en el campo de la matemática	19
--	-----------

Yudith Liliana Contreras Santander,
Juan Pablo Salazar Torres, Olga Lucy Rincón Leal

CAPÍTULO II

Fundamentos epistemológicos, pedagógicos y didácticos en la práctica de los maestros de matemática de educación básica secundaria y media	43
--	-----------

Nazly Janine Alvernia Leal; Maricela Paredes Pabón;
William Javier Vásquez Ávila; Yudith Liliana Contreras Santander

CAPÍTULO III

Hermeneusis de la práctica pedagógica y formación de estudiantes matemáticamente competentes 73

Jessica Paola Ortiz Leal, María Carolina Buitrago Contreras,
Juan Pablo Salazar Torres, Mawency Vergel Ortega

CAPÍTULO IV

La práctica pedagógica en educación básica primaria frente a la formación por competencias en el área de matemáticas 107

Marisol Quintana González, Lina María Urzola Muñoz,
Yudith Liliana Contreras Santander

SECCIÓN II

Investigación matemática en el aula

6

CAPÍTULO V

Dinámica de crecimiento en plantas y blogs en cálculo integral 137

Mawency Vergel Ortega, Olga Lucy Rincón Leal, José Joaquín Martínez

CAPÍTULO VI

Influencia de los movimientos oculares en el rendimiento académico de matemáticas 159

Gerson Adriano Rincón Álvarez, Pastor Ramírez Leal,
Andrea Johana Aguilar Barreto

CAPÍTULO VII

Las inteligencias múltiples como estrategia didáctica para mejorar el rendimiento académico de matemáticas en la básica primaria 179

Gerson Adriano Rincón Álvarez, Andrea Johana Aguilar Barreto

CAPÍTULO VIII

**Obstáculos epistemológicos presentes
en estudiantes de cálculo diferencial 203**

Raúl Prada Núñez, César Augusto Hernández Suárez,
Andrea Johana Aguilar Barreto

CAPÍTULO IX

**Estudio de las funciones de variable real
a través de las dimensiones
de la competencia matemática 231**

Nidmar Torrealba, Ángela Mora, Miguel Vera, Elkin Gelvez

SECCIÓN III

Aplicación de un *software* matemático

CAPÍTULO X

***Software*: aplicaciones de ecuaciones
diferenciales de primer orden 257**

Jhon-Franklin Espinosa-Castro

7

Presentación

El libro *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* es el resultado articulado desde el proyecto de investigación “Diseño curricular para el fortalecimiento de las competencias genéricas en estudiantes de pregrado”, apoyado por la Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas de la Universidad Simón Bolívar y liderado por los Departamentos de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas y Pedagogía de la sede Cúcuta.

9

El propósito principal del libro es compartir experiencias investigativas y reflexiones en el campo de la educación matemática y de manera más precisa, de los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta ciencia.

Asumiendo estos procesos como un objeto de estudio general y común a todas las facultades de las ciencias básicas y profesores investigadores del área de la educación matemática, se invitaron amigos y colegas que de alguna manera desarrollan investigaciones en función de situaciones problemas observadas desde el aula de clase y que generan procesos investigativos que aportan a la comprensión de estos problemas y promueven el ejercicio de la investigación pedagógica desde el saber matemático.

Finalmente, esperamos que este compartir sirva de fundamento y crítica a los procesos actuales de la enseñanza de las matemáticas y a las futuras currículas que piensan la formación de estudiantes matemáticamente competentes.

Juan Pablo Salazar Torres¹

10

¹ Licenciado en matemáticas e informática, Universidad Francisco de Paula Santander. Magíster en Educación, Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta. Especialista en Administración de la Informática Educativa, Universidad de Santander. Jefe del Departamento de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta. Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas, Universidad Simón Bolívar. Grupo de Investigación en Educación, Ciencias Sociales y Humanas, Universidad Simón Bolívar.
Grupo de Investigación en Ciencias Exactas, Físicas y Naturales Aplicadas (GICEFY-NA-Unisimón). Grupo de Investigación en Modelamiento Científico e Innovación Empresarial (GIMCINE-Unisimón)
j.salazar@unisimonbolivar.edu.co - juanpablosato27@gmail.com

Prólogo

Con entera satisfacción se hace pública la presente edición del libro *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas*, que reúne a un grupo de excelentes profesionales quienes tienen la autoridad que les confiere su formación, para exhibir su quehacer educativo e investigativo.

Es importante señalar que este libro tuvo como principal mentor al profesor MSc. Juan Pablo Salazar y ha superado, exitosamente, las revisiones por parte de connotados especialistas en la materia, de quienes se recibieron aportaciones que también contribuyeron a enriquecer la versión definitiva de esta obra.

Los autores fueron invitados de manera directa por los compiladores, quienes conocían de primer momento, los intereses comunes e investigativos en torno a dos campos de acción de la enseñanza de las matemáticas, los cuales dan origen a las sesiones que lo componen. El primero, denominado reflexiones de la práctica pedagógica de los maestros de matemática, y el segundo, vinculado con la investigación matemática en el aula.

Cada una de las sesiones está compuesta por capítulos de libro, resultados de procesos de investigación que han desarrollado colegas de diferentes facultades y universidades, pertenecien-

tes al espacio educativo de los contextos locales, nacionales e internacionales.

El presente libro comparte experiencias y reflexiones realizadas desde la investigación en el campo de la educación matemática, es decir, situaciones problemas que los maestros intuyen a partir de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, las cuales conllevan a generar una praxis investigativa en esta ciencia. Es un compartir que hacemos profesores investigadores de todos los niveles educativos para que tanto estudiantes como maestros conozcan de manera sencilla, aproximaciones epistemológicas al saber matemático.

12 Se espera que los lectores finales disfruten de una obra conformada por saberes y prácticas, tanto docentes como investigativas, tendientes a elevar la calidad de las actividades inherentes al proceso educativo que desarrollan en sus sitios de trabajo.

Finalmente, se deja para el análisis de los lectores un pensamiento que invita al siempre importante proceso de reflexión, del cual se ha nutrido el conocimiento matemático:

“Si las matemáticas son una ciencia exacta, entonces, ¿por qué existen cálculos cuyo resultado son un número decimal infinito no periódico?”.

Miguel Ángel Vera¹

¹ Licenciado en Educación, mención Matemática. Doctor en Ciencias Aplicadas. Magíster en Matemática, mención Educación Matemática. Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas, Universidad Simón Bolívar.
Lider del Grupo de Investigación en Modelamiento Científico e Innovación Empresarial (GIMCINE-Unisimón). Grupo de Investigación en Ciencias Exactas, Físicas y Naturales Aplicadas (GICEFYNA-Unisimón)
m.avera@unisimonbolivar.edu.co

Introducción

El presente libro comparte experiencias investigativas desde el campo de la educación matemática, realizadas por un grupo de colegas cuyo objeto principal fue analizar problemáticas relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y sus ramas afines, pretendiendo de esta manera contribuir a la reflexión didáctica-pedagógica de estos procesos.

13

El texto presenta diez capítulos distribuidos en tres secciones: la primera, hace referencia a las reflexiones de la práctica pedagógica de los maestros de matemática, la segunda, se refiere a la investigación matemática en el aula, y por último, el manejo de un *software* en aplicaciones de matemáticas.

En relación a la primera sección, se presentan cuatro capítulos. El primero de ellos realiza una mirada reflexiva a la práctica pedagógica desde el desarrollo de la argumentación matemática, pretendiendo fortalecer la labor del docente en su proceso de formación por competencias en esta ciencia. Los tres capítulos siguientes presentan una reflexión teórica frente a diferentes categorías de análisis de la práctica pedagógica, tales como: saber pedagógico, epistemología de las matemáticas, pedagogía, didáctica de las matemáticas y formación por competen-

cias en el área de matemáticas. En este contexto, los capítulos pretenden establecer al interior del aula de clase la relación del maestro frente a estas categorías que definen sus prácticas, mostrando de esta manera, realidades de la enseñanza de esta ciencia y las dificultades presentes en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

14 En la segunda sección, compuesta por cinco capítulos, se abordan estudios realizados desde el contexto de la investigación matemática en el aula. En el capítulo V se presentan experiencias que permiten el mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes, como lo es el uso de las TIC, a través de la implementación de Blogs Educativos, generando de esta manera nuevos métodos de estudio. En el capítulo VI se exponen referentes teóricos e investigaciones que evidencian la relación entre el rendimiento académico y las inteligencias múltiples, aportando de esta manera, una propuesta para la labor del docente como apoyo en su proceso de enseñanza, donde le permita trabajar desde las inteligencias múltiples del estudiante el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Seguidamente, en el capítulo VII se presenta un estudio de los movimientos oculares sacádicos y su relación en el rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemáticas.

En los capítulos VIII y IX se presentan reflexiones de aula, las cuales muestran las dificultades de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de conceptos matemáticos como función real, límite, continuidad, derivada y problemas de optimización. De igual forma se evalúan las oportunidades de aprendizaje planteadas en el proceso de enseñanza de las funciones de variable real a través de las dimensiones de la competencia matemática en docentes donde se evidencia que el

diseño curricular, la planificación del docente y las clases se encuentran desvinculadas.

La última sección hace referencia a la descripción y solución de aplicaciones en modelos matemáticos, utilizando un software en la respectiva solución particular o específica de una ecuación diferencial.

Yudith Liliana Contreras Santander¹

15

¹ Licenciada en matemáticas e informática. Magíster en Educación. Especialista en Práctica Pedagógica Universitaria. Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas, Universidad Simón Bolívar. Profesora Investigadora del Departamento de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta.
y.contreras@unisimonbolivar.edu.co

SECCIÓN I

Práctica pedagógica y enseñanza
de la matemática

Condiciones esenciales para promover el desarrollo del proceso de argumentación heurística en el campo de la matemática

Yudith Liliana Contreras Santander¹,
Juan Pablo Salazar Torres², Olga Lucy Rincón Leal³

19

* Capítulo de libro resultado del proyecto de investigación “Estructura argumentativa en la resolución de problemas matemáticos” realizado en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta.

1 Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas, Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta. Magíster en Educación. Especialista en Práctica Pedagógica Universitaria. Licenciada en matemáticas e informática. Profesora Investigadora del Departamento de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta en el área de formación para la investigación.

y.contreras@unisimonbolivar.edu.co

2 Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas, Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta. Magíster en educación. Especialista en administración de la informática educativa. Licenciado en matemáticas e informática. Profesor investigador en categoría auxiliar y Jefe del Departamento de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta. Grupo de Investigación en Educación, Ciencias Sociales y Humanas.

j.salazar@unisimonbolivar.edu.co

3 Facultad de Ciencias Básicas- Universidad Francisco de Paula Santander. Magíster en Educación Matemática. Especialista en Computación para la Docencia. Licenciada en Matemáticas y Física. Docente investigadora del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad Francisco de Paula Santander. Grupo de Investigación Euler y Arquímedes – UFPS.

olgarincon@ufps.edu.co

RESUMEN

La presente investigación tuvo como propósito general determinar las condiciones que permiten desarrollar un proceso de argumentación heurística en el campo de las matemáticas durante una práctica de aula. El estudio estuvo fundamentado desde la metodología cuantitativa con un diseño bibliográfico de tipo documental; se utilizó una muestra de tipo teórica compuesta por 30 artículos científicos que abordaron el objeto de la argumentación matemática y la información estuvo sistematizada en una matriz documental. Dentro de los hallazgos se encontraron a nivel general seis condiciones esenciales para promover procesos de argumentación matemática en el aula: 1. Una mirada a la matemática más allá de una simple reducción instrumental o mecánica; 2. Conceptualización del docente frente a la argumentación heurística en el campo de la matemática; 3. La situación problema como medio que permite el desarrollo de un proceso argumentativo en el campo de la matemática; 4. Desarrollo de una dimensión semiótica como herramienta fundamental en el proceso de argumentación matemática; 5. Desarrollo de una dimensión epistémica (semántica, teórica y lógica) desde el rol del docente y el estudiante como fundamento del proceso de argumentación matemática, y 6. Desarrollo de una dimensión discursiva-comunicativa como medio para promover la argumentación en el campo de la matemática.

Palabras clave: argumentación matemática, resolución de problemas, lenguaje matemático, semiótica.

ESSENTIAL CONDITIONS TO PROMOTE THE DEVELOPMENT OF THE PROCESS OF HEURISTIC ARGUMENTATION IN THE FIELD OF MATHEMATICS

ABSTRACT

The general purpose of this research was to determine the conditions that allow the development of a process of heuristic argumentation in the field of mathematics during a classroom practice. The study was based on quantitative methodology with a bibliographic design of documentary type; We used a theoretical sample composed of 30 scientific articles that addressed the subject of mathematical argumentation and the information was

systematized in a documentary matrix. Within of the findings were found at a general level six essential conditions to promote processes of mathematical argumentation in the classroom: 1. A look at mathematics beyond a simple instrumental or mechanical reduction; 2. Conceptualization of the teacher against the heuristic argumentation in the field of mathematics; 3. The problem situation as a means that allows the development of an argumentative process in the field of mathematics; 4. Development of a semiotic dimension as a fundamental tool in the process of mathematical argumentation; 5. Development of an epistemic dimension (semantic, theoretical and logical) from the role of the teacher and the student as the foundation of the process of mathematical argumentation, and 6. Development of a discursive-communicative dimension as a means to promote argumentation in the field of math.

Keywords: mathematical argumentation, problem solving, mathematical language, semiotics.

INTRODUCCIÓN

21

Las reflexiones que giran en torno a la formación de estudiantes matemáticamente competentes son más recurrentes en la actualidad, siendo de interés el abordaje de la competencia de razonamiento cuantitativo y de las competencias que a ella están articuladas: interpretación y representación, formulación y ejecución, y argumentación (ICFES⁴, 2016).

Para esta última competencia, la argumentación en contextos de la matemática se asume en esta relación de espacio-tiempo-investigación como el objeto de estudio abordado desde la presente experiencia investigativa.

Se entiende por argumentación a la capacidad que tiene el sujeto para persuadir y convencer a un auditorio particular, en un con-

4 Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior.

texto de una disciplina científica particular, la solución a una situación problema, que para el caso, son procesos de argumentación heurística en el campo de la matemática (Duval, 1999a).

Investigaciones como la de Salazar, Contreras y Jaimes (2015) han mostrado las dificultades que existen en torno a los procesos de argumentación matemática y de los elementos externos, como la semiótica, que se deben tener en cuenta en el momento de generar una trama argumentativa.

El capítulo muestra en un primer momento un abordaje teórico de la argumentación heurística en el campo de la matemática; seguidamente, se comparte una aproximación al esquema metodológico; luego se presentan los resultados y las reflexiones a cada uno de los elementos que se sugieren, que sean tenidos en cuenta para promover el desarrollo de procesos argumentativos en el aula de clase y, finalmente, se presentan las conclusiones.

22

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

El aula de clase es un espacio que debe permitir el desarrollo de la competencia argumentativa, por ello León y Calderón (2001) proponen fundamentos teóricos para la construcción de *Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemáticas*, donde se promueva un saber que involucre aspectos de tipo epistemológico, cognitivo, comunicativo y social del aula, pues el desarrollo de la competencia argumentativa es fundamental en la formación escolar, pero poco se ha consolidado sobre la noción de competencia matemática y poco se ha teorizado sobre las implicaciones didácticas para el desarrollo de competencias en estudiantes.

Luego, es necesario desarrollar, en el contexto del aula, estrate-

gias didácticas que permitan promover la argumentación matemática; frente a esto, León y Calderón (2003a) manifiestan que un requerimiento didáctico debe cumplir las siguientes condiciones:

I) Es un factor de obligada reflexión para el docente y para el investigador educativo. II) Su existencia, como sus relaciones, son inherentes a las relaciones didácticas y dan razón del contexto escolar. III) En contextos particulares del proceso enseñanza-aprendizaje, necesariamente adquiere una especificidad que se explicita en el diseño didáctico y que, a la vez, lo sustenta, para el desarrollo de los propósitos de aprendizaje. (p.300)

Esto implica que el docente tenga un reconocimiento claro a nivel epistemológico de su disciplina, que le permita vincular el desarrollo de procesos comunicativos y aplicación de estrategias que promuevan un ambiente propicio para la argumentación matemática que requieren aspectos de tipo epistemológico, comunicativo, cognitivo y social en el aula, tal como lo menciona Calderón (2006), es necesario estructurar situaciones didácticas a partir de diferentes estrategias. Tal es el caso del análisis de tareas, donde se pretende adecuar el diseño didáctico a condiciones curriculares e identificar unidades significantes en los diseños de actividades, es decir, que la estructura del diseño didáctico está dada por los requerimientos comunicativo, epistemológico, cognitivo y sociocultural del aula, donde los factores que conforman la situación de la comunicación son el contenido, la intencionalidad y la estructura de la interacción, teniendo en cuenta en este último los tipos de roles fundamentales que son “el de argumentador y el de auditorio” (León y Calderón, 2003a, p.28). En este caso, el docente juega un papel fundamental pues debe asumir dos roles, desde la dimensión didáctica asume el rol de director para regular las interacciones, y en la dimensión argumentativa asume el rol de contra-argumentador para obligar posiciones discursivas y epistémicas más fuertes en los estudiantes.

Así mismo, León y Calderón (2003b), a partir de la caracterización de los requerimientos didácticos para el desarrollo de competencias argumentativas en matemática, hacen referencia a la exigencia de formas de razonamiento elaboradas para la solución de problemas matemáticos, que requieren la asignación de un rol teórico (axioma, teorema, definición), la identificación de un estatus operativo dentro de un proceso de razonamiento (hipótesis, premisas, conclusión, apoyos, etc.) y la discriminación de las reglas de aceptación dentro del proceso argumentativo. Desde este punto de vista, la competencia argumentativa en matemática comprende el dominio de referentes y de procesos propios del campo matemático, que permite la toma de posición epistémica y epistemológica del sujeto frente al objeto de la argumentación; es decir, frente al saber matemático el sujeto puede tener una posición epistémica semántica, una posición epistémica teórica, o una postura epistémica lógica. Esto resulta esencial dado que la presencia de estas posturas epistémicas permiten el desarrollo de una competencia epistemológica en matemática que fortalece los procesos de argumentación.

Ahora, el reconocimiento de una posición epistémica semántica, teórica y lógica que debe asumir el sujeto en un proceso de argumentación matemática, entendida desde Duval (1999a), es fundamental, pues en un proceso argumentativo es necesario evaluar las propuestas, para esto se debe mirar la fuerza de las mismas, de esta manera es necesario tomar una postura epistémica semántica frente a lo que se propone, basado en la comprensión de los enunciados, llevando esto a hacer un uso adecuado o no del estatuto teórico acorde a las restricciones propias del problema a resolver, es decir que las restricciones del problema son las que determinan la elección de los argumentos y no las creencias o convicciones del interlocutor (argumentación retórica), a esto es a lo que se denomina Argumentación heurística (cuerpo bien es-

tablecido de definiciones y teoremas). De esta manera se aclara que dentro del proceso de argumentación matemática resulta pertinente la argumentación heurística y solo desde ella puede analizarse la estructura argumentativa.

En otras palabras, es necesario analizar tanto la dimensión funcional como la dimensión estructural de la trama argumentativa (Salazar, Contreras y Jaimes, 2017).

METODOLOGÍA

El estudio estuvo fundamentado desde la metodología cuantitativa con un diseño bibliográfico de tipo documental. De acuerdo con Palella y Martins (2017), el estudio documental es aquel que “se concreta exclusivamente en la recopilación de información en diversas fuentes. Indaga sobre un tema en documentos –escritos u orales–” (p.90).

25

En este sentido, se utilizó una muestra de tipo teórica compuesta por 30 artículos científicos que abordaron el objeto de la argumentación matemática, determinando de esta manera, las condiciones esenciales para promover el desarrollo del proceso de argumentación heurística en el campo de la matemática. Para la sistematización de la información se utilizó una matriz documental, y mediante la técnica de análisis de contenido, se trató la información recolectada.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Argumentación heurística en el campo de la matemática

En el desarrollo del proceso de argumentación heurística, desde el campo de la matemática, se circunscriben diferentes proble-

mas que de alguna manera afectan la formación del proceso argumentativo en los estudiantes; dichos problemas vienen dados a nivel general por la no comprensión y desarrollo de un proceso de sentido y significación coherente con la situación problema, llevando esto a concluir en un uso no apropiado de los registros semióticos para la construcción de premisas y/o proposiciones matemáticas, y la no fundamentación de un *cuerpo teórico bien definido* que le permita una adecuada apropiación epistémica en el campo de la matemática y, finalmente la misma concepción de la argumentación matemática que se presenta en el proceso de aprendizaje de esta ciencia.

26

Ahora bien, el desarrollo de competencias matemáticas es importante en la formación del futuro profesional de hoy, puesto que se potencian procesos de razonamiento lógico y cuantitativo que le permitirán al estudiante desenvolverse ante cualquier situación problema para la toma de decisiones en el mundo que lo rodea y que, como lo fundamenta el ICFES (2014), dicha competencia se desarrolla a partir de la formación en los procesos de: “1) interpretación y representación, 2) formulación y ejecución, y 3) argumentación” (p.2).

Para lograr el desarrollo de esta última competencia –“argumentación”– son necesarias las dos primeras competencias nombradas anteriormente, por lo tanto, promover procesos de “argumentación” debe ser la apuesta del docente desde su quehacer en el aula, en la que le permita al estudiante contextualizar el saber de la disciplina matemática, creando escenarios que propicien interacción entre docente-estudiante y estudiante-estudiante, a partir del desarrollo de situaciones problemas que evidencien la utilidad de la matemática y que conlleva a la generación de procesos discursivos en el aula de clase.

En este sentido, el Ministerio de Educación Nacional (2006) afirma

que “Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (p.49).

Por lo anterior, se proponen a continuación unas condiciones esenciales para promover el desarrollo del proceso de la argumentación heurística en el campo de la matemática, aclarando igualmente que, al ser una propuesta formativa, no busca sesgar el libre desarrollo de la práctica docente en la formación de la misma.

Elementos esenciales para promover el desarrollo de la argumentación matemática en el aula

Una vez realizado el proceso de análisis de contenido, se puede afirmar que las condiciones esenciales que se deben tener en cuenta para promover procesos de argumentación matemática en el aula son los siguientes:

27

Primero: Una mirada a la matemática más allá de una simple reducción instrumental o mecánica

Desde esta perspectiva instrumental, es importante reconocer que a lo largo de la historia la matemática ha contribuido al desarrollo de diferentes disciplinas, promoviendo de esta manera el pensamiento lógico que hoy por hoy resulta esencial en el campo de la ciencia y la tecnología, luego es fundamental para una mejor organización y reflexión crítica de la sociedad. Frente a esto, Campos (2004) menciona que “la matemática es utilizable en grado sumo en diversas tareas que hay que resolver para la organización de una sociedad; es la razón de que la matemática sea asignatura indispensable en todo plan de estudios” (p.53). De

esta manera, la matemática no puede simplemente reducirse a un sinnúmero de operaciones sin sentido, descontextualizadas de la realidad, pues esto no responde a las necesidades actuales de este mundo globalizado y competitivo.

Por el contrario, desarrollar competencias matemáticas es acercar al estudiante a reflexionar la realidad en la que se encuentra, que, si bien es cierto, desde la disciplina existe un cuerpo bien organizado de teorías, estas tienen sentido cuando son útiles o aplicables a situaciones reales y no desvinculadas de la cotidianidad.

28 Luego desde esta perspectiva, es el docente quien juega un rol importante dentro de su quehacer, pues es quien debe hacer una reflexión epistemológica de la disciplina, reconociendo de esta forma que el estudio del conocimiento matemático como lo menciona Campos (2004) debe darse desde su “génesis, estructura, función, método y problemas” (p.42), aspecto que se logra cuando el docente tiene una excelente apropiación de su saber, permitiendo de esta manera repensarse su disciplina, construyendo y de-construyendo su práctica pedagógica en pro de promover espacios de formación que demuestren la importancia de la matemática y la transversalidad de la misma.

Ahora, hablar de una reflexión epistemológica de la matemática conlleva a que el docente vea la disciplina más allá de un simple conjunto de fórmulas o leyes matemáticas, pues reconocer dentro de la epistemología matemática la “génesis” es conocer su historia, sus raíces, la forma cómo se fue organizando y construyendo esta ciencia, facilitando de esta manera el reconocimiento de conceptos fundamentales en la disciplina, pues la apropiación o la postura que el docente asuma de la matemática es lo que transmitirá en el desarrollo de su práctica a sus estudiantes, facilitando de esta forma la construcción de escenarios propicios

para su aprendizaje, permitiendo una apropiación de la disciplina que le facilite la toma de decisiones frente a la solución de los diferentes problemas reales a los que deba enfrentarse.

Segundo: Conceptualización del docente frente a la argumentación heurística en el campo de la matemática

Desde esta perspectiva, es necesario hacer un acercamiento a la forma como el docente concibe la “Argumentación matemática”, teniendo en cuenta de esta manera, que es el docente quien desarrolla espacios propicios para la argumentación a partir de diferentes estrategias en el aula.

La argumentación matemática se distingue porque busca generar un cambio del valor epistémico de las proposiciones desde una postura semántica a una postura teórica, de esta manera, en la argumentación matemática deben tenerse en cuenta aspectos semánticos, estructurales desde el estatuto operatorio (premisas, términos medios y conclusiones), teóricos (estatus teórico) desde el reconocimiento de las teorías de la disciplina, estatus lógico desde la validación de cada una de las proposiciones y comunicativo desde la argumentación como un género discursivo; en este sentido, en investigaciones desarrolladas como la de Goizueta y Planas (2013) en la que se pretendía “analizar las interpretaciones de los profesores sobre la argumentación en clase de matemáticas se ha demostrado omisión por parte de los docentes frente a una toma de postura epistémica desde su saber matemático cuando se enfrentan a situaciones problemas” (p.74), centrando de esta manera su atención en otras dimensiones del discurso, obviando los aspectos semánticos, estructurales y comunicativos ligados a aspectos epistemológicos de la disciplina matemática.

De la misma manera, Solar y Deulofeu (2016) manifiestan la “di-

ficultad que tienen los profesores para identificar la estructura argumentativa” (p.1095), donde se evidenciaba confusión entre explicar y argumentar, pues es claro que en un proceso argumentativo se busca convencer al otro para que acepte o rechace una proposición (Duval, 1999b), luego esto no es evidente desde la explicación, que aunque es una forma discursiva común utilizada tanto por docentes como por estudiantes, no permite que se generen argumentos y contraargumentos.

De acuerdo a lo anterior, el docente que enseña la disciplina matemática debe tener claro lo que es “argumentación”, los aspectos semánticos, epistemológicos y lógicos relacionados con ella, además de reconocer las diferentes formas discursivas propias de un proceso argumentativo; para ello debe tener una apropiación epistemológica del área que enseña, esto le permitirá generar estrategias que promuevan la argumentación en el aula.

30

Además, reconociendo la argumentación como una competencia importante que debe desarrollar todo sujeto, es necesario que el docente conozca que existen fundamentos teóricos desde autores como Raymond Duval (1999), Plantin (2003), Toulmin (1958), Perelman y Olbrechts (1989), entre otros, que se han encargado de desarrollar y fundamentar esquemas o estructuras argumentativas que le exigen al sujeto argumentador procesos de validez para la aceptación de los argumentos presentados en un auditorio particular y universal como lo es el campo de las matemáticas (Contreras, Salazar y Jaimes, 2017).

Tercero: La situación problema como medio que permite el desarrollo de un proceso argumentativo en el campo de la matemática

Para el desarrollo del proceso de argumentación matemática en

los estudiantes, es necesario –como lo expresa Duval (1999a)– partir de situaciones problemas por lo menos desde el campo de la matemática que permitan generar procesos de interpretación, modelación matemática y finalmente un proceso de argumentación heurística. Los maestros deben “aterizar” los fundamentos teóricos a situaciones problemas particulares que exijan la toma de una posición epistémica, discursiva y que conlleve al estudiante al desarrollo de sus competencias en cada uno de los temas dados desde el microcurrículo, y ser capaz de problematizar los marcos epistemológicos de la matemática en sus procesos de enseñanza.

En este contexto es importante buscar no solo el desarrollo de procesos escritos que evidencien un proceso argumentativo, sino también, se deben generar espacios de discusión en su proceso de *transposición didáctica*, desarrollando de la misma manera capacidades frente a la argumentación como forma discursiva, en el cual, se evidencien procesos de argumentación y contraargumentación en un momento histórico particular y que permitirá modificar las concepciones retóricas de la argumentación dando paso a una argumentación de tipo heurística, modificando de cierta manera la *episteme* del sujeto que actúa en el proceso argumentativo.

31

Dicho contexto sociohistórico cultural, también debe ser tenido en cuenta en la formación del proceso de la argumentación matemática, dado que, como lo expresa León y Calderón (2003a), las dinámicas socioculturales, juegan un papel fundamental en la construcción del sentido y significación frente a la comprensión del problema de un enunciado matemático.

Unido a lo anterior, el profesor debe promover en los estudiantes: el desarrollo de una dimensión semiótica, el desarrollo de una di-

mensión epistémica (semántica, teórica y lógica) y el desarrollo de una dimensión argumentativa como forma discursiva.

Cuarto: Desarrollo de una dimensión semiótica como herramienta fundamental en el proceso de argumentación matemática

Partir de situaciones problemas como estrategia que permite la formación del proceso argumentativo permitirá, además, realizar un análisis a los registros semióticos utilizados por los estudiantes en el proceso de la modelación matemática, que entre otras cosas evidenciará el paso de un lenguaje natural a uno matemático mediante la elaboración de premisas o proposiciones que componen y estructuran el proceso de argumentación matemática escrita.

32

La dimensión semiótica como proceso fundamental en el desarrollo de la argumentación matemática heurística con valor lógico verdadero, es parte esencial del estudio del conocimiento matemático; desde la epistemología de la matemática propuesta por la escuela de Bourbaki (citado por Bombal, 1988), propone centrarse, entre otras cosas, en el estudio de “estructuras fundamentales: Las estructuras algebraicas, las de orden y las topológicas” (p.9), en el cual la semiótica de la matemática aparece como elemento fundante de las estructuras algebraicas y desde luego refleja la importancia del desarrollo de esta dimensión para la construcción de premisas o proposiciones en el desarrollo del proceso argumentativo.

Así, el discurso y uso apropiado del lenguaje matemático por parte de los profesores en su proceso de enseñanza de las competencias en el campo de la matemática, se vuelve en este momento un

requerimiento fundamental y necesario que le permita a los estudiantes aprehender conceptos y estatutos teóricos en el campo de la matemática, en el cual los procesos de sentido y significados de los símbolos matemáticos y/o registros semióticos que utilizan en la elaboración de un proceso argumentativo, genera en la presentación de los argumentos la *fuerza* (Duval, 1999b) de los mismos.

Es válido aclarar que aunque la ciencia de la semiótica es un campo de estudio complejo y extenso, los maestros deben apropiarse de un lenguaje coherente y pertinente en el campo de lo matemático, capaz de significar situaciones y modelaciones del mundo real para el desarrollo del sujeto competente en el campo de la matemática.

Autores como Pierce, Duval y Vasco, realizan una contextualización significativa del componente semiótico como herramienta fundamental en el proceso argumentativo; estos registros semióticos, que desde la mirada de Pierce (1974) se clasifican en tres signos: íconos, índices y símbolos, son capaces de conformar estructuras matemáticas bien definidas con el propósito de significar situaciones del mundo real, y por tanto, profesores y maestros deben tener un manejo y uso apropiado de estos registros. Los íconos, según Pierce (1974), tienen la capacidad de significar y develar un concepto matemático en un contexto previamente definido por los sujetos argumentadores, incluso cuando el sujeto argumentador no realice formas discursivas como descripciones o explicaciones para hacer comprensible un dato mediante un registro semiótico, es decir, se podría decir que los íconos son acuerdos sociales de los sujetos que argumentan en el campo de lo matemático, para representar una dimensión más compleja de una situación problema.

Los índices, de acuerdo con Pierce (1974), son el resultado de un proceso de sentido y significación por parte del sujeto, coherente con la praxis ontológica del enunciado matemático, y que toma sentido en el momento que se le asigne una carga semántica capaz de significar un objeto. Por último encontramos los símbolos, que como lo expresa Pierce (1974), por sí solos no develan un significado, y su contenido semántico depende de un proceso cognitivo del sujeto argumentador para darle sentido y “vida” semántica al mismo y del contexto socio-cultural donde se desarrolle el proceso argumentativo.

34

Los registros semióticos utilizados en la representación de premisas y/o proposiciones matemáticas son parte fundamental del proceso de argumentación heurística en este campo, al tener en cuenta que la “*pertinencia*” de los argumentos, como lo expresa Duval (1999b), se relaciona con su contenido semántico, dicho contenido semántico es el resultado de la construcción semiótica que realiza el estudiante en su proceso argumentativo.

Los problemas de sentido y significación del sujeto argumentador frente a la comprensión del enunciado, demostraron en la segunda fase de la investigación, que generan uso no apropiado de registros semióticos para la construcción de premisas, por tanto, los profesores deben desarrollar estrategias en el aula de clase que permitan la formación no solamente del proceso argumentativo, sino también la formación de los demás procesos (interpretación, modelación, etc.) para lograr así un buen desarrollo de la competencia matemática.

Por todo lo anterior, se parte de que una condición para el desarrollo de un proceso argumentativo en el campo de la matemática es el uso apropiado de un lenguaje matemático, es decir, del uso apropiado de la semiótica en contextos de la argumentación heu-

rística con valor lógico verdadero en el campo de lo matemático.

Quinto: Desarrollo de una dimensión epistémica (semántica, teórica y lógica) desde el rol del docente y el estudiante como fundamento del proceso de argumentación matemática

El desarrollo de una dimensión epistémica semántica, teórica y lógica –como la manifiesta Duval (1999c)– está relacionada con el sentido de un enunciado matemático, en el que, dependiendo del nivel de conocimiento del sujeto, este asume una postura que lo acerca a un proceso de argumentación heurística propia de la disciplina matemática.

De esta manera, para el desarrollo de una dimensión epistémica se proponen como estrategia esencial las situaciones problemas, en las que inicialmente se desarrolla la dimensión epistémica semántica, concebida como *asignación de valores de confiabilidad a un enunciado desde su experiencia empírica* (León y Calderón, 2003c), es decir, el nivel de comprensión que el sujeto puede tener frente a un enunciado matemático en relación con la realidad. De esta manera, deberá tener unos conocimientos previos de la disciplina que le permitan una identificación del contenido y una relación con objetos matemáticos, facilitando la construcción de proposiciones con sentido y significado.

35

Ahora bien, asumir una posición epistémica en el campo matemático no está dado solo desde la comprensión de enunciados, pues desde la exigencia de la disciplina misma es necesario el desarrollo de una estructura argumentativa “Premisas –término medio– Conclusiones” (Duval, 1999b). De esta manera, partir inicialmente de la construcción de premisas en el proceso argumentativo depende del nivel de comprensión que el sujeto da al enunciado –como se mencionó anteriormente–. Luego, para la elaboración

de los términos medios es necesario que se haga uso de teorías, conceptos, axiomas, teoremas, etc. propios de la disciplina; en este caso se hace relación a la dimensión epistémica teórica que debe asumir el sujeto que argumenta.

Debe aclararse que en un proceso argumentativo es válido que el sujeto parta inicialmente de una posición personal, pero esto debe llevarlo a buscar razones que le permitan defender su posición, luego la búsqueda de estas razones le exige desarrollar una dimensión epistémica teórica, donde debe buscar teorías propias de la disciplina matemática, comprenderlas y hacer uso de ellas frente a la situación en la que se encuentra. De esta forma logrará desarrollar una argumentación heurística fuerte y pertinente; frente a esto León y Calderón (2003a) manifiestan que “la argumentación en el campo matemático exige altos niveles de comprensión de los objetos matemáticos” (p.156), luego, es necesaria una toma de postura más de tipo teórico que semántico.

36

De acuerdo a lo anterior, es necesario que desde el rol docente se asuma una posición epistémica teórica que debe reflejarse desde la forma como es transmitido el conocimiento de la disciplina; para ello deberá desarrollar las competencias de “interpretación, modelación y argumentación” que no se logra desde ejercicios descontextualizados, pues esto no le permite al estudiante reflexionar sobre el conocimiento que adquiere, dejándolo en el plano de una posición epistémica solo de tipo semántica. Por ello para llegar a la argumentación se propone como estrategia el desarrollo de situaciones problemas, para que el estudiante le encuentre sentido y utilidad a la matemática, donde además se desarrolle un pensamiento lógico porque se le exige al estudiante niveles altos de razonamiento frente a la toma de decisiones, acercándolo de esta manera al desarrollo de una dimensión epistémica de tipo teórico.

Finalmente, la dimensión epistémica lógica de las proposiciones está relacionada “con el hecho de que la proposición pueda ser verdadera, falsa, indeterminada o consistente [...], no depende solo de la comprensión del contenido, sino que está relacionada con los procedimientos de verificación y prueba” (León y Calderón, 2003a, p.41); de esta manera, el valor lógico de las proposiciones se evidencia dentro del desarrollo de toda la estructura argumentativa, “premisas, término medio, conclusiones” (Duval, 1999a). Para esto el sujeto que argumenta deberá desarrollar un proceso operatorio válido y coherente desde un fundamento teórico de la disciplina matemática, es decir, que el valor lógico de las proposiciones está relacionado con el desarrollo de la dimensión epistémica semántica y teórica.

De esta manera se debe aclarar, como lo menciona Duval (1999c), “en los razonamientos matemáticos, las proposiciones tienen pues un doble estatus, teórico y operatorio” (p.30); entiéndase de esta manera el estatus teórico como aquel que se establece de manera general desde la interpretación y uso de una teoría propia de la disciplina matemática que orienta el desarrollo de razonamiento del sujeto, y el estatus operatorio relacionado con la elaboración y organización de proposiciones derivadas del estatus teórico, formando de esta manera una estructura argumentativa organizada que parte desde las premisas, los términos medios y las conclusiones.

37

Sexto: Desarrollo de una dimensión discursiva-comunicativa como medio para promover la argumentación en el campo de la matemática

Otra condición dentro de la propuesta para promover el desarrollo de la argumentación heurística en el campo de la matemática es precisamente la dimensión discursiva-comunicativa en el aula de

clase; es claro que el profesor debe generar espacios de análisis y discusión que le permitan al estudiante la construcción crítica del conocimiento matemático a partir del desarrollo de la argumentación como género discursivo; para ello, la argumentación matemática desde lo oral, debe evidenciar un alto manejo del lenguaje matemático y de la epistemología misma de la disciplina, con el fin de no “caer” en un tipo de argumentación retórica que no responda a los requerimientos fundamentales de la argumentación heurística.

38

Así pues, la argumentación como género discursivo permite desarrollar sujetos argumentativos que, de acuerdo con León y Calderón (2003c), permite la construcción social del saber matemático; desde esta lógica, el profesor debe generar situaciones problemas que lleven al desarrollo de la elaboración de argumentos y contraargumentos en el aula de clase, en el cual, debe actuar como un facilitador y mediador del conocimiento matemático más que como un sujeto que explica y describe la *episteme* de la matemática.

La generación de ambientes y escenarios que permitan la argumentación heurística como forma discursiva, debe por supuesto contar con escenarios propicios para ello al interior del aula de clase; por tanto, el contexto social donde se desarrolla el proceso argumentativo puede influir, tanto de manera positiva o negativa, en la elaboración de los argumentos del sujeto que argumenta. La argumentación como género discursivo permitirá formar, además de las competencias propias de la disciplina, competencias de tipo social, en tanto que la cultura ciudadana basada en el respeto por el argumento del otro. permitirá la construcción del sujeto social con competencias desde la dimensión del ser.

En un proceso argumentativo se pueden desarrollar diferentes formas discursivas, tales como descripciones o explicaciones como base para lograr argumentos que conforman la *trama argumentativa*, luego, el maestro juega un rol fundamental para que el momento comunicativo trascienda a procesos argumentativos y las interacciones sociales sean más productivas para la construcción del saber matemático. Así, la elaboración de preguntas objetivas por parte del maestro y de las situaciones problemas que se presenten en el aula de clase, formarán parte de estrategias que integrarían la práctica docente en este contexto.

Finalmente, luego de generar espacios desde la construcción social del saber matemático, donde los sujetos parten de la generación de argumentos y contraargumentos para la aprehensión, aceptación o acuerdo social al que llegan los sujetos que argumentan, el profesor debe lograr espacios de consensos buscando que los argumentos de tipo retórico se conviertan en argumentos heurísticos desde la disciplina que enseña, que para este caso es la matemática.

39

CONCLUSIONES

Entendiendo la importancia del desarrollo de la competencia argumentativa en el campo matemático, se identificaron unas condiciones esenciales para que el profesor promueva el desarrollo del proceso de la argumentación heurística en el campo de la matemática, destacándose las siguientes: Una mirada a la matemática más allá de una simple reducción instrumental o mecánica; la necesaria conceptualización del docente frente a la *argumentación heurística* en el campo de la matemática; la situación problema como medio que permite el desarrollo de un proceso argumentativo en el campo de la matemática y que al tiempo permita

el desarrollo de una dimensión semiótica como herramienta fundamental en el proceso de argumentación matemática, el desarrollo de una dimensión epistémica (semántica, teórica y lógica) desde el rol del docente y el estudiante como fundamento del proceso de argumentación matemática y el desarrollo de una dimensión discursiva–comunicativa como medio para promover la argumentación en el campo de la matemática.

Se sugiere implementar en el aula de clase la resolución de problemas como estrategia que permite el desarrollo de discursos argumentativos tanto escritos como orales para el fortalecimiento de los procesos relacionados con la competencia de razonamiento cuantitativo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 40 Bombal, F. y Bourbaki, N. (1988). *Historia de la Matemática en el siglo XX*. Real Academia de Ciencias, pp.313-323.
- Calderón, D. (2006). El análisis de tareas para el desarrollo de competencias argumentativas en geometría. *Científica*, 1(8), 185-202. Obtenido de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/344>
- Campos, A. (2004). *Acerca de la epistemología de la matemática. Memorias XV encuentro de geometría y III de aritmética*. Bogotá.
- Contreras, Y. L., Salazar-Torres, J. P., y Jaimes, S. S. (2017). Posición epistémica y discursiva de la trama argumentativa en la resolución de problemas matemáticos. En J. Gómez., A.J. Aguilar-Barreto., S.S. Jaimes., C. Ramírez., J.P. Salazar-Torres., J. C. Contreras., y J.F. Espinosa. (Eds.), *Prácticas pedagógicas* (pp. 965-986). Maracaibo, Venezuela: Ediciones Universidad del Zulia.

- Duval, R. (1999a). *Algunas cuestiones relativas a la argumentación*. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical proof*. Francia: IUFM de Lille.
- Duval, R. (1999b). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?* México: Iberoamérica.
- Duval, R. (1999c). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (Traducción de Miryam Vega). Cali: Universidad del Valle.
- Goizueta, M. y Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. *Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 31(1), pp.61-78.
- ICFES. (2014). Módulo de razonamiento cuantitativo, Saber pro 2014-1. Colombia. Obtenido de <http://www.afacom.org/images/Razonamiento%20cuantitativo%202014-1.pdf>
- ICFES. (2016). Guía de orientación. Módulo de razonamiento cuantitativo, Saber Pro 2016-2. Bogotá: Mineducación.
- León, O. y Calderón, D. (2001). Validación y argumentación de lo matemático en el aula. *Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(1), 5-21.
- León, O. y Calderón, D. (2003a). *Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemática*. Bogotá: Colciencias.
- León, O. y Calderón, D. (2003b). Caracterización de los requerimientos didácticos para el desarrollo de competencias argumentativas en matemática en el aula. *EMA*, 8(3), 297-321.
- León, O. y Calderón, D. (2003c). *Argumentar y validar en matemáticas: ¿una relación necesaria? Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas*. Bogotá: Colciencias.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Obtenido de <http://www.mi->

neducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf.

Palella, S. y Martins, F. (2017). *Metodología de la uinvestigación cuantitativa* (4ta edción). Caracas: Fedupel.

Perelman, C. y Olbrechts, L. (1989). *Tratado de la argumentación. La nueva retórica*. Madrid: Gredos.

Pierce, C. (1974). *La ciencia de la semiótica. Colección de semiología y epistemología*. Buenos Aires: Nueva Visión.

Salazar, J., Contreras, Y. y Jaimes, M. (2015). Semiótica: Un recurso fundamental en los procesos de argumentación matemática escrita. *Revista Eco-matemático*, 7(1), 20-32.

Salazar-Torres, J. P., Contreras, Y. L., y Jaimes, S. S. (2017). Una mirada a los procesos de argumentación escrita en la resolución de problemas matemáticos. En J. Gómez., A.J. Aguilar-Barreto., S.S. Jaimes., C. Ramírez., J.P. Salazar-Torres., J. C. Contreras., y J.F. Espinosa. (Eds.), *Prácticas pedagógicas* (pp. 942-964). Maracaibo, Venezuela: Ediciones Universidad del Zulia.

Solar, H. y Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 30(56), 1092-1112.

42

Cómo citar este capítulo:

Contreras Santander, Y. L., Salazar Torres, J. P., & Rincón Leal, O. (2018). Condiciones esenciales para promover el desarrollo del proceso de argumentación heurística en el campo de la matemática. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, & J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.19-42). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

Fundamentos epistemológicos, pedagógicos y didácticos en la práctica de los maestros de matemática de educación básica secundaria y media

Nazly Janine Alvernia Leal¹, Maricela Paredes Pabón²,
William Javier Vásquez Ávila³, Yudith Liliana Contreras Santander⁴

43

* Este capítulo es el resultado del proyecto “Caracterización de las prácticas pedagógicas en torno a la formación por competencias en matemáticas en educación básica secundaria y media de la institución educativa Pablo Correa León del municipio de San José de Cúcuta” el cual hace parte del macroproyecto titulado “Caracterización de las prácticas pedagógicas en torno a la formación por competencias en la ciudad de Cúcuta” liderado por el Grupo de Investigación en Educación, Ciencias Sociales y Humanas de la Universidad Simón Bolívar.

- 1 Docente del magisterio de Colombia. Magíster en Educación. Licenciada en Matemáticas en Computación.
nalver-23@hotmail.com
- 2 Docente del magisterio de Colombia. Magíster en Educación. Licenciada en Matemáticas en Computación.
maricelaparedespabon@gmail.com
- 3 Docente del magisterio de Colombia. Magíster en Educación. Administrador Público.
javiercolfran@gmail.com
- 4 Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas, Universidad Simón Bolívar. Magíster en Educación. Especialista en Práctica Pedagógica Universitaria. Licenciada en matemáticas e informática. Profesora Investigadora del Departamento de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta en el área de formación para la investigación.
y.contreras@unisimonbolivar.edu.co

RESUMEN

El presente capítulo muestra los resultados del proyecto de investigación que se propuso caracterizar las prácticas pedagógicas en torno a la formación por competencias en matemáticas en educación básica secundaria y media de la institución educativa Pablo Correa León. Así, desde las prácticas pedagógicas se realiza una reflexión en el escenario educativo de la realidad académica del docente, donde se hace evidente su saber disciplinar, pedagógico y didáctico frente a su quehacer en el aula. Luego, para la comprensión de las categorías principales del estudio se retomaron las orientaciones teóricas de la práctica pedagógica desde Zuluaga (1999) y Martínez (1990), epistemología de Shulman (1994), pedagogía de Florez (2010) y didáctica de Mallart (2000). A nivel metodológico se fundamenta desde el paradigma Histórico Hermenéutico, bajo el enfoque cualitativo y sustentado mediante un diseño etnográfico, específicamente microetnografía, el cual orientó el desarrollo en tres momentos: El primero consistió en la confrontación de la Puesta nacional desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas frente a la puesta institucional; el segundo buscó reconocer la forma en que hacen presencia los saberes disciplinares, didácticos y pedagógicos en la práctica de los maestros de matemáticas, y el tercer momento estableció las concepciones de los maestros frente al proceso formativo por competencias. Se pudo concluir en los diferentes momentos del estudio que se presentan deficiencias en la formación por competencias desde el área de matemática, mostrando de esta forma poca coherencia entre la apuesta nacional y la realidad del escenario educativo.

Palabras clave: prácticas pedagógicas, competencias matemáticas, epistemología, pedagogía, didáctica.

EPISTEMOLOGICAL, PEDAGOGICAL AND DIDACTIC FOUNDATIONS IN THE PRACTICE OF MATHEMATICS TEACHERS OF SECONDARY AND SECONDARY BASIC EDUCATION

ABSTRACT

The present chapter shows the results of the research project that was proposed to characterize the pedagogical practices around the training by competences in mathematics in secon-

dary and middle basic education of the Pablo Bello León educational institution. Thus, from the pedagogical practices a reflection is made in the educational scene of the academic reality of the teacher, where his disciplinary, pedagogical and didactic knowledge is evident in front of his work in the classroom, then for the understanding of the main categories of the study the theoretical orientations of pedagogical practice from Zuluaga (1999) and Martínez (1990), Shulman's epistemology (1994), Florez's pedagogy (2010) and Mallart's didactics (2000) were retaken. At the methodological level, it is based on the Hermeneutical Historical paradigm, under the qualitative and sustained approach through an ethnographic design, specifically microethnography, which guided the development in three moments: The first consisted in the confrontation of the National Implementation from the Basic Standards of Competences in Mathematics versus the institutional setting, the second, sought to recognize the way in which disciplinary, didactic and pedagogical knowledge is present in the practice of mathematics teachers, and the third moment, established the conceptions of teachers in the face of the training process by competitions. It was possible to conclude in the different moments of the study that there are shortcomings in the training by competences from the area of mathematics, showing in this way little coherence between the national bet and the reality of the educational scenario.

Keywords: pedagogical practices, mathematical competences, epistemology, pedagogy, didactics.

INTRODUCCIÓN

La educación es el mecanismo que se requiere para el perfeccionamiento humano y sobre el cual descansa la construcción de aprendizajes que redundan en la mejora de la persona. De acuerdo con lo expuesto, Díaz (2009) manifiesta que "la educación puede definirse como el proceso de socialización de los individuos. Al educarse, una persona asimila y aprende conocimientos" (p.92). Según lo dicho, la educación es uno de los elementos con los

cuales cuenta el individuo para socializar sus acciones y de esta manera contribuir con la formación del conocimiento.

En Colombia, la educación es entendida por el Ministerio de Educación Nacional (2013) como un “proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes” (p.12). En este marco de acción se concreta la educación colombiana, la cual busca elevar sus estándares de calidad, con énfasis en una visión integral superando los obstáculos que se puedan presentar dentro de la realidad. Luego, para la operatividad de la educación, se presentan las prácticas pedagógicas como una forma de orientar la labor dentro de las aulas de clase, las cuales constituyen un cúmulo de opciones que le permiten al docente sistematizar su práctica y de esta manera lograr un impacto significativo dentro de la realidad.

46

Ahora bien, para hablar de práctica pedagógica, estas pueden entenderse según Agudelo (2012) como:

El escenario, donde el maestro dispone de todos aquellos elementos propios de su personalidad académica y personal. Desde lo académico lo relacionado con su saber disciplinar y didáctico, como también el pedagógico a la hora de reflexionar de las fortalezas y debilidades de su quehacer en el aula. (p.59)

De acuerdo con lo anterior, las prácticas pedagógicas están constituidas por una serie de elementos que subyacen de la práctica formadora diaria. Se trata de representar un equilibrio entre lo académico y lo personal, para de esa manera asumir el saber disciplinar en materia propia de elementos inherentes a las definiciones que atañen a esta realidad; de igual forma, lo pedagógico, en función de estrategias y de recursos que logren el desarrollo

de los contenidos dentro de la realidad educativa de manera que esas situaciones se evidencian dentro de la realidad.

En nuestro país las prácticas pedagógicas se caracterizan por ser flexibles e incorporar una serie de elementos, dentro de los cuales se incluye la contextualización del aprendizaje, mediante la valoración del ambiente; es así como las manifestaciones dentro de las aulas de clase promueven la autonomía y la construcción de la libertad de la personalidad, de manera que se consolide la formación de un pensamiento crítico reflexivo, donde se promueva la formación significativa, cuyos conocimientos redunden en la perfección de la formación del ser humano.

En el ámbito de las prácticas pedagógicas, se aborda la formación por competencias, tendencia que requiere de la concreción de funciones en atención a las habilidades y el perfeccionamiento de las destrezas de los estudiantes y el aprendizaje; de esta manera, se está en presencia de una formación más flexible, orientada hacia la constitución de saberes que se enmarcan en función de situaciones adecuadas a la realidad y que promuevan un conocimiento contextualizado a las necesidades del entorno. Al respecto, Tobón (2006) dice que la formación por competencia corresponde a:

47

Un enfoque para la educación y no un modelo pedagógico, pues no pretenden ser una representación ideal de todo el proceso educativo, determinando cómo debe ser el proceso instructivo, el proceso desarrollador, la concepción curricular, la concepción didáctica y el tipo de estrategias didácticas a implementar. (p.41)

En atención a lo anterior, el enfoque de formación por competencias, no se debe confundir con un modelo pedagógico; más que

eso, es un enfoque de aprendizaje que contribuye con la sistematización del currículo bajo parámetros didácticos, con estrategias adecuadas a los contenidos; de esta manera es una representación ideal del desarrollo humano. Es así como las manifestaciones pedagógicas promueven el desarrollo humano con énfasis en la construcción de situaciones propicias para que la formación del talento se corresponda con las exigencias de la realidad.

En este sentido, surge la formación por competencias en el marco de las matemáticas, la cual busca dinamizar el aprendizaje en función de elementos inherentes al pensamiento lógico-numérico, que implican el desarrollo de asociaciones donde los sujetos se manifiestan en función del pensamiento numérico; es así como prima la necesidad de promover la construcción de un pensamiento lógico que proponga escenarios donde se evidencien las muestras de desarrollo pedagógico por parte de los docentes en el aula de clase. Al respecto, Pinto (2011) señala que:

48

El docente de matemática de Educación Básica, requiere una formación basada en competencias dirigidas hacia el desarrollo institucional, en un cambio social con su adaptación a las exigencias de su comunidad estudiantil. (p.19)

Es decir, que desde las prácticas pedagógicas se aborda la formación por competencias, tendencia que requiere de la concreción de funciones en atención a las habilidades y el perfeccionamiento de las destrezas de los estudiantes y el aprendizaje; de esta manera, se está en presencia de una formación más flexible, orientada hacia la constitución de saberes que se enmarcan en función de situaciones adecuadas a la realidad y que promuevan un conocimiento contextualizado a las necesidades del entorno.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

El abordaje del objeto de estudio requiere una fundamentación teórica desde diferentes categorías presentes en el escenario educativo, tales como, “práctica pedagógica”, “epistemología”, “pedagogía” y “didáctica”.

Las prácticas pedagógicas abordadas desde la concepción de Zuluaga (1999) y Martínez (1990) describen la interacción entre el Saber Pedagógico, la Institución y el Sujeto del Saber. En atención a lo anterior, se entiende la práctica pedagógica como el espacio que “ nombra los procesos de institucionalización del saber pedagógico, es decir, su funcionamiento en las instituciones educativas. Pero también comprende las formas de enunciación y de circulación de los saberes enseñados en tales instituciones” (Zuluaga 1999, p.46). De esta forma, es necesario comprender entonces la práctica pedagógica más que como una teoría en sí, según Martínez (1990, p.5-6).

49

Como una categoría metodológica, es decir, como un objeto conceptual y también como una noción estratégica, se tiene que la “práctica pedagógica” articula tres elementos metodológicos fundamentales: Una institución, la escuela; un sujeto soporte de esa práctica, el maestro, y un saber, el saber pedagógico, estos elementos establecen una relación compleja que no es estática ni estable, sino muy por el contrario, dinámica y cambiante.

De igual manera, Martínez (1990) define el saber pedagógico como aquel que está constituido por un conjunto de objetos, como la escuela, la instrucción, por el sujeto o los sujetos, el niño, los conocimientos, las formas de enseñar, los métodos de enseñanza, las formas como se relacionan las ciencias con la enseñanza y la

enseñanza, básicamente, de un conjunto de saberes que no son necesariamente científicos.

50

En cuanto a las competencias en el ámbito educativo, esta es “entendida como saber hacer en situaciones concretas que requieren la aplicación creativa, flexible y responsable de conocimientos habilidades y actitudes” según las orientaciones del documento guía emanado del Ministerio de Educación Nacional. Estándares Básicos de Competencias (2006, p.12). Consecuentemente a lo afirmado, se puede inferir que un accionar pedagógico efectivo e innovador que haga operativos todos los recursos y actividades implica necesariamente elementos que propicien lo experiencial, la reflexión y por ende la formación, haciéndose necesaria la incorporación de elementos concretos materiales al accionar pedagógico, que no solo facilitan, sino que más allá de la evocación se constituyan en sí mismos en escenarios contextuales susceptibles de ser objeto de reflexión y análisis multidimensional, y cuya interacción con los mismos se constituya en toda una experiencia, que no solo se vivencia, sino que se convierte en elemento articulador inscrito en un proceso complejo de formación integral.

En el mismo orden de ideas, las competencias matemáticas se fundamentan desde los estándares de competencias matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (2006), así mismo, el conocimiento matemático desde sus dos distinciones: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental.

De manera similar se enriqueció el concepto de Pedagogía desde Florez (2010), entendida como el campo de las Ciencias Sociales y Humanidades que orienta las acciones educativas y de formación, basada en pilares como: principios, métodos, prácticas, téc-

nicas, aportaciones y posturas de pensamiento, presentes en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Finalmente, el campo de la didáctica se aborda desde los aportes de Mallart (2000), quien cita a Comenio, y sostiene que la didáctica es el artificio universal para enseñar todas las cosas a todos, con rapidez, alegría y eficacia, por tanto, es preciso equiparar a la didáctica con un arte, definitivamente el arte de enseñar. Es preciso entender a los estudiantes desde su propia perspectiva, desde su entendimiento como ser humano, antes de como estudiante; se trata de trascender las fronteras de lo académico para que la formación impacte dentro de la realidad contextual de cada uno de los estudiantes de un espacio escolar determinado.

En cuanto a la Didáctica de la disciplina matemática, se mencionan los aportes de Treffer (1978), quien sostiene que se evidencian los siguientes procesos: “identificar las matemáticas en contextos generales, esquematizar, formular y visualizar un problema de varias maneras, descubrir relaciones y regularidades, reconocer aspectos isomorfos, transferir un problema real a un modelo matemático conocido” (p.21).

51

METODOLOGÍA

El estudio se encuentra sustentado bajo el paradigma histórico hermenéutico, que de acuerdo a Dilthey (citado por Rojas, 2010) afirma que:

Los métodos con los cuales han sido estudiados los fenómenos naturales no son adecuados para abordar los hechos sociales... Los hechos sociales son comprendidos desde dentro, estamos involucrados en ellos, luego, la facultad de comprensión que actúa en las ciencias del espíritu es el hombre entero, los grandes resultados en

ella no proceden de la mera fuerza de la inteligencia, sino de una potencia de la vida personal. (pp.24-25)

Entiéndase de esta manera que la caracterización de las prácticas pedagógicas no se puede analizar de forma aislada, que aunque existen unos lineamientos desde la apuesta formativa nacional cada docente –dependiendo del contexto en el que se encuentre y sus concepciones– presentará algunos elementos propios o diferentes dentro del desarrollo de su práctica y otros en coherencia con la apuesta formativa. Luego, desde el paradigma histórico hermenéutico se permitirá una mejor comprensión del objeto de estudio, analizándolo desde dentro, puesto que se da mayor involucramiento con el fenómeno de investigación, facilitando de esta manera una interpretación en profundidad de cada uno de los elementos que constituyen la práctica pedagógica.

52

En coherencia con el paradigma de investigación, se asume el enfoque cualitativo con la finalidad de tener una visión clara y precisa acerca del entendimiento del objeto de estudio, pues desde este enfoque se permite una mayor interacción con el fenómeno, luego esto habrá de permitir una mayor comprensión de las prácticas pedagógicas del docente.

Ahora, dentro de los tipos de la investigación cualitativa, se aborda la etnografía bajo un diseño microetnográfico, desarrollándose la investigación en tres momentos:

Momento I. Análisis documental de la apuesta formativa nacional frente a la apuesta formativa institucional, abordada desde la técnica de análisis de contenido, cuyo instrumento fue una matriz documental.

Momento II. Forma en que hacen presencia los saberes disciplinares, didácticos y pedagógicos en la práctica; para ellos se aplicó la técnica de observación no participante con el diario de campo como instrumento.

Momento III. Concepciones disciplinares, didácticas y pedagógicas de los maestros de matemáticas frente al proceso formativo; dicho análisis de las concepciones se realizó mediante la técnica de entrevista semiestructurada con la aplicación de un guion de preguntas que orientaron las categorías deductivas del estudio.

Así mismo se hace la ubicación de los informantes claves del estudio, seleccionados de manera intencional, donde se contó con la participación mediante consentimiento informado de 4 docentes del área de matemática, quienes se desempeñan en la básica secundaria y media: 2 de ellos laboran en la jornada de la mañana y los otros 2 corresponden a la jornada de la tarde, concentrados en la sede principal de la institución objeto de estudio.

53

Finalmente, el análisis de información se realizó mediante un proceso de categorización y triangulación que permitió realizar la contrastación en la investigación.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una mirada desde la apuesta formativa nacional y los documentos institucionales

En los diferentes momentos de la investigación se plantean una serie de aspectos que permiten establecer coherencias entre los documentos institucionales y la apuesta nacional formativa a nivel epistemológico, con base en las acciones que se desa-

rrollan en la realidad y en función de la matemática, donde ello conduce al desarrollo significativo de situaciones que se encaminan en función de opciones que den paso a la comprensión clara y precisa de la propuesta institucional y de su incidencia en la realidad. En el Proyecto Educativo Institucional (PEI) del Colegio Pablo Correa León deben encontrarse elementos que redunden en la construcción de la calidad de la educación. Por su parte, Agudelo (2012) señala: “uno de los elementos que puede contribuir con el logro de la calidad de la educación, son los PEI, por ello, debemos formar en su correcta elaboración” (p.92).

54

En relación a lo anterior, fue posible identificar que presenta ausencias del fundamento epistemológico de la matemática, pues solo toma en consideración lo concerniente a la adaptación curricular contextualizada en lo planteado desde la misión, visión, perfiles y principios institucionales. De igual manera, a través del Plan de Área de Matemáticas se evidenció un ligero acercamiento en sus apartados, pues toma en cuenta el ser matemáticamente competente y la adaptación curricular contextualizada como elementos a resaltar; de manera similar sucede en el Módulo de Matemáticas, y finalmente en el plan de aula se pierde ese intento por acercarse a las orientaciones emitidas por el Ministerio de Educación, pues se evidencia el aprendizaje por contenidos.

En los documentos que orientan los estándares nacionales e institucionales, desde el punto de vista epistemológico se hace presente que se busca la concreción de un individuo matemáticamente competente, con énfasis en el desarrollo y dominio de competencias matemáticas que redunden en la generación de espacios para la construcción de aprendizajes significativos. Lo anterior sustentado desde los estándares básicos de competencias en matemáticas (MEN, 2006) que expresan:

La adopción de un modelo epistemológico coherente para dar sentido a la expresión ser matemáticamente competente requiere que los docentes, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas. (p.49)

Se busca el desarrollo y la consolidación de sujetos matemáticamente competentes, con la finalidad de promover mejoras significativas en el estudiante; es fundamental que se desarrollen las competencias de los estudiantes, para de esta manera alcanzar el pleno desarrollo de los mismos, todo ello, se manifiesta en función de la calidad de las prácticas pedagógicas de los docentes de matemática. La institución promueve un sujeto matemáticamente competente, lo cual permite aseverar que los docentes en su discurso luchan a diario por generar sujetos desde esta perspectiva; no obstante, en las prácticas de aula esto no se hace evidente, por lo cual se convierte en una limitante en el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

55

Aunado a lo anterior, hace presencia la adaptación curricular contextualizada en el desarrollo de la presente investigación, lo cual manifiesta el hecho de que se asume el currículo en relación con el medio para el desarrollo de enseñanzas motivantes que promuevan la construcción de aprendizajes significativos. En la política educativa nacional contemplada en los estándares básicos de competencia (MEN, 2006), se asume inicialmente la definición de contexto como:

La palabra contexto, tal como se utiliza en los Lineamientos Curriculares, se refiere tanto al contexto más amplio –al entorno sociocultural, al ambiente local, regional, nacional e internacional– como al contexto intermedio de la institución escolar –en donde se viven dis-

tintas situaciones y se estudian distintas áreas– y al contexto inmediato de aprendizaje preparado por el docente en el espacio del aula, con la creación de situaciones referidas a las matemáticas, a otras áreas, a la vida escolar y al mismo entorno sociocultural, etc. (p.70)

Así mismo, desde el punto de vista pedagógico, la Institución Educativa Pablo Correa León hace hincapié en la formación para la creación de empresa y/o continuidad de estudios superiores, lo cual se encuentra reflejado en el PEI, Plan de Aula y Módulos de matemáticas. En atención a lo anterior, es necesario referenciar lo señalado por el MEN (2012), donde se plantea:

56

Las exigencias de la educación actual, se enmarca en el desarrollo de situaciones científicas, las cuales le deben permitir a los demás la comprensión de evidencias que permitan una formación adecuada; es necesario tomar en cuenta que unos sujetos deben recibir una formación ocupacional, con formación técnica para que de esta manera se integren a la realidad, de igual manera, se debe prestar atención a la prosecución de conocimientos para el desarrollo de una formación universitaria. (p.98)

En este sentido, es necesario comprender la existencia del fenómeno formativo, donde se evidencien situaciones que le permitan al estudiante desarrollarse desde la perspectiva técnica, pero además de ello, constituirse como un sujeto que puede continuar estudios a nivel universitario. Aunado a lo anterior, Abello (2012) sostiene que:

La matemática no puede verse como un área aislada, al contrario, es necesario comprender que la matemática se hace presente en los diversos momentos que se desarrollan en la escuela, es por ello que a la hora de elaborar el PEI, no se debe dejar por fuera ninguna

situación matemática, porque es esta la que ayuda a alcanzarlo de manera efectiva. (p.121)

Es aquí donde recae la responsabilidad de los docentes de las diferentes áreas del saber, para que de manera transversal se apunte hacia la formación técnica; sin embargo, dentro de los planes de aula se desliga de esta situación, por lo que se puede inferir que los docentes descargan la responsabilidad de la formación de la modalidad técnica a las áreas directamente relacionadas con la misma.

En el caso de la transversalidad de la matemática con énfasis en la valoración de los saberes de otras áreas, esta transversalidad no se hace evidente dentro de los documentos institucionales de planificación, por tanto, difícilmente se podrán llevar a las prácticas de aula que reconozca el carácter multidisciplinar de la matemática con relación a la ciencia. Se propone de igual manera el aprendizaje por contenidos, así como el hecho de mencionar el perfil del docente de matemáticas, con la finalidad de formular el desarrollo de competencias básicas en la realidad. Se sigue encontrando la brecha entre la puesta formativa nacional y lo plasmado en los Planes de clase a través de los aprendizajes por contenido, el uso limitado de los recursos educativos y didácticos, y la evaluación de saberes por medio de la prueba escrita.

57

Por lo expuesto anteriormente, el Ministerio de Educación Nacional propone desde los Estándares Básicos en Matemáticas (2006) que las "competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más com-

plejos” (p.34). Así mismo, la reorganización, redefinición y reestructuración de los procesos de enseñanza en las matemáticas desde el Plan de Clase partiendo desde su mismo formato, hasta la creación de ambientes de aprendizaje y clima institucional.

En relación a lo anterior, la Institución Educativa Pablo Correa León señala como categoría emergente el uso de la Evaluación Formativa desde el Proyecto Educativo Institucional (PEI), el Plan de Área, el Módulo y el Plan de Clase. En estos se rescata la Evaluación (prueba Tipo Saber), la Autoevaluación y la Coevaluación; con mayor recurrencia en el último de los libros Institucionales. Esta prueba Saber se aplica para evaluar elementos netamente cognitivos, vistos desde los contenidos de aprendizaje que también se visualizan como categoría en este documento convirtiéndose en un punto de mayor debilidad, ya que dista de lo planteado por el Ministerio de Educación Nacional.

58

Desde la apuesta nacional formativa y la realidad del aula

Desde los momentos pedagógicos observados se hace énfasis en la visión de la matemática desde su naturaleza axiomática, con una máxima recurrencia desde lo epistemológico, lo que permite poner de manifiesto la aplicación de postulados matemáticos para de esta manera lograr un impacto progresivo en el desarrollo de acciones que conduzcan a la revalorización del individuo, con énfasis en las demandas actuales que subyacen de la dinámica propia de cada uno de los contextos. Al respecto, Castillo (2003) señala que “los docentes de matemática en la actualidad no se han deslastrado del desarrollo de clases donde necesariamente asumen la enseñanza del axioma, es decir, continúan cifrando la matemática y no le dan un sentido más humano” (p.21).

Cuadro 1
Triangulación desde las categorías deductivas y los diarios de campo

Estándares	Recurrencia de categorías axiales en los diario de campo desde categorías deductivas		
	Epistemología	Pedagogía	Didáctica
La matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión	(6)	(77)	--
Matemáticamente competente	(1)	(3)	--
Visión de la matemática desde su naturaleza axiomática	(113)	(1)	--
Matemática como disciplina en desarrollo mediada culturalmente	(1)	--	--
Transversalidad de las matemáticas	--	(1)	--
Adaptación curricular contextualizada	(2)	(13)	--
Enseñanza desde situaciones (Brousseau, 2016)	--	--	(37)
Aprendizaje cooperativo	--	--	(1)
Evaluación formativa	--	--	(3)
Recursos didácticos	--	--	(20)

59

Fuente: Elaboración propia (2016).

En este sentido, la visión de la matemática desde su naturaleza axiomática es asumida por los docentes de forma reiterativa, pues admiten como punto de partida el desarrollo de prácticas pedagógicas donde prima la enseñanza de postulados matemáticos. De igual manera se da mediante la valoración de los postulados científicos que adopta esta área y que no son excluidos de la realidad de cada uno de los docentes de matemática. Es importante destacar que algunos docentes que orientan el área

de matemáticas promueven la matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión, orientando sus momentos pedagógicos en razón de ofrecer a los sujetos elementos que permeen la comprensión, como uno de los procesos asociados al desarrollo de la cognición humana. En este sentido, la realidad dinámica se orienta en función de evidencias propias de la realidad.

60

Algunos docentes asumen en sus prácticas pedagógicas el aprendizaje cooperativo, el cual es fundamental en el desarrollo de clases dinámicas donde se promueva la generación de aprendizajes significativos; todo ello se manifiesta en función de mecanismos que los estándares le ofrecen al docente para que desarrolle su clase. En razón de ello, lo reiterativo de las apuestas nacionales e institucional, se concentran en prestar atención a la formación integral del estudiante, desde el entendido de desarrollar y concretar competencias básicas en el área; pero más allá de eso, involucrar en su enseñanza las demás áreas. A ello se le suma lo considerado por Ausubel (citado por Bello, 2013): “considera que el aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición (recepción), ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características” (p.101).

En este sentido, el aprendizaje cooperativo promueve el desarrollo de clases dinámicas, donde incluso el estudiante en su interacción con los demás va descubriendo elementos propios de su entorno que pueden ser la base en el desarrollo de situaciones que promuevan la formación de aprendizajes significativos. Es fundamental la promoción de este tipo de aprendizajes y dejar de lado la individualidad que aún se observa en el desarrollo de habilidades matemáticas dentro de las prácticas de aula que ejercen los docentes de manera esporádica, tal y como se observó.

De igual manera se estableció el desarrollo de la matemática como disciplina en desarrollo, mediada culturalmente. En este sentido, se asume el contexto como fundamento del desarrollo del conocimiento humano y cómo la matemática, más que una ciencia, posee raíces culturales que promueven su desarrollo en la sociedad. Al respecto, UNESCO (2008) señala:

Efectivamente, el hogar y el contexto social juegan un papel básico en la adquisición de habilidades relacionadas con el Lenguaje, las Matemáticas y el resto de las áreas escolares. Más concretamente es el nivel cultural de las familias el factor compuesto que más varianza del rendimiento académico de los alumnos es capaz de explicar; y el nivel máximo de estudios alcanzados por la madre del estudiante, la mejor variable simple. (p.21)

De manera que la matemática va más allá de una ciencia que se asume desde el dato; por el contrario, por ser una ciencia universal, incluso la cultura incide en ella y viceversa, lo cual se concreta en función de acciones determinantes dentro de la realidad. Por ello es fundamental el reconocimiento del rendimiento escolar del estudiante, puesto que es este un fenómeno cultural, así como también la demanda de la sociedad en general, con atención en los intereses propios de los estudiantes, así como también en acciones propias de una realidad diversa, donde convergen culturas y una de sus bases son las matemáticas.

Adicionalmente se presenta en lo pedagógico matemáticamente competente, con énfasis en el desarrollo de competencias por parte de algunos docentes (Camacho y Díaz, 2013) cuando afirman: “las decisiones curriculares se han movido históricamente, en función de los intereses de la sociedad” (p.17) y por lo cual consecuentemente señalan que:

Esto nos lleva a repensar la educación desde la superación de las dinámicas fragmentarias promovidas por la sociedad, para adentrarnos en una educación integrada, que permita generar proyectos articulados y sustentados desde las implicaciones de los aprendizajes en la formación de un ser humano que se integra de manera armónica con los otros y con el mundo en el que le corresponde vivir. (p.17)

De acuerdo con lo anterior, es preciso manifestar que todos los docentes de la institución que orientan la matemática deben gestar acciones tendientes a promover la formación de un sujeto matemáticamente competente, el cual se comprometa con acciones propias de la realidad y pueda como un sujeto que domina los diferentes saberes matemáticos y que además los emplea de manera adecuada en su propia realidad. Es decir, ser competente matemáticamente implica el desarrollo de situaciones donde se promueva el desarrollo de competencias matemáticas, pero aplicadas a una realidad.

62

Por todo lo anterior, es urgente la reestructuración y puesta en marcha de la evaluación de carácter formativo dentro de la práctica pedagógica, vista desde los mismos documentos nacionales y reflejada dentro del aula, a fin de que la prueba que emplean deje de ser un elemento de medición de aprendizajes memorísticos, vistos desde los contenidos impartidos, que hasta el momento ha sido el punto de mayor debilidad, ya que dista de lo planteado por el Ministerio de Educación Nacional. Es así como la observación de los docentes permitió dar cuenta de las debilidades de la institución en materia de recursos didácticos como factor limitante. Este componente se convierte en el talón de Aquiles por señalar la Guía de Trabajo, escaso material fotocopiado, el Módulo y la Evaluación Tipo Saber, que en la realidad es una prueba de selección múltiple con única respuesta, y la promoción de manera esporádica de el

uso de la tecnología, como herramientas para el desarrollo de los saberes, los pensamientos y los procesos matemáticos.

Cuadro 2
Triangulación desde las categorías deductivas y las entrevistas a los docentes.

Estándares	Recurrencia de categorías axiales en las entrevistas desde las categorías deductivas		
	Epistemología	Pedagogía	Didáctica
La matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión	(6)	(3)	(2)
Matemáticamente Competente	(20)	(8)	(3)
Visión de la matemática desde su naturaleza axiomática	(4)	--	--
Matemática como disciplina en desarrollo mediada culturalmente	(9)	(2)	--
Transversalidad de las matemáticas	(5)	--	--
Adaptación curricular contextualizada	(10)	(5)	--
Enseñanza desde situaciones (Brousseau 2016)	--	(2)	(5)
Aprendizaje cooperativo	--	--	(3)
Evaluación formativa	--	(1)	(3)
Recursos didácticos	--	--	(3)

63

Fuente: Elaboración propia (2016).

Desde la apuesta formativa nacional y las concepciones de los docentes

64

La posición disciplinar de la matemática permite delimitar que las estrategias didácticas las asume el docente siendo su constructor y ejecutor. Con base en esta metodología, la aplicabilidad y el desarrollo del acto pedagógico estaban determinados por la concepción del docente ante los estudiantes. La matemática tiene una marcada incidencia, puesto que se refleja el hecho de que desde la promoción del pensamiento lógico, se manifiesta en función de opciones que le sirvan al estudiante para la vida y para su desempeño adecuado. Es de esta manera como se concretan acciones encaminadas al desarrollo de estrategias, en las que se manifieste un compromiso por una formación adecuada, orientada a las necesidades de los sujetos, así como también las demandas que contribuyen con el desarrollo de desafíos que se enmarcan en la planeación del área de matemática en el contexto definido por el Colegio Pablo Correa León. En atención a ello, es necesario sostener lo expuesto por Díaz (2012):

Un docente que promueva la formación de los estudiantes, debe poseer una capacidad, orientada a un perfil donde se accione el rol de orientador, mediador y facilitador de aprendizajes, para de esa manera concretar una labor activa y significativa para el desarrollo de un desempeño adecuado. (p.72)

Algunos docentes conciben la enseñanza de la matemática como la reproducción de contenidos y actividades prácticas preestablecidas en textos escolares previamente desarrollados a partir de unidades, contenidos y objetivos, dejando de lado los aspectos psicológicos tanto del agente de enseñanza como del objeto de aprendizaje, es decir, el estudiante. Asimismo, la práctica docente se convierte en una monotonía de elementos teóricos y prácticos

convirtiéndose en aspectos repetitivos, para determinar en los estudiantes única y exclusivamente el aprendizaje de contenidos, para la asignación de calificaciones.

En este sentido, es pues el profesional de la educación quien mediante un desempeño idóneo logre el desarrollo de evidencias que sirvan de base en la construcción de situaciones que se encaminen a demostrar el impacto que él mismo ocasiona en la realidad y, de esta manera, se accionan situaciones donde se asume la investigación como un elemento fundamental en el desarrollo de la labor pedagógica; todo ello hace énfasis en las capacidades que posee el docente para reconocer los diferentes elementos que inciden en la realidad.

En este sentido, al triangular la información se logró establecer que la carencia de actualización del saber pedagógico y didáctico, con énfasis en la generación de un sujeto matemáticamente competente, donde se le presta atención a la secuencia de clase, a pesar de la limitación en los recursos didácticos, y la ausencia de trabajo cooperativo, se aplica la evaluación sumativa mediante y la priorización del saber ser por encima del saber saber y saber hacer. Los docentes escasamente se actualizan por medio de las capacitaciones que se ofrecen dentro de la institución en las jornadas pedagógicas, y así lo que expresan abiertamente, lo que refleja un factor de riesgo en los procesos de enseñanza-aprendizaje de calidad.

Aunado a lo anterior, los docentes que evidenciaron dentro del aula la dificultad latente en cuanto al uso de recursos didácticos, también lo expresaron durante la entrevista. Incluso, conciben el desarrollo de proyectos en pro de la formación laboral y humanística dentro de la institución, a pesar de ser la modalidad técnica

la formación para la creación de empresa. Por otra parte, en la realidad algunos docentes aplican el modelo pedagógico tradicional, y como tal, dan sus apreciaciones sobre la matemática y los mecanismos empleados para su aprendizaje. El desarrollo de habilidades escasamente es promovido y se evidencia la automatización, promueven el trabajo individual, lo cual hace que se desarrollen clases poco atractivas para los estudiantes y estos pierdan con facilidad la atención. Al respecto Miato y Miato (2014) plantean:

66

En el currículo tradicional el conocimiento como punto de llegada: se trataba de aprender un cierto número de informaciones, de conceptos o de narraciones bien construidas para alcanzar ese determinado nivel de conocimiento que se consideraba como indispensable para obtener el consenso positivo de la sociedad que la escuela representa. En el currículo de aprendizaje el conocimiento sigue siendo un punto de llegada pero está al servicio de una serie de operaciones sucesivas. También en el currículo tradicional el conocimiento tendría que haber sido funcional y vinculado al concepto de trabajo profesional. En el currículo del aprendizaje se pretende poner en circulación, inmediatamente la relación entre las operaciones y las operaciones generativas. (p.12)

Desde otro ángulo, los docentes hacen énfasis en la visión de la matemática desde su naturaleza axiomática porque asumen como punto de partida el desarrollo de prácticas pedagógicas donde prima la enseñanza de postulados matemáticos. De igual manera se da mediante la valoración de los postulados científicos que adopta esta área y que no son excluidos de la realidad de cada uno de los docentes de matemática. En este caso, es necesario manifestar que se le ofrece a los docentes elementos que desde los documentos les permita poner de manifiesto la aplicación de postulados matemáticos, para de esta manera lograr un

impacto progresivo en el desarrollo de acciones que conduzcan a la revalorización del individuo, con énfasis en las demandas actuales que subyacen de la dinámica propia de cada uno de los contextos.

En cuanto a la promoción de un ser matemáticamente competente, es preciso que se asuma el compromiso de situaciones orientadas a la promoción, mediante la consolidación de competencias propias de la realidad matemática. En atención a ello, Cantoral (2013) señala:

Ser competente matemáticamente hablando, implica poner de manifiesto la inteligencia lógico-matemática, donde se piense en razón de números y lógica, de esta forma, se manifiesta el compromiso de los sujetos por construir evidencias propias de su realidad, si miramos a nuestro alrededor, denotamos que todos los elementos de la cotidianidad tienen que ver con la matemática, es así como se proveen elementos cognitivos que sean tomados en cuenta para la construcción de saberes matemáticos. (p.72)

67

En relación con lo anterior, en el desarrollo de un ser matemáticamente competente es necesario que se manifieste el interés de los docentes por alcanzar un desarrollo óptimo de su área, que sí lo conciben y lo reflejen dentro de sus prácticas de aula, donde se le dé el valor adecuado a las exigencias de la matemática. Cuando en la sociedad se incorporan sujetos matemáticamente competentes, se alcanza el desarrollo de manera casi natural, adoptando el interés por el desarrollo del pensamiento lógico.

CONCLUSIONES

En cuanto al primer momento, se concluye que la institución educativa propende por una formación por competencias para sus

estudiantes atendiendo la política educativa nacional expuesta en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, pero solo se encuentra contemplado en los documentos institucionales como el Plan de Área de Matemáticas y Módulos de Matemáticas, luego es indispensable la adaptación del currículo desde el PEI hasta la planeación de aula otorgando relevancia al contexto en el cual se encuentra inmersa la institución.

Se evidencia la brecha existente entre la apuesta formativa nacional y lo plasmado en los Planes de clase a través de los aprendizajes por contenido, el uso limitado de los recursos educativos y didácticos y la evaluación de saberes por medio de la prueba escrita.

68

En el segundo momento, se encuentra que los docentes en la realidad asumen en cierto modo los estándares planteados en las apuestas formativas. Sin embargo, se evidencia cierta discrepancia en elementos propios de la realidad, pues prevalece el empleo de métodos tradicionales, situación que se refleja en el documento de los estándares en los que se hace mención a la visión de la matemática desde la naturaleza axiomática, respaldado desde lo observado en la práctica pedagógica en las clases de matemática, donde se evidenciaron diferentes recursos empleados por el docente, tales como la guía de trabajo, material fotocopiado, la evaluación tipo Saber, que en la realidad es una prueba de selección múltiple con única respuesta y la promoción de manera esporádica del uso de la tecnología como herramientas para el desarrollo de los saberes, los pensamientos y los procesos matemáticos.

Además, se detectó que para la mayoría de los momentos pedagógicos observados, se carece de situaciones en los que se con-

textualicen problemas, lo cual hace que la práctica pedagógica se muestre monótona y poco atractiva para los estudiantes. Por el contrario, la enseñanza desde situaciones es promovida de forma esporádica y por algunos docentes de la institución.

Finalmente, frente al tercer momento, se concluye que los docentes dentro de su discurso promueven la formación por competencias; no obstante, esto no concuerda con lo observado en los momentos pedagógicos. Además, se evidencia que existe carencia en lo referente a la capacitación continua y autoevaluación de la práctica pedagógica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abello, M. (2012). *Transversalidad Matemática*. Venezuela: Fedupel.
- Agudelo, A. (2012). *Las Prácticas Pedagógicas en la Escuela*. Venezuela: Editorial Océano.
- Bello, J. (2013). *El Conocimiento Pedagógico*. Venezuela: Fedupel.
- Camacho, C. y Díaz, S. (2013). *Formación por competencias. Fundamentos y estrategias didácticas, evaluativas y curriculares*. Colombia: Editorial Magisterio.
- Cantoral, S. (2013). *La Enseñanza de las Matemáticas*. México: Ediciones Fondo de la Cultura.
- Castillo, J. (2003). *Estudio de la Didáctica Tecnológica*. México: Universidad Autónoma de México.
- Díaz, F. (2009). *Estrategias Instruccionales*. México: Editorial Trillas.
- Díaz, F. (2012). *Didáctica para la Matemática*. Venezuela: Fedupel.
- Flórez, G. (2010). *Pedagogía y Realidades Educativas*. México: Editorial Trillas.
- Mallart, J. (2000). *Didáctica: Del Currículum a las Estrategias de Aprendizaje*. Documento Electrónico. Recuperado de: <http://>

es.scribd.com/doc/59516972/Didactica-Concepto-y-Finalidades-relatoria

Martínez, A. (1990). *Teoría Pedagógica. Una Mirada Arqueológica de la Pedagogía*. Recuperado de: <http://repository.unad.edu.co/bitstream/10596/4944/1/50004.pdf>

Miato, S. y Miato, L. (2014). *Enseñanza de la Matemática*. México: MacGraw-Hill Ediciones Interamericana.

Ministerio de Educación Nacional, MEN (2013). *Educación Colombiana*. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional, MEN (2012). *Análisis de la Práctica Pedagógica en el Aula de Clase*. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional, MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá.

70 Pinto, H. (2011, abril). Formación en Competencias Docentes en Matemática de Educación Básica. *Cuaderno de Educación y Desarrollo*. Recuperado de: <http://www.eumed.net/rev/ced/26/hp.htm>

Proyecto Educativo Institucional (PEI). Comunidad Educativa Creadora y Generadora de Empresa. Institución Educativa Pablo Correa León. Decreto de Creación No, 000806 del 2002. Versión actualizada 2015. Cúcuta, Colombia.

Rojas, B. (2010). *Investigación cualitativa, fundamentos y praxis*. 2da edición. Caracas: Fedupel.

Shulman, S. (1994). *Desarrollo Profesional Docente*. México: MacGraw-Hill Ediciones Interamericana.

Tobón, S. (2006). *Aspectos Básicos de la Formación por Competencias*. México: Talca: Proyecto Mesesup.

Treffer, A. (1978). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Education: The Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

UNESCO (2008). *Resultados de aprendizaje en América Latina a*

partir de las evaluaciones Nacionales. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001555/155567s.pdf>
Zuluaga, O. (1999). *El trabajo histórico y la recuperación de la práctica pedagógica*. Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.

Cómo citar este capítulo:

Alvernia Leal, N. J., Paredes Pabón, M., Vásquez Ávila, W. y Contreras Santander, Y. L. (2018). Fundamentos epistemológicos, pedagógicos y didácticos en la práctica de los maestros de matemática de educación básica secundaria y media. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, y J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.43-71). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

Hermeneusis de la práctica pedagógica y formación de estudiantes matemáticamente competentes

Jessica Paola Ortiz Leal¹, María Carolina Buitrago Contreras²,
Juan Pablo Salazar Torres³, Mawency Vergel Ortega⁴

73

* Capítulo de libro resultado del proyecto de investigación titulado “Caracterización de las prácticas pedagógicas en torno a la formación por competencias en el área de matemáticas del centro educativo rural San José de Castro del municipio de Arboledas, Norte de Santander”, desarrollado desde la Maestría en Educación de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta.

- 1 Comunicadora Social, Magíster en Educación, Docente del magisterio en el área de humanidades
jessicaortizleal@gmail.com
- 2 Ingeniera agroindustrial, Magíster en Educación. Docente del magisterio en el área de matemáticas
karyto3001@gmail.com
- 3 Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas - Universidad Simón Bolívar. Jefe del Departamento de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas y Profesor investigador en categoría auxiliar de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta. Magíster en Educación. Especialista en administración de la informática educativa. Licenciado en matemáticas e informática. Grupo de Investigación en Educación, Ciencias Sociales y Humanas.
j.salazar@unisimonbolivar.edu.co
- 4 Facultad de Ciencias Básicas - Universidad Francisco de Paula Santander. Docente investigadora del departamento de matemáticas y estadística. Doctora en Educación. Magíster en Educación. Especialista en Informática Educativa. Especialista en Estadística Aplicada. Licenciada en Matemáticas y Física. Grupo de Investigación Euler y Arquímedes – UFPS.
mawency@ufps.edu.co

RESUMEN

El presente capítulo muestra los resultados de la caracterización de la práctica pedagógica en torno a la formación por competencias en el área de las matemáticas de los profesores del centro educativo rural San José de Castro del municipio de Arboledas, Norte de Santander. La investigación se realizó desde el paradigma histórico hermenéutico, con un enfoque cualitativo y un diseño micro-etnográfico. El estudio se desarrolló en tres fases: en la primera fase se realizó un análisis documental de la apuesta formativa nacional frente a la Apuesta formativa institucional en torno al desarrollo de competencias matemáticas; en la segunda fase se reconocieron las formas en que hacen presencia los saberes didácticos y pedagógicos de los maestros, y en la tercera fase se comprendieron las concepciones que tenían los maestros en torno a la formación por competencias de la matemática. Para el proceso de recolección de información se utilizaron las técnicas de análisis documental, observación no participante, y entrevista en profundidad. Los sujetos participantes fueron cuatro docentes de secundaria y media técnica de la I.E. Los resultados evidenciaron brechas significativas entre el ideal de formación de los estudiantes matemáticamente competentes planteado por los estamentos nacionales (estándares y lineamientos de matemáticas) y el contexto real, comprendido desde la práctica pedagógica para el fomento de competencias en matemáticas.

Palabras clave: práctica pedagógica, epistemología, didáctica, enseñanza de las matemáticas, competencias matemáticas.

HERMENEUSIS OF PEDAGOGICAL PRACTICE AND TRAINING OF MATHEMATICALLY COMPETENT STUDENTS

ABSTRACT

This chapter shows the results of the characterization of the pedagogical practice around competency-based training in the area of mathematics of the teachers of the San José de Castro rural school in the municipality of Arboledas, Norte de Santander. The research was conducted from the historical hermeneutical paradigm, with a qualitative approach and a micro-ethnographic design. The study was developed in three phases, in the first phase a documentary analysis of the national formative com-

mitment was made in front of the formative institutional setting around the development of mathematical competences, in the second phase the ways in which knowledge is present were recognized didactic and pedagogical of the teachers and in the third phase the conceptions that the teachers had about the training by competences of mathematics were understood. For the information gathering process, the techniques of documentary analysis, non-participant observation, and in-depth interviews were used. The participating subjects were four teachers of secondary and technical media of the i.e. The results showed significant gaps between the ideal of mathematically competent students' training raised by the national levels (standards and guidelines of mathematics) and the real context understood from pedagogical practice for the promotion of competences in mathematics.

Keywords: pedagogical practice, epistemology, didactics, teaching of mathematics, mathematical competences.

INTRODUCCIÓN

75

En el marco de la Declaración Mundial sobre la Educación para Todos (1990), se hizo una reflexión sobre la importancia de una educación de calidad que permita aportar de forma eficiente y eficaz al desarrollo humano de un país, y así, lograr alcanzar la equidad social y disminuir las brechas de la desigualdad social. Para ello no bastaba con garantizar la cobertura educativa, sino también garantizar que los procesos de enseñanza y aprendizaje de las instituciones fueran de calidad.

Una década después, se realiza el Foro de Educación Mundial en Dakar (2000), en el cual se reafirma lo planteado anteriormente cuando se expresa que “los niños tienen derecho a gozar de una educación de buena calidad” (p.219). Se resaltó en aquel momento que una educación de calidad es clave para mantener altos indicadores, como la matrícula, la retención y el rendimiento. De igual

menara, cuando se hace referencia a una educación de calidad, se tienen en cuenta las características de los educandos, los procesos, las instalaciones, los materiales pedagógicos, el contenido, el buen gobierno, la gestión y los resultados del aprendizaje.

Este Foro Mundial trazó seis objetivos, que debían ser cumplidos por los países participantes en quince años, los cuales se estarían monitoreando cada año:

1. Extender y mejorar la protección y educación integrales de la primera infancia, especialmente para los niños más vulnerables y desfavorecidos;
2. Velar porque antes del año 2015 todos los niños, y sobre todo las niñas y los niños que se encuentran en situaciones difíciles y los que pertenecen a minorías étnicas, tengan acceso a una enseñanza primaria gratuita y obligatoria de buena calidad y la terminen;
3. Velar porque las necesidades de aprendizaje de todos los jóvenes y adultos se satisfagan mediante un acceso equitativo a un aprendizaje adecuado y a programas de preparación para la vida activa;
4. Aumentar de aquí al año 2015 el número de adultos alfabetizados en un 50 %, en particular tratándose de mujeres, y facilitar a todos los adultos un acceso equitativo a la educación básica y la educación permanente;
5. Suprimir las disparidades entre los géneros en la enseñanza primaria y secundaria de aquí al año 2005 y lograr antes del año 2015 la igualdad entre los géneros en relación con la educación, en particular garantizando a las jóvenes un acceso pleno y equitativo a una educación básica de buena calidad, así como un buen rendimiento;
6. Mejorar todos los aspectos cualitativos de la educación, garantizando los parámetros más elevados, para conseguir resultados de aprendizajes reconocidos y mensurables, especialmente en lectura, escritura, aritmética y competencias prácticas esenciales. (p.43)

Los objetivos trazados en el Foro orientaban, y de cierta manera exigían, a los países miembros para que los direccionamientos estratégicos se realizaran hacia el alcance de una educación de calidad, que para el caso de esta investigación, tuvo mucha relevancia hacer una reflexión en torno al sexto objetivo, sobre las competencias mínimas que debe desarrollar un estudiante en el proceso escolar, para que se dé la calidad educativa. Además, porque ese objetivo es retomado en la declaración de Incheon (UNESCO, 2015), el cual, pone como meta principal alcanzar el mejoramiento de todos los aspectos cualitativos de la educación, que genera en últimas una educación de calidad. La calidad en el ámbito educativo, como tendencia mundial, debe acompañar todas las gestiones en las instituciones educativas, desde las gestiones directivas, administrativas, de acompañamiento a las comunidades y especialmente en el proceso misional, que es el desarrollo epistemológico, pedagógico y didáctico de los procesos inmersos en la práctica pedagógica de los profesores.

77

En este sentido, el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES, 2012) plantea que:

La calidad de la educación en Colombia debe ser una prioridad, no solamente para fortalecer el desarrollo económico, sino haciendo énfasis en la formación de ciudadanos participativos de una sociedad moderna, interconectada y que exige mayores niveles de cualificación y praxis democrática informada. (p.18)

Asimismo, cada tres años se realizan las pruebas PISA, pero año a año, al interior del país, se realizan las pruebas que están enfocadas a mediciones internas (la prueba Saber). El ICFES (2013) aclara en cuanto a las PISA⁵ que:

5 Programme for International Student Assessment.

Este programa se centra en tres competencias consideradas troncales: matemáticas, lectura y ciencias (incluyendo biología, geología, física, química y tecnología). Evalúa no sólo lo que el alumno ha aprendido en el ámbito escolar, sino también lo adquirido por otras vertientes no formales e informales de aprendizaje, fuera del colegio o del instituto. Valora cómo pueden extrapolar su conocimiento, sus destrezas cognitivas y sus actitudes a contextos, en principio extraños al propio alumno, pero con los que se tendrá que enfrentar a diario en su propia vida. (p.8)

78 Una educación de calidad, en esta tendencia mundial, se avoca por alcanzar una formación basada en competencias, pero no únicamente desde el ámbito productivo, sino, especialmente, en la formación de ciudadanos críticos que le aporten al desarrollo de la Nación a la que pertenecen. Esta claridad de inclusión y de igualdad de oportunidades para todos, es planteada por la OCDE⁶ (2015), al afirmar que “mejorar la calidad de la educación y asegurar que todos los estudiantes –especialmente, los más desfavorecidos– consigan unos niveles mínimos de conocimientos, será clave para el desarrollo económico y social de Colombia en el largo plazo” (p.23).

El desarrollo de las políticas internacionales para alcanzar una educación de calidad, busca que, en países como Colombia, los resultados obtenidos en las pruebas PISA (OCDE, 2009), muestren avances en las diferentes áreas de conocimiento. A pesar de ello, se evidencia que el país se mantiene con un rendimiento bajo. Según Fedesarrollo (2014) “En la prueba PISA 2009, entre los 65 países participantes Colombia ocupó el puesto 58 en matemáticas, 52 en lectura y 54 en ciencias, ubicándose por debajo de países como Chile, México y Uruguay” (p.18). Para el 2012, el

⁶ Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico.

puntaje de Colombia en matemáticas fue inferior al obtenido por 61 países, en el de ciencias es inferior a 57 países; en lectura es inferior a 53 países; con respecto a los seis niveles de competencias establecidos por la prueba, se obtuvieron para el caso de matemáticas que el 74 % de los estudiantes se ubicaron debajo del nivel 2 el cual corresponde al básico, y solo el 18 % se ubicó en el nivel 2, Para el caso de lectura, 51 % no alcanzó el nivel básico y solo 31 % se ubicó en el nivel básico. Finalmente, en ciencias el nivel de estudiantes que no alcanzó el nivel 2 es superior al 50 %.

En esta misma línea, la OCDE (2015), en su informe "Colombia políticas prioritarias para un desarrollo inclusivo", recomienda "formar profesores y equipos directivos que puedan ofrecer una educación de calidad a todos los estudiantes mediante buenos programas de formación inicial y continuo desarrollo profesional" (p.26). Igualmente, Uribe (citado en el informe del Banco Mundial, 2008) "examina la calidad de los profesores (medida con efectos fijos del título docente más alto obtenido y experiencia del profesor), analizando el desempeño de los estudiantes durante un año, revela que sí importa la calidad de los profesores" (p.44).

79

De acuerdo con Fedesarrollo (2014), el 75 % de los docentes son bachilleres normalistas o Licenciados en Educación y el 25 % son profesionales de otras áreas, lo que implica que si el docente es uno de los ejes fundamentales para alcanzar una educación de calidad, es de especial interés conocer qué sucede en el aula, qué procesos se desarrollan y cómo se dan, es decir, es de especial interés observar e interpretar cómo se va desarrollando la práctica pedagógica de los profesores. La UNESCO⁷ (2015) manifiesta que son varios los estudios que muestran "que lo que sucede

7 Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

en el aula y la influencia del profesor son la variable crucial para mejorar los resultados escolares. El método utilizado por el docente es de suma importancia en cualquier reforma destinada a mejorar la calidad” (p.171), lo que nos lleva a pensar en el interés investigativo que se convierte este campo conceptual.

Teniendo en cuenta la necesidad planteada anteriormente surge, desde la Maestría en Educación de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta, el macroproyecto de caracterización de las prácticas pedagógicas en torno a la formación por competencias de los docentes de Norte de Santander. Es por ello que este estudio estuvo fundamentado en el marco de esta investigación, cuyo propósito general fue realizar una caracterización de la práctica pedagógica en torno a la formación por competencias de los docentes del centro educativo rural San José de Castro del municipio de Arboledas, Norte de Santander.

80

Los resultados en las pruebas Saber para grado tercero de primaria en matemáticas, en el año 2012, fue de 240 puntaje promedio; en el año 2013, fue de 332 puntaje promedio; en el año 2014, fue de 373 puntaje promedio; y en el año 2015, 361 puntaje promedio. Esto muestra que, en el último año reportado, la Institución Educativa bajó el rendimiento académico en esta disciplina y no mantuvo su avance, que, aunque era poco, iba en ascenso. Estos datos permiten afirmar que, si bien existe una diferencia estadística positiva entre el primer año de comparación (2012) y el último (2015), no sucede lo mismo al hacer el comparativo entre el puntaje promedio de los dos últimos años analizados (2014 y 2015), en los que se presenta un descenso de la curva. El rendimiento de la Institución Educativa en las pruebas Saber para el grado tercero de la básica primaria no superan el promedio nacional y local, manteniéndose en un nivel bajo. En los años en que

se presenta avances en los promedios del grado tercero, con relación al año anterior, no es significativo en los ámbitos local y nacional, debido a que en ellos también se dan avances año a año.

El histórico de los bajos resultados en las pruebas Saber desde el año 2014 hasta el 2016, muestra que la calidad educativa de la institución está en un rango bajo en comparación con otras instituciones. Una muestra actual es que para los años 2015 y 2016 ninguno de los estudiantes de la Institución Educativa alcanzó el tan anhelado logro del “Ser Pilo Paga”. Lo mismo se analizó en la institución con respecto a la medición del Índice Sintético de Calidad Educativa ISCE, que en el año 2016 mostró que los estudiantes en las áreas de lengua castellana y matemáticas, que son las ponderadas, se mantienen por debajo del rango nacional, departamental y municipal.

La misma realidad mostrada para el grado tercero de la básica primaria, se presenta para el grado quinto. El ICFES (2016), en el año 2012, tuvo 261 de puntaje promedio; año 2013, 340 de puntaje promedio; año 2014, 362 de puntaje promedio; año 2015, 321 de puntaje promedio. Desde estos resultados estadísticos, el puntaje promedio resultante en el histórico, es de 300 puntos aproximadamente, con una desviación estándar de 67, lo que permite concluir que la mayoría de los estudiantes obtienen promedios cercanos a los 233, que es considerado bajo, según los niveles de las pruebas Saber. Este análisis implica que la Institución Educativa no está respondiendo con las políticas de calidad dadas desde el Estado, pero también para los docentes del área de matemáticas, es un llamado, una exigencia a la reflexión profunda sobre sus prácticas pedagógicas.

Además, en cuanto al Índice Sintético de Calidad Educativa, de

acuerdo con el MEN (2016), la Institución Educativa constató que en el área de matemáticas se mantiene por debajo del rango nacional y municipal. Esta situación actual exige a las directivas de la Institución Educativa tomar medidas en las cuatro gestiones del PEI, que permitan impactar el proceso principal, el académico, para acercar a los estudiantes a obtener una educación con calidad. Este hecho debe poder verse reflejado en un mediano plazo en las pruebas externas de todos los niveles evaluados, lo que implica para la Institución Educativa, revisar todos sus procesos y fortalecerlos de cara al proceso misional que es el académico, desde una formación que propenda por el desarrollo humano y el ser competitivo.

82

Finalmente, realizar la caracterización de la práctica pedagógica de los docentes, permitió, de alguna manera, realizar un proceso de comprensión e interpretación de los elementos epistemológicos, didácticos y pedagógicos de los profesores en los procesos de enseñanza de la matemática y, analizar si dichos elementos característicos de la práctica pedagógica, estaban permitiendo la formación de estudiantes matemáticamente competentes en esta institución.

REFERENTES TEÓRICOS

Teniendo en cuenta el objeto de estudio de la investigación, las categorías teóricas abordadas fueron: práctica pedagógica (desde sus elementos de sujeto, institución y saber) y competencias matemáticas.

De acuerdo con Zuluaga (1999), se entiende por práctica pedagógica a “los procesos de institucionalización del saber pedagógico, es decir, su funcionamiento en las Instituciones Educativas.

Pero también, comprende las formas de enunciación y de circulación de los saberes enseñados en tales instituciones” (p.46). En este sentido, se asume la práctica pedagógica, no como una teoría, sino como una metodología de interpretación, abordando la triada: sujeto, saber e institución.

Estos elementos de la práctica pedagógica establecen una relación compleja que no es estática ni estable sino muy por el contrario, dinámica y cambiante. Esta noción metodológica de la práctica pedagógica asume unos elementos característicos:

1. Los modelos pedagógicos tanto teóricos como prácticos utilizados en los diferentes niveles de la enseñanza.
 2. Una pluralidad de los conceptos pertenecientes a campos heterogéneos de conocimientos retomados y aplicados por la pedagogía.
 3. Las formas de funcionamiento de los discursos en las instituciones educativas donde se realizan prácticas pedagógicas.
 4. Las características sociales adquiridas por la práctica pedagógica en las instituciones educativas de una sociedad dada que asigna unas funciones a los sujetos de esa práctica.
 5. Las prácticas de enseñanza en diferentes espacios sociales, mediante elementos del saber pedagógico.
- Unidos a la noción de práctica pedagógica, se reconocerán para esta investigación las de: saber, saber pedagógico, memoria activa del saber pedagógico, sujeto de saber, método de enseñanza, apropiación, acontecimiento de saber. (Zuluaga, 1999, p.147)

83

El saber como noción fundamental de cualquier tipo de práctica, debe ser entendido como el producto de un conjunto de objetos de saber originados a partir de prácticas, objetos de saber que no son necesariamente científicos. Debe ser entendido entonces como esa categoría que puede agrupar desde opiniones hasta nociones o conceptos, teorías, modelos o métodos. Este reco-

nocimiento del saber le permitió a esta investigación develar todas aquellas relaciones de la práctica pedagógica que tenían los maestros en torno a los contextos, las teorías, las tendencias, las dinámicas sociales e incluso las apuestas políticas más convenientes para los gobiernos de turno.

Entendido así el saber, se reconocerá para esta investigación al saber pedagógico como aquel que está constituido por un conjunto de objetos, como la escuela, la instrucción por el sujeto o los sujetos, el niño, los conocimientos, las formas de enseñar, los métodos de enseñanza, las formas como se relacionan las ciencias con la enseñanza y la enseñanza, básicamente, de un conjunto de saberes que no son necesariamente científicos (Zuluaga, 1999).

84

Otro elemento metodológico para el análisis de la práctica pedagógica fue la categoría de Sujeto de Saber, entendido este como aquel que “pone en práctica los enunciados de un saber en una sociedad determinada y en una práctica de saber” (Zuluaga, 1999, p.149). De esta forma, se hace necesario el reconocimiento del Método de Enseñanza como uno de los espacios en los que se hacen presentes estos discursos. En esta noción está inmersa la idea de competencia, que se hace real cuando el sujeto que aprende tiene la capacidad y habilidad para realizar en la sociedad acciones que evidencian dichos aprendizajes y que están tendientes a lograr transformaciones hacia un mejor vivir.

Para Zuluaga (1999), “la serie de enunciados referentes a los procedimientos para enseñar definen como sujeto de saber al maestro, designado socialmente como soporte del saber. El método es parte del saber pedagógico pero no representa todo el saber pedagógico” (p.143). Igualmente, al haber tenido esta inves-

tigación como uno de sus objetivos fundamentales la caracterización de las prácticas pedagógicas, se hace relevante entender el concepto de apropiación planteado por Zuluaga (2007), quien afirma que “Apropiar es inscribir, en la dinámica particular de una sociedad, cualquier producción técnica o de saber proveniente de otra cultura y generada en condiciones históricas particulares” (p.14).

Apropiar entonces se relaciona con la capacidad para entender y actuar, insertando un proceso donde lo apropiado se recompone porque entra en una lógica diferente de funcionamiento. Apropiar un saber es hacerlo entrar en coordenadas de la práctica social. Es, por tanto, un proceso que pertenece al orden del saber como espacio, donde el conocimiento está accionado por mecanismos de poder y no por la lógica del movimiento de los conceptos en el conocimiento científico. Sin embargo, para historiar un saber apropiado, es necesario tomar un campo de conceptos más amplio que el apropiado, con el fin de localizar los recortes, exclusiones, adecuaciones y amalgamas que conlleva tal proceso de institucionalización del saber.

85

La experiencia formativa que lleva a reconocer las prácticas pedagógicas de forma consciente, implican entender más a los sujetos del conocimiento que las herramientas que se usan para allegar esos saberes. Según Barbero (1996), se hace difícil debido a que:

La escuela no ha podido entender que para interactuar con la sociedad tiene que asumir en serio el desafío que le plantean las nuevas sensibilidades de los jóvenes, no las nuevas tecnologías. El desafío se lo plantean las nuevas sensibilidades de los jóvenes, los nuevos modos de oler, los nuevos modos de llevar el cuerpo, los nuevos modos de aprender, los nuevos modos de oír. Mientras la escuela no

se plantee que lo que está ahí es un reto cultural, y no un reto de máquinas y de aparatos, cualquier modernización tecnológica sólo reforzará y mantendrá la moribunda vida del dinosaurio. (p.44)

Asimismo, para Zambrano (2000), las formas de comunicación que las generaciones más jóvenes establecen distan enormemente de las que la institución escolar legitima. Hay entonces distancia entre los lenguajes escolares y los lenguajes estudiantiles. Los primeros son formales, menos cargados de realidad, más alejados de un mundo que no da cuenta de las propias frustraciones o esperanzas de los estudiantes; los segundos tienden a negar la institución, están más cargados de una materialidad y se alimentan de una simbología que habla por sus propios canales de escape y de angustia.

86

Las prácticas pedagógicas se convierten aquí en objeto de estudio analizada desde todas sus dimensiones: ontológica, epistemológica, metodológica, axiológica y teórica (Hernández y Salazar, 2017), y en ellas los procesos didácticos cobran gran importancia, ya que estos están atravesados por modelos de enseñanza. El desconocimiento que pueda presentarse de los diferentes campos didácticos, sus avances y desarrollos, por las instituciones educativas y por sus maestros, implica un impedimento para acercarse al anhelo de la calidad educativa. En este sentido, Mosquera (2008) menciona que “La epistemología docente y la práctica docente conforman la estructura de una matriz disciplinar que da cabida a la estructura global en la que se sostiene la actuación profesional de un profesor” (p.180). Así, en el hecho epistemológico se relacionan las concepciones de los maestros. En este caso, el concebir lleva implícita la idea de nacer, que para el caso, se refiere a la manera como piensa y actúa una persona a partir de sus acumulados mentales. Moreno y Azcárate (2003) afirman que:

Las concepciones son la base de conocimientos y significaciones de los sujetos, que se constituyen como organizadores implícitos y están referidos a las creencias, significados, conceptos, proposiciones, imágenes mentales y preferencias que influyen tanto en la manera de percibir la realidad como en las prácticas que implementan. (p.18)

Por lo tanto, las concepciones, entendidas como los esquemas mentales que hacen parte de lo cognitivo del maestro en la enseñanza-aprendizaje, son las que determinan su praxis pedagógica, ya que, como lo dice Pajares (1992), “el conocimiento de un tema se diferencia de los sentimientos que tengamos sobre ese tema” (p.307). Las concepciones son por lo tanto un pensar desde el acumulado adquirido por el sujeto a través de su historia personal, desde donde ha construido una trama de la realidad contextual conocida, que le permite analizar, comprender y transformar su entorno de manera resiliente. Por lo tanto, como lo plantea Borko (1997), se le debe dar la importancia de conocer las concepciones, analizar el sentido que le asignan los profesores y develar, así, las racionalidades que las informan.

87

Es más relevante esta realidad, cuando se expresa en términos de calidad de la enseñanza y aprendizaje, debido a que las concepciones del maestro, como ya se ha señalado, constituyen un direccionamiento de la acción misma de quien enseña.

Por su parte, el concepto de competencia cobra gran relevancia para esta investigación. De esta manera, el ICFES (2007) afirma que:

El énfasis en la apropiación de conocimientos y pautas de acción asociadas a los contenidos se ha desplazado al desarrollo de capacidades de acción e interacción y a la apropiación de las gramáticas básicas propias de los distintos campos del saber; se trata de asegurar el desarrollo de las capacidades para vivir productivamente en

la sociedad, para continuar aprendiendo y para enfrentar situaciones nuevas. (pp.14-15)

El concepto de competencia propone una noción que ha servido para plantear los objetivos de formación, así como las estrategias de evaluación que dan cuenta de los logros alcanzados. Por tanto, en el sujeto que aprende, es la capacidad de actuar e interactuar en su realidad social. La acción puede pensarse como acción sobre algo, como actividad transformadora o creadora. Esta noción de acción es útil para el trabajo, pero no cubre las capacidades requeridas para la vida social. En la interacción es esencial la capacidad de aceptar al otro, de ponerse en su lugar; es esencial la disposición a escuchar y a conocer, la disposición a comprender. Mosquera (2008) explicita que:

88

Las competencias están directamente ligadas a los modos de producción de los conocimientos y a la manera como nos predispone-
mos ante la realidad (natural o social) a partir de los conocimientos que hemos apropiado. Las competencias están ligadas a los contenidos procedimentales y actitudinales de las disciplinas y de las regiones del conocimiento, y por tanto, hacen referencia al cómo y al para qué de los mismos. Las competencias, desde un sentido de lo educativo, promueven entonces el desarrollo simultáneo de la dimensión humana de las personas (el valor social de la cultura al tiempo que el reconocimiento del valor individual del ser), de la dimensión cognoscitiva (saberes y conocimientos), de la dimensión cognitiva (actitudes, ideas y creencias sobre el mundo, derivadas de los saberes y conocimientos disponibles en la persona) y de la dimensión práctica (lo que hacemos a partir de lo que somos, de lo que sabemos, conocemos y creemos). (p.179)

En los procesos educativos se evidencian las competencias cuando el sujeto tiene la capacidad de integrar los aprendizajes

para llegar a resolver los problemas que se le presentan en las diversas situaciones de su existencia, haciéndolo de forma eficiente y eficaz. Para la educación básica y media el ICFES (2007) evalúa tres clases de competencias en matemáticas básicas en los estudiantes: la competencia interpretativa, la competencia argumentativa y la competencia propositiva. Estas mismas competencias están trazadas en los estándares básicos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional como estándares o condiciones mínimas de calidad.

METODOLOGÍA

A nivel macro, la investigación estuvo fundamentada en el paradigma histórico hermenéutico, con enfoque cualitativo y un diseño microetnográfico;

Parte del supuesto de que las personas viven en un contexto, crean una cultura que se reproduce en sus dichos y hechos pero que, para entenderlos en su real dimensión, hay que hacerlo desde adentro, con el fin de no desvirtuar su esencia. (Palella y Martins, 2017, p.41)

89

Para ello la investigación abordó tres categorías generales y deductivas: epistemología, pedagogía y didáctica, las cuales fueron analizadas en las tres fases realizadas en todo el proceso de investigación: un primer análisis documental para determinar la apuesta formativa nacional frente a la apuesta formativa institucional en la formación de competencias matemáticas; luego se realizó una interpretación de los saberes epistemológicos, pedagógicos y didácticos, observados en la práctica pedagógica de los docentes de la institución y, finalmente, se comprendieron las concepciones que tenían los maestros en torno a la formación por competencias; para esta última se aplicó una entrevista semiestructura a los profesores. La información estuvo sistematizada en una matriz documental (para la primera fase) y, tanto observacio-

nes (segunda fase) como entrevista (tercera fase), se sistematizaron en fichas de diarios de campo y mediante el proceso de categorización propuesto por Strauss y Corbin (1990) se realizó el análisis siguiendo un proceso inductivo. Dicho trabajo de campo, contó con la participación de los cuatro docentes del área de matemáticas que pertenecen a la institución.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

Comprensión de la categoría Epistemología desde las prácticas pedagógicas de los docentes

90

Para la comprensión de la categoría “epistemología”, se tuvieron en cuenta las categorías axiales e inductivas identificadas desde la revisión documental realizada en torno a la apuesta nacional (análisis de los estándares y lineamientos de matemáticas). La figura 1 muestra, a manera de conclusión, la red semántica construida desde esta categoría.

Desde los estándares básicos de competencias (MEN, 2006), la matemática es concebida como una ciencia que permite el desarrollo del razonamiento lógico-formal, que, a partir de proceso de interpretación, modelación, representación y argumentación, logre explicar fenómenos socio-político-históricos y culturales del mundo, en el cual muestre cómo el proceso de aprendizaje lleva al estudiante a comprender los aspectos disciplinares, pero no como temas aislados, sino como procesos que se van complejizando al ir avanzando en la apropiación de las competencias matemáticas. Por tanto, la comprensión de la ciencia matemática se relaciona con el “desarrollo de las capacidades de razonamiento lógico, por el ejercicio de la abstracción, el rigor y la precisión” (UEMA⁸).

⁸ De aquí en adelante, UEMA debe entenderse como el código utilizado en el proceso de sistematización de la Unidad de Estándares de Matemáticas.

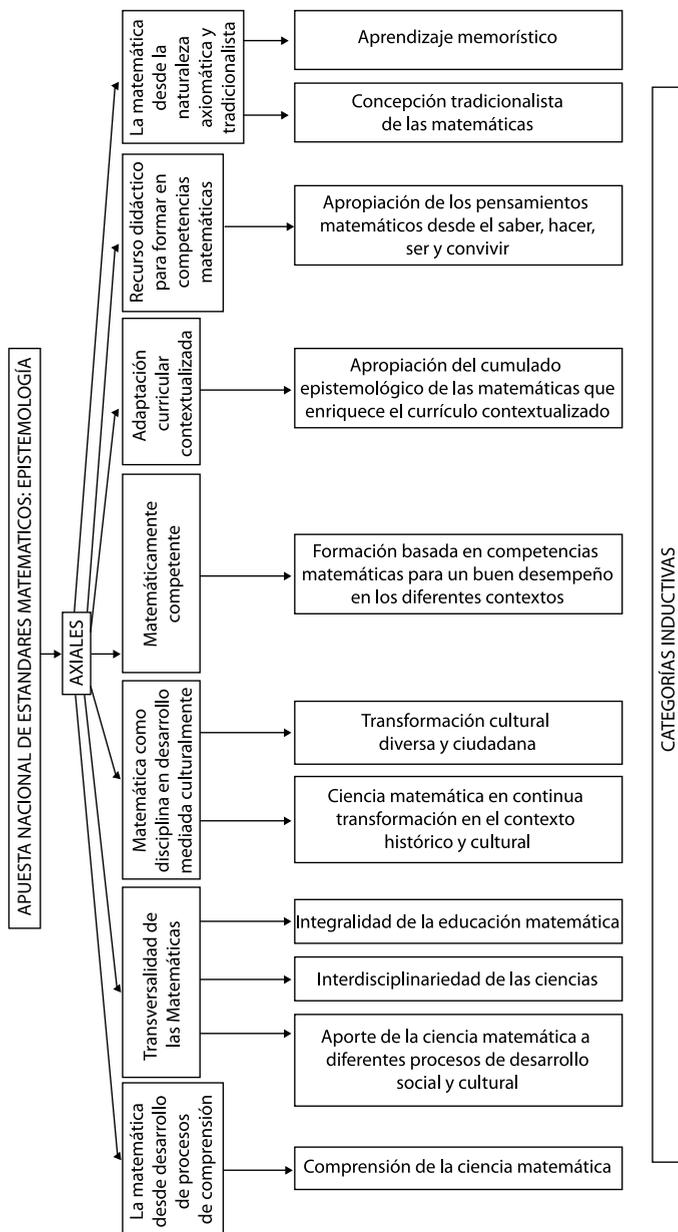


Figura 1
Red Semántica de la categoría Epistemología.
Fuente: Elaboración propia.

Esta revisión mostró de manera general siete categorías axiales relacionadas con la categoría Epistemología: la matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión, la transversalidad de la matemática, la matemática como disciplina mediada culturalmente, matemáticamente competente, adaptación curricular contextualizada, recurso didáctico para formar en competencias matemáticas, y la matemática desde la naturaleza axiomática y tradicionalista.

Contrario a este planteamiento de los estándares básicos de competencias matemáticas, en la práctica pedagógica institucional solo se encontró un proceso de enseñanza de la matemática desde la naturaleza axiomática y tradicionalista, tal como se evidencia en el siguiente aparte de un diario de campo (DC⁹):

92

Hay libros que manejan otra manera de expresar razones, pero no es porque quieran, sino porque son libres de trabajar las razones como más fácil les parezca... "pongan atención y miren al tablero, por favor no copien primero sino que pongan atención, si colocan la razón a/b , esta se puede escribir de varias maneras". (DC13-57)

Es importante precisar que el conocimiento epistemológico es el fundamento del quehacer pedagógico y didáctico que se desarrolla en todo el campo educativo. Si no hay bases epistemológicas en los saberes de los docentes, difícilmente se puede llegar a producir un proceso de aprendizaje para el fomento de competencias, al tiempo que, el hecho epistemológico es transversal a la vida de todo ser humano y marca las pautas de la evolución que produce en el contexto histórico. En cuanto al área de las matemáticas, los estándares básicos de competencias marcan esa riqueza epistemológica en las diferentes sociedades del mundo, cuando el MEN (2006) afirma que:

9 En adelante, el código DC se refiere al proceso de sistematización del Diario de Campo.

Hace ya varios siglos que la contribución de las matemáticas a los fines de la educación no se pone en duda en ninguna parte del mundo. Ello, en primer lugar, por su papel en la cultura y la sociedad, en aspectos como las artes plásticas, la arquitectura, las grandes obras de ingeniería, la economía y el comercio; en segundo lugar, porque se las ha relacionado siempre con el desarrollo del pensamiento lógico y, finalmente, porque desde el comienzo de la Edad Moderna su conocimiento se ha considerado esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología. (p.46)

Con relación a lo anterior, los conocimientos matemáticos y la comprensión disciplinar de las matemáticas es actual y tiene gran importancia en el proceso educativo en todos los ámbitos del mundo. Por eso, es un reto para el docente de matemáticas estar en constante búsqueda y actualización de esos saberes, si se tiene en cuenta que, en la actualidad, se concibe la ciencia como un proceso dinámico y fortalecido en grupos, no en individuos aislados. Al respecto, Labaree (1992) dice que “toda actividad profesional, incluido el hecho educativo, se caracteriza por su sentido práctico, que se concretiza en conocimientos formales que sirven de ejes dinamizadores de la profesión” (p.123).

93

Al contrario de esta dinamización epistemológica, en los hallazgos se constata que no hay una riqueza de conocimientos matemáticos que permita dinamizar las prácticas pedagógicas hacia el fomento de competencias. Los docentes no están propendiendo por desarrollar procesos de comprensión del área disciplinar; al contrario, se está privilegiando una enseñanza memorística de temas, sin relacionarlos con el contexto y la vida práctica. Es un proceso contrario al que plantea Baquero (2004), cuando dice que “saber pedagógico proyectado, implica una necesaria capacidad discursiva sobre los procesos formativos de las personas y un

conocimiento profundo de la disciplina desde el cual se asumen posturas epistemológicas” (p.24).

Desde la revisión documental, se evidenció en el Proyecto Educativo Institucional (PEI, 2015) que la matemática como disciplina para el desarrollo y transformación del contexto histórico y cultural, busca la “formación integral, educando en la fe y los valores, contribuyendo al mejoramiento de la calidad de vida del joven campesino, interacción armónica con su entorno, mediante una pedagogía crítica y el desarrollo de proyectos productivos y prácticas pedagógicas vivenciales” (UPEI-2) (UPEI¹⁰).

94 Finalmente, se reconoce que no hay claridad epistemológica por parte de los docentes en la evolución de la disciplina matemática, al manifestar que “la matemática ha evolucionado, porque si vemos y estudiamos desde un inicio, eran con nudos, ahora han evolucionado bastante las matemáticas y nosotros pues no tenemos que quedarnos atrás” (ED2-37) (ED¹¹). Al tiempo que la naturaleza axiomática y mecanicista de la matemática sigue siendo la mayor preocupación de los profesores, sin reflexionar en torno a las demás categorías que demandan la formación ideal de estudiantes matemáticamente competentes.

Comprensión de la categoría Pedagogía desde las prácticas pedagógicas de los docentes

La comprensión de la categoría "pedagogía", se realizó a partir de las categorías axiales e inductivas encontradas en la revisión documental de la apuesta nacional para la formación por competencias en el área de matemáticas. En la figura 2 se muestran de manera resumida dichas categorías.

¹⁰ El código UPEI se refiere a la Unidad Proyecto Educativo Institucional PEI.

¹¹ El código ED se refiere a la Unidad de Entrevista Docente.

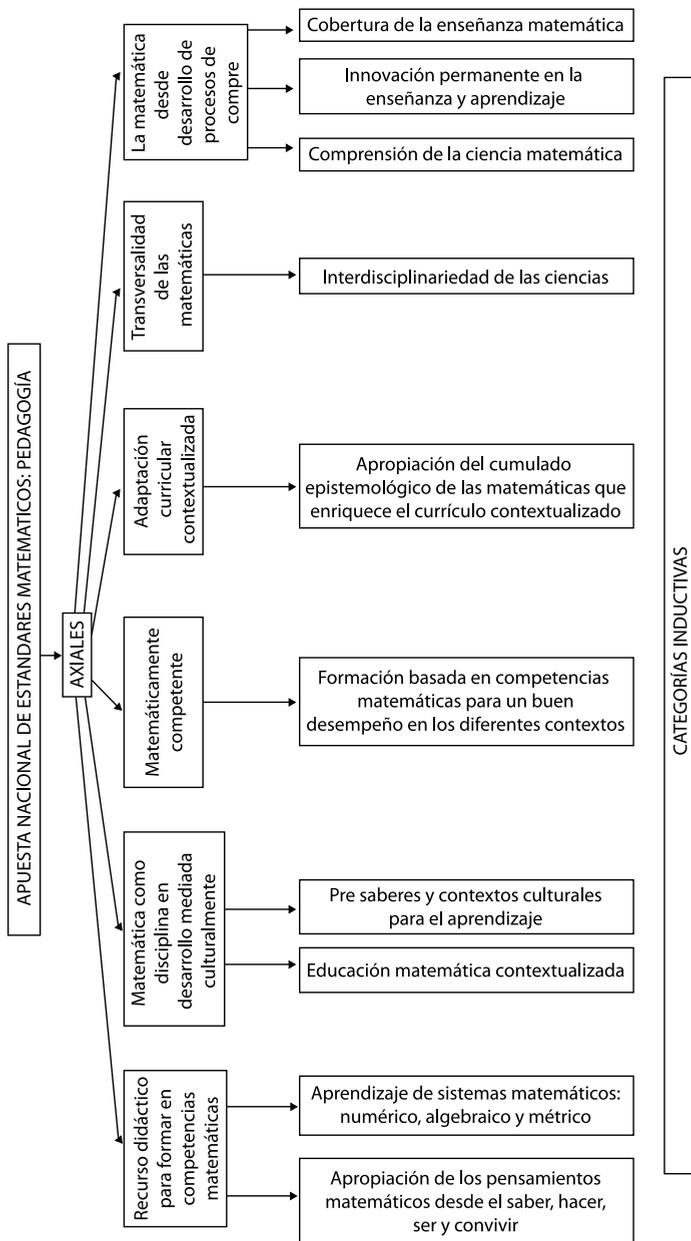


Figura 2
Red semántica de la categoría pedagogía
 Fuente: Elaboración propia.

El logos de la formación, es decir, la racionalidad y el pensamiento reflexivo que realizan los maestros en torno a los propósitos formativos de los estudiantes, es a lo que llamamos pedagogía. En este sentido, todo maestro debe saber tanto de la disciplina que enseña como de pedagogía. Zuluaga (1984) considera que la Pedagogía “es la disciplina que conceptualiza, aplica y experimenta los conocimientos referentes a la enseñanza de los saberes específicos en las diferentes culturas” (p.87). Por lo tanto, es la disciplina indicada para los procesos de enseñanza y aprendizaje de las competencias, que, para el caso, son competencias matemáticas. Esto lleva a que la pedagogía permita precisar cómo debe ser el desarrollo de las prácticas pedagógicas para que privilegien el fomento de competencias. Con relación a la disciplina, el MEN (2004), afirma que:

96

La enseñanza de las matemáticas supone un conjunto de variados procesos mediante los cuales es el docente quien planea, gestiona y propone situaciones de aprendizaje matemático significativo y comprensivo –y en particular situaciones problema– para sus alumnos y así permite que ellos desarrollen su actividad matemática e interactúen con sus compañeros, profesores y materiales para reconstruir y validar personal y colectivamente el saber matemático. Para comprender de forma más detallada cómo y qué aspectos deben impulsarse, a continuación, se describen y analizan algunas maneras de dinamizar estas interacciones. (p.72)

Estos procesos de enseñanza y aprendizaje, que se dan desde el profesionalismo pedagógico, como parte experta en esa disciplina, solo es posible si se tiene claridad sobre los diferentes recursos didácticos que permiten fomentar las competencias y que es necesario apropiarlos en el proceso de aprendizaje. Esta debilidad en la primaria de la institución escolar, se constata cuando los docentes no asumen en sus prácticas pedagógicas los diferen-

tes recursos didácticos, sino que se centran en la enseñanza de temas del área de una manera memorística y tradicional. Situación que lleva a que la matemática no se aprenda como proceso mediado por la cultura, sino aparte de la realidad de contexto.

A partir de los hallazgos se constató que la Institución Educativa no planea un currículo contextualizado y tampoco se evidencia en el desarrollo de la práctica pedagógica, lo que aleja el objetivo de formar a los estudiantes matemáticamente competentes. Esa relación espacial de la institución como escuela, la realidad de los estudiantes y la interacción pedagógica, es lo que posibilita un proceso de aprendizaje significativo. Esta situación de intercambio de saberes, acción de conocer, indagación permanente, aplicación de los aprendizajes a situaciones de la vida cotidiana, es lo que hace, como lo propone Bedoya (2002), una pedagogía “que intenta constituirse como ciencia en la medida en que trata de captar o aprehender el fenómeno complejo de la educación”. (p.80)

97

Lo transversal de la disciplina matemática en el hecho pedagógico se relaciona con la interdisciplinariedad que exige la interacción con otras áreas del saber, de esta manera, se entiende que:

La educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos. (MEN, 2006, p.46)

Finalmente, esta ausencia de elementos pedagógicos para el fomento de competencias matemáticas evidenciados en la Institución Educativa, exige que se ajuste el currículo, especialmente adaptándolo al contexto de los estudiantes, solo así se podrá

pensar en formar estudiantes competentes, capaces de resolver sus problemas escolares y los de su realidad local. Es un reto para los docentes del área de matemáticas de la básica primaria de la Institución trascender hacia un aprendizaje comprensivo y formativo hacia la apropiación de competencias. Pero no solo desde la lógica conductual, sino desde una visión revolucionaria que lleve a la transformación de la sociedad actual.

Comprensión de la categoría didáctica desde las prácticas pedagógicas de los docentes

98

Para la comprensión de esta categoría (ver figura 3), se utilizaron las categorías axiales y deductivas encontradas desde la apuesta nacional para la formación por competencias en el área de matemáticas, en las que se destacan elementos tales como: la innovación en los procesos de enseñanza, el aprendizaje basado en problemas como estrategia didáctica, la evaluación formativa y los elementos de interdisciplinariedad de la enseñanza de las matemáticas.

La didáctica no es la manera como el docente es recursivo para desarrollar al acto de enseñanza, va mucho más allá y tiene que ver con el acumulado epistemológico del pedagogo como profesional de esa disciplina. El hecho didáctico que estructura los procesos de enseñanza y aprendizaje a partir de fundamentos teórico-científicos, es lo que permite generar las estrategias asertivas para el fomento de competencias en los estudiantes. Según el Banco Mundial (2008), “para el logro de una escuela eficaz, se requiere de una calidad de los maestros y unas prácticas didácticas apropiadas” (pp.37-38), que reconozcan los contextos en los que se desarrolla el aprendizaje y la capacidad de aprendizaje de los sujetos involucrados en el acto pedagógico.

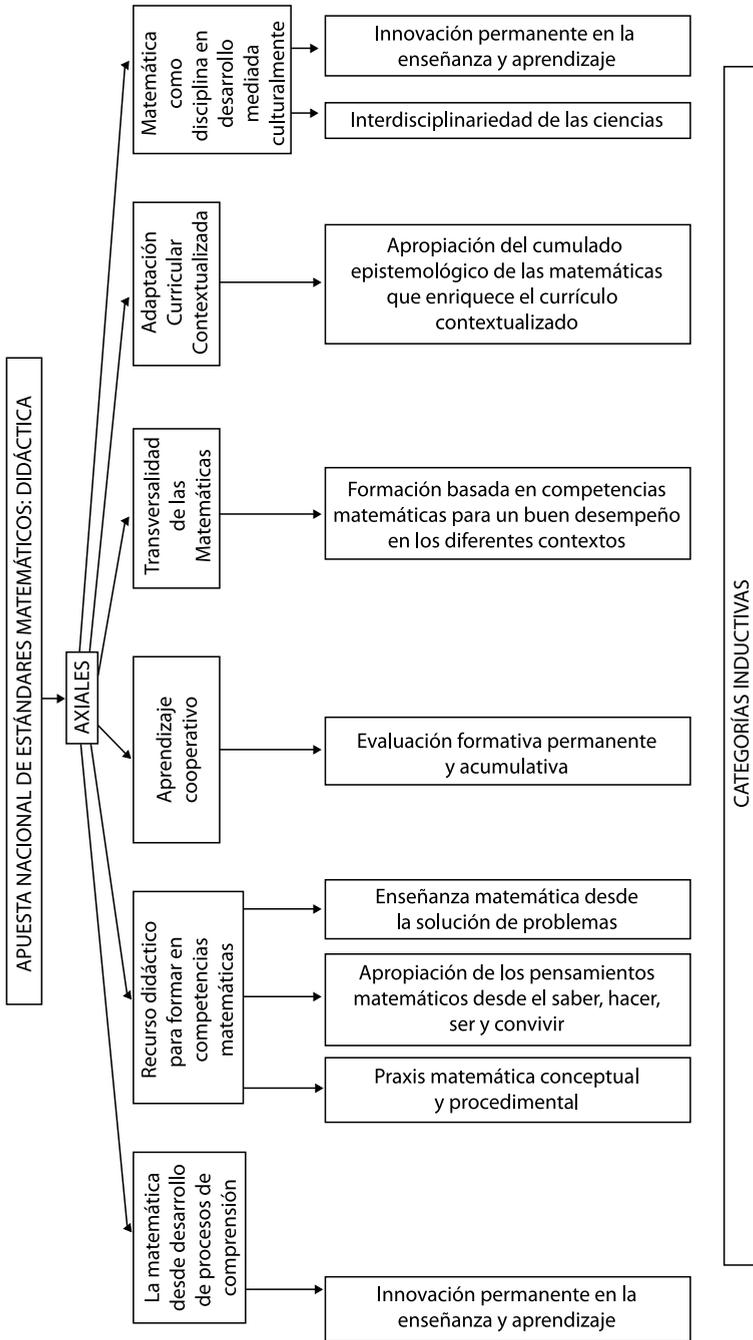


Figura 3
Red semántica de la categoría de didáctica
Fuente: Elaboración propia

Los hallazgos permitieron evidenciar una ausencia en la utilización de recursos didácticos para el fomento de competencias matemáticas en la Institución; además, las estrategias de aula no parten de aspectos básicos de las prácticas pedagógicas para fomentar competencias, como el trabajo cooperativo, la transversalidad de las matemáticas. Estas situaciones didácticas, contrarias a los lineamientos curriculares nacionales, no le permiten al estudiante ser competente y poder llegar a lo que afirma el MEN (2006):

Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas. (p.51)

100

Todo el proceso formativo se logra evidenciar a partir de la evaluación, la cual debe mostrar para qué competencia está formado el estudiante; en el caso de la Institución Educativa donde se realizó la investigación, el proceso de evaluación se aleja enormemente de lo formativo continuo y permanente, que es lo que se propone: “la evaluación formativa ha de poner énfasis en la valoración permanente de las distintas actuaciones de los estu-

diantes cuando interpretan y tratan situaciones matemáticas y a partir de ellas formulan y solucionan problemas” (JEMA-98). Esto permite afirmar de manera reiterativa que la formación por competencias matemáticas no se promueve en la básica primaria de la Institución, puesto que la evaluación es de carácter únicamente sumativo y no de carácter formativo.

Además, los docentes constantemente están ponderando la memorización de los temas en los estudiantes, pero no hay una planeación-acción que permita obtener evidencias del proceso de aprendizaje. Se confirma que en todo el proceso investigativo se da el distanciamiento de la apuesta nacional de una formación por competencias y la apuesta institucional donde se privilegia una formación tradicional y memorística. Esto toda vez que el hecho didáctico no encuentra un fundamento epistemológico y pedagógico en los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional, y las prácticas pedagógicas van en contra de dichos estándares básicos de competencias matemáticas. Las implicaciones para la Institución Educativa y los docentes del área de matemáticas, es que, al no estar asumiendo una formación basada en competencias, se alejan de la realidad educativa que pretende personas formadas en el ser, saber, hacer y convivir.

101

CONCLUSIONES

Desde la categoría de epistemología, se precisa que no hay coherencia en lo planteado por los estándares básicos de competencias matemáticas y el currículo de la Institución. En las prácticas pedagógicas, no se evidenció una claridad de los fundamentos epistemológicos de la matemática, pues la concepción de la ciencia matemática se visionó únicamente desde la naturaleza axiomática y no desde las demás dimensiones que buscan de

manera holística, comprensiones del saber epistemológico por parte de los profesores en la formación de estudiantes matemáticamente competentes.

En cuanto a la categoría Pedagógica tampoco se evidenció un abordaje holístico desde la función social de la matemática, que propenda por abordajes de saberes matemáticos para el impacto de los procesos socio-políticos y culturales en la formación integral de los estudiantes y la comprensión de los pensamientos matemáticos; esto implica que los niños y niñas formados en esta área no están recibiendo los elementos mínimos que exige una formación basada en competencias, ya que desde la planeación curricular no se encuentran los elementos que direcciona el currículo nacional.

102

En cuanto a la categoría de didáctica se concluye que la apuesta nacional, a través del currículo por competencias, precisa en aspectos sin los cuales no es posible este tipo de formación, entre ellos se destaca: la interdisciplinariedad, el acceso a la tecnología, la evaluación formativa y permanente. Estos elementos enriquecidos con una epistemología y pedagogía de aprendizajes transversales e integrales, es lo que da como resultado una formación basada en competencias. Pero lo que se constató en la Institución Educativa es que en el proceso de planeación curricular, no confluyen estos elementos didácticos; antes bien, hay una marcada tendencia hacia la formación de un currículo temático, el cual dificulta la formación de estudiantes matemáticamente competentes.

La formación de las matemáticas se da desde una visión axiomática y tradicional, siendo contraria a la propuesta de una formación basada en competencias, por la que propenden los estándares

res. Las prácticas pedagógicas de los docentes no están encaminadas a fomentar competencias, sino que realizan un proceso tradicional y temático de los saberes matemáticos, tal como lo afirman Gelvez y Salazar (2018, p.195) "promover el desarrollo de esta competencia debe ir más allá de una matemática formal que es usual en contextos académicos", es decir, de una enseñanza de las matemáticas contextualizada.

La Institución Educativa genera un proceso pedagógico que asigna el énfasis en la instrucción tradicional y axiomática de las matemáticas, donde se privilegia el desarrollo de temas propios del área, pero de manera descontextualizada y aislando el conocimiento de las demás áreas, evitando la transversalidad e interdisciplinariedad, procesos fundamentales en el desarrollo de competencias matemáticas.

Los estándares básicos de matemáticas propenden por la innovación permanente para el desarrollo de las competencias matemáticas, privilegiando además, el trabajo en equipo, la interdisciplinariedad, los pre-saberes y una evaluación formativa y permanente; sin embargo, las prácticas pedagógicas de los maestros no mostraron elementos que promovieran las competencias en matemáticas.

103

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Banco Mundial (2008). *La calidad de la educación en Colombia: un análisis y algunas opciones para un programa de política*. Bogotá: Misión Residente en Colombia.
- Baquero, P. (2004). *La investigación en el aula: una estrategia para la transformación de las prácticas docentes*. Bogotá, Colombia: La Salle.
- Barbero, M. (1996). De la ciudad mediada a la ciudad virtual. *Telos*, 44, 1-7.

- Bedoya, J. (2002). *Epistemología y pedagogía: ensayo histórico crítico sobre el objeto y el método de la pedagogía*. Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Borko, H. (1997). New Forms of Classroom Assessment: Implications for Staff Development. *Theory into Practice*, 36, 231-238.
- Conferencia Mundial Dakar (2000). *Declaración Mundial sobre Educación para Todos. Satisfacción de las Necesidades Básicas de Aprendizaje*. Disponible en: http://www.unesco.org/education/pdf/JOMTIE_S.PDF
- FEDESARROLLO (2014). *La Educación Básica y Media en Colombia: Retos en Equidad y Calidad*. Bogotá: Informe Final.
- Gelvez, E. y Salazar, J. (2018). Estrategia de formación en razonamiento cuantitativo: un estudio de caso en el programa de derecho. Ed J.D. Hernández Albarracín. y M. L. Peñaranda Gómez. (Ed). *Pedagogías contemporáneas: miradas divergentes al mundo escolar* (pp.193-215). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.
- 104 Hernández Albarracín, J.D., y Salazar-Torres, J. P. (2017). Epistemología de la investigación: perspectivas abiertas para un relato estético de las ciencias. En J.D. Hernández Albarracín, J. J. Garavito Patiño, R. A. Torrado Vargas, J. P. Salazar Torres, y J. F. Espinosa Castro. (Ed.), *Encrucijadas pedagógicas: resignificación, emergencias y praxis educativa* (pp. 125-150). Maracaibo, Venezuela: Ediciones Universidad del Zulia.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, ICFES (2007). *Fundamentación Conceptual de Ciencias Sociales*. Disponible en: http://www.paidagogos.co/pdf/marcoteorico_sociales.pdf
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, ICFES (2013). *Colombia en PISA 2012 Informe Nacional de Resultados Resumen ejecutivo*. ISBN de la versión electrónica: 978-958-11-0627-1. Bogotá.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, ICFES (2016). Reporte histórico de comparación entre los años 2012 - 2013 - 2014 - 2015, Institución Educativa Centro Educa-

- tivo Rural San José de Castro. Arboledas, Norte de Santander, Colombia.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, ICFES (2007). *Fundamentación Conceptual Área de Ciencias*. Bogotá D.C.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, ICFES (2012). *Programa de Investigaciones. Colombia en PISA. Informe Nacional de Resultados*. Bogotá. D.C.
- Labaree, D. (1992). Power, Knowledge, and the Rationalization of Teaching: A Genealogy of the Movement to Professionalize Teaching. *Harvard Educational Review*, 62(2), 119-163.
- Ministerio de Educación Nacional, MEN (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanía. Disponible en: http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (2016). Reporte de la excelencia (ISCE). Disponible en: http://www.diac.mineduacion.gov.co/dia_e/documentos/2017/254051000821.pdf
- Moreno, M. y C. Azcárate (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(2), 265-280.
- Mosquera, C. (2008). *El cambio didáctico y la formación del profesorado de ciencias. Perspectivas actuales y futuras. Facultad de Ciencias y Educación*. Bogotá D.C.: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- OCDE (2009). Programa para la evaluación internacional de los alumnos (PISA). Disponible en: <http://www.lead4ever.com/docs/pisa/pisa2009.pdf>
- Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico, OCDE (2015). *Colombia políticas prioritarias para un desarrollo inclusivo*. Disponible en: <https://www.oecd.org/about/publishing/colombia-politicas-prioritarias-para-un-desarrollo-inclusivo.pdf>
- Pajares, M. (1992). Teacher's beliefs and educational research:

cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 6(3), 307-332.

Palella, S. y Martins, F. (2017). Metodología de la investigación cuantitativa. (4ta edición). Caracas: Fedupel.

Proyecto Educativo Institucional, PEI (2015). *Institución Educativa de Arboledas*. Colombia.

Strauss, A. y Corbin, J. (1990). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada* (2a. Ed.). Bogotá: CONTUS-Editorial.

UNESCO (1990). Declaración mundial sobre educación para todo. Disponible en: http://www.unesco.org/educacion/pdf/jomtie_s.pdf.

UNESCO (2015). *Declaración de Incheon y Marco de Acción ODS 4 – Educación 2030*. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002456/245656s.pdf>

Zambrano, A. (2000). *La mirada del sujeto educable. La pedagogía y la cuestión del otro*. Bogotá: Ediciones Nueva Biblioteca Pedagógica.

106

Zuluaga, O. (1984). *El maestro y el saber pedagógico en Colombia*. Medellín: Universidad de Antioquia.

Zuluaga, O. (1999). *Pedagogía e Historia*. Bogotá: Siglo del hombre editores, Anthropos, editorial Universidad de Antioquia.

Zuluaga, O. (2007). *Ciencias de la educación*. Bogotá: Cienciágora. Universia Colombia SAS.

Cómo citar este capítulo:

Ortiz Leal, J. P., Buitrago Contreras, M. C., Salazar Torres, J. P. y Vergel Ortega, M. (2018). Hermeneusis de la práctica pedagógica y formación de estudiantes matemáticamente componentes. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, & J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.73-106). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

La práctica pedagógica en educación básica primaria frente a la formación por competencias en el área de matemáticas*

Marisol Quintana González¹, Lina María Urzola Muñoz²,
Yudith Liliana Contreras Santander³

107

* Capítulo de libro derivado del macroproyecto de investigación "Caracterización de las prácticas pedagógicas en torno a la formación por competencias en las instituciones educativas del departamento Norte de Santander y el municipio de San José de Cúcuta", liderado por la Maestría en Educación de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta.

- 1 Magíster en Educación. Licenciada en matemática e informática. Tutora MEN - Programa todos a aprender (PTA).
licmarisolquintana@gmail.com
- 2 Magíster en Educación. Licenciada en matemática y computación. Tutora MEN - Programa todos a aprender (PTA).
linamariaurzola@hotmail.com
- 3 Magíster en Educación. Especialista en Práctica Pedagógica Universitaria. Licenciada en matemáticas e informática. Profesora Investigadora del Departamento de Básicas, Sociales y Humanas de la Universidad Simón Bolívar sede Cúcuta en el área de formación para la investigación.
y.contreras@unisimonbolivar.edu.co

RESUMEN

El análisis de la práctica pedagógica es esencial en el escenario educativo, por ello el presente capítulo muestra los resultados del proyecto de investigación cuyo objetivo se centró en caracterizar las prácticas pedagógicas en el área de matemáticas en educación básica primaria de la Institución Educativa Presbítero Álvaro Suárez, del municipio Villa del Rosario, tomando como referentes teóricos en el campo de prácticas pedagógicas a Zuluaga (1999), Martínez (1990), Hernández (2012), Colorado (2012). En relación a las concepciones del docente se hace referencia a Porlán (1995), y finalmente desde la didáctica de la matemática se abordó a D'Amore (2011). El estudio se desarrolló bajo el paradigma histórico hermenéutico, desde el enfoque cualitativo integrado, con un diseño etnográfico y método micro-etnográfico, donde se privilegia la investigación en el aula, ya que ella permite rescatar las experiencias de los docentes en función de la práctica pedagógica, campo dentro del cual se rescata el saber reflexionado del maestro. La metodología utilizada hace énfasis al enfoque metodológico cualitativo, caracterizada por describir los aspectos y características que se presentan en la problemática de estudio, en este caso, la forma, manera y estrategias desarrolladas por los docentes para la implementación de las prácticas pedagógicas en el área de matemáticas.

Palabras clave: práctica pedagógica, competencia matemática, epistemología de la matemática, didáctica de la matemática.

THE PEDAGOGICAL PRACTICE IN PRIMARY BASIC EDUCATION IN FRONT OF THE TRAINING BY COMPETENCES IN THE AREA OF MATHEMATICS

ABSTRACT

The analysis of pedagogical practice is essential in the educational setting, therefore the present chapter shows the results of the research project whose objective was to characterize the pedagogical practices in the area of mathematics in primary basic education of the Presbytery Educational Institution Álvaro Suárez From Villa Del Rosario Municipality, taking as theoretical references in the field of pedagogical practices Zuluaga (1999), Martínez (1990), Hernández (2012), Colorado (2012), in relation to the con-

ceptions of the teacher, reference is made to Porlan (1995), and finally from the didactics of mathematics addressed D'Amore (2011). The study was developed under the Hermeneutical Historical paradigm, from the integrated qualitative approach, with an ethnographic design and microethnographic method, where the research is privileged in the classroom, since it allows to rescue the experiences of the teachers according to the pedagogical practice, field within which the reflected knowledge of the teacher is rescued. The methodology used emphasizes the qualitative methodological approach characterized by describing the aspects and characteristics that are presented in the study problem, in this case, the form, manner and strategies developed by the teachers for the implementation of pedagogical practices in the area of mathematics.

Keywords: pedagogical practice, mathematical competence, epistemology of mathematics, didactics of mathematics.

INTRODUCCIÓN

109

La educación juega un papel primordial en el desarrollo del ser humano y la sociedad, es por ello que los países tienen como reto el mejoramiento de la calidad educativa, convirtiéndose esta en una preocupación mundial; de esta manera, el marco de la declaración mundial sobre la "educación para todos" (EPT) llevada a cabo en Jomtien, Tailandia (marzo de 1990), reconoció el papel fundamental que juega la educación en el apalancamiento del desarrollo humano de un país. Los acuerdos allí alcanzados se dirigieron a proporcionar para el mundo una enseñanza primaria universal y para mejorar la calidad de la educación básica entre otros. La calidad era entonces imprescindible para lograr el objetivo fundamental de la equidad, frente a lo cual se insistió que no bastaría con simplemente aumentar la cobertura para que los individuos y sociedad lograsen conjuntamente un bienestar social acorde a sus necesidades.

Frente a esto, el Banco Mundial (2008), en su informe sobre la educación en Colombia, reconoce que, para el logro de una escuela eficaz, se requiere de una calidad de los maestros y unas prácticas didácticas apropiadas. Estos dos factores entre otros, tienen gran relevancia en los informes sobre los avances de los acuerdos de Dakar (2000) y en los informes Unesco del año 2005 y 2015.

110

En relación a la calidad del maestro, el informe de la UNESCO (2015) reconoce la urgencia de tomar medidas por parte de los gobiernos para mejorar la condición laboral de los maestros, como sueldo y estabilidad laboral. Además, insiste en que se requiere que fortalezcan los procesos de formación de maestros en todos los niveles, pues un maestro mejor formado puede contribuir de manera eficaz al mejoramiento de su actividad pedagógica y por ende a la calidad de la educación. Este aspecto relacionado con el maestro ya había sido abordado en el informe de la UNESCO del año 2005 y aparece como una de las recomendaciones de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) en su informe más reciente, en el que menciona la necesidad de “formar profesores y equipos directivos que puedan ofrecer una educación de calidad a todos los estudiantes mediante buenos programas de formación inicial y continuo desarrollo profesional” (OCDE, 2015, p.26).

la UNESCO (2005) menciona el aspecto relacionado con las prácticas didácticas apropiadas. Además, diferentes estudios muestran la relevancia que estos tienen en un proceso formativo; por ejemplo, Colclough (2004, p.171), menciona “que lo que sucede en el aula y la influencia del profesor son la variable crucial para mejorar los resultados escolares. El método utilizado por el docente es de suma importancia en cualquier reforma destinada a mejorar la calidad”.

Luego, es claro que se requiere una sociedad educada, con ciudadanos que posean competencias que le permitan vivir entre sus iguales y participen activamente en la construcción de una democracia real para sus estados y ayuden en el logro de un desarrollo sostenible para todos. Según la OCDE, en su informe del 2015, "Colombia, políticas prioritarias para un desarrollo inclusivo", reconoce que "mejorar la calidad de la educación y asegurar que todos los estudiantes, especialmente, los más desfavorecidos, consigan unos niveles mínimos de conocimientos, será clave para el desarrollo económico y social de Colombia en el largo plazo" (p.23). Por lo tanto, Colombia debe priorizar los esfuerzos que realiza para mejorar la calidad de la educación basada en vínculos más sólidos con el mercado laboral.

De acuerdo con lo anterior, en el marco de la apuesta por la calidad de la educación, y específicamente bajo la necesidad de una formación por competencias para una vida activa, se debe reconocer el estado en que se encuentran las prácticas pedagógicas de los maestros, por lo tanto, se requiere de un análisis profundo de los aspectos epistemológicos, pedagógicos y didácticos implicados en la experiencia formativa de su área de conocimiento.

111

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Bajo la postura de Zuluaga (1999), el campo de las prácticas pedagógicas es entendido como un espacio que " nombra los procesos de institucionalización del saber pedagógico, es decir, su funcionamiento en las instituciones educativas. Pero también comprende las formas de enunciación y de circulación de los saberes enseñados en tales instituciones" (p.46). Por ello, el análisis y reflexión de la práctica pedagógica permite orientar un proceso formativo de calidad que facilite el logro de los objetivos planteados por el sistema educativo.

Así mismo, Martínez (1990) afirma que es necesario comprender la práctica pedagógica más que como una teoría en sí. Es decir, como un objeto conceptual y también como una noción estratégica en tanto práctica de saber que articula tres elementos metodológicos fundamentales: una institución, la escuela; un sujeto soporte de esa práctica, el maestro, y un saber, el pedagógico, elementos estos que establecen una relación compleja que no es estática ni estable sino, muy por el contrario, dinámica y cambiante.

112

Desde el análisis de la práctica pedagógica orientada a mejorar la calidad educativa desde diferentes ámbitos, es necesario analizar las concepciones de los maestros, por lo tanto, según Porlán (1995) se debe tener presente que “la observación ayuda a descubrir la manera como actúa el docente y las posibles relaciones causa-efecto con el rendimiento académico de los estudiantes” (p.37). Luego, a partir del modelo proceso-producto, se pueden formular técnicas de enseñanza que el maestro puede reflexionar, aplicar y reconstruir permanentemente desde una constante actualización de su saber.

De igual forma, Porlán (1991) menciona que “el pensamiento del profesor se debe organizar en función a esquemas de conocimiento, que incluyen las creencias y teorías personales, así como las estrategias y procedimientos para la correcta planificación, intervención y evaluación de los resultados obtenidos en el aula”. (p.89). En este sentido, la experiencia profesional del docente juega un papel importante en la planificación de sus clases.

De igual forma, desde el análisis de la práctica pedagógica del maestro, es necesario reconocer la importancia de la didáctica, que según D’Amore (2011) se entiende como “la parte de las cien-

cias de la educación que tiene como objetivo el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje en su globalidad independientemente de la disciplina en objeto, pero teniendo en cuenta la relación institucional” (p.40). Para este autor es una disciplina que a su vez se encarga de estudiar el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, debe poseer el compromiso del docente por desarrollar un proceso de enseñanza que se enmarque en acciones que permitan incentivar al estudiante hacia la adopción de aprendizajes significativos; es así como desde las diversas connotaciones etimológicas de la didáctica, es pertinente asumirla como aquel elemento que dinamiza la enseñanza para la comprensión del fenómeno y su posterior inserción en la realidad, con el fin de formar estudiantes íntegros, con pensamientos críticos, reflexivos, donde el contexto sea el escenario para una constante generación de saberes.

Con relación a lo anterior, la didáctica permite la interacción entre los estudiantes y los docentes e incentiva a los estudiantes a estar en constante participación y ver el acto pedagógico de una manera más libre, donde fluye el conocimiento, pues es un juego de saberes que se entrecruzan dejando los procesos de enseñanza y aprendizaje de una manera específica y clara. Asimismo, D’Amore (2011) define la No-didáctica, entendida como la controversia pedagógica no específica de un saber, donde no hay una relación establecida entre el maestro y el estudiante frente al saber en juego.

113

METODOLOGÍA

Este estudio se asume bajo el paradigma interpretativo o hermenéutico de la investigación, pues el interés central fue comprender, interpretar y analizar las prácticas pedagógicas de los

docentes del área de Matemáticas, luego este paradigma es entendido desde Martínez (2007) como:

aquel que le permite al investigador de manera consciente o inconsciente, por su propia naturaleza, interpretativa, observar algo y buscarle significado. Por lo tanto, este paradigma requiere del uso de procedimientos donde la información recopilada necesite una continua hermenéutica, como es el caso de la dinámica que se lleva a cabo en un aula de clase durante la enseñanza-aprendizaje. (p.310)

114

Desde esta postura se permitió una comprensión del fenómeno, pues analizar al docente en su contexto y las relaciones que se establecen en el desarrollo de su práctica debe darse desde una perspectiva interpretativa. Esto lleva al abordaje del problema desde el enfoque cualitativo, pues desde Martínez (2007) “la investigación cualitativa trata de definir la naturaleza profunda de la realidad, así como la estructura dinámica, que le da razón de su comportamiento y las manifestaciones de la realidad” (p.87). Esto permite realizar la caracterización de las prácticas pedagógicas, desde los estándares nacionales e institucionales, diarios de campo y entrevistas a los docentes, con la finalidad de lograr comprender el impacto de las prácticas pedagógicas en la realidad, y desarrollada bajo el diseño etnográfico.

Además, según Martínez (2007), “la etnografía es la descripción del estilo de vida de un grupo de personas que habitualmente viven juntas” (p.54). Por tanto, el estudio se desarrolló desde las convicciones, roles, valores y normas del ambiente que constituye un aula de clase, donde se observan hechos generales que pueden explicar la conducta individual y de grupo en forma estructurada.

Con relación al diseño etnográfico, se desarrolló el método micro-etnográfico, puesto que este permite estudiar los procesos y fe-

nómenos culturales que ocurren al interior de las escuelas y que se relacionan con las prácticas cotidianas de los docentes; en este orden, el estudio se llevó a cabo en tres momentos:

Primero, se estableció la relación entre el proceso formativo nacional por competencias y la apuesta formativa institucional en el área de matemáticas. Dicha relación se realizó mediante la técnica de análisis de contenido aplicado en documentos nacionales a los estándares básicos de competencia y en los documentos institucionales al PEI, plan de área, plan de asignatura y plan de aula. Dicho análisis de contenido fue registrado en la matriz de análisis documental.

Segundo, se determinó la forma en que hacen presencia los saberes disciplinares, didácticos y pedagógicos en la práctica de los maestros del área de matemáticas en la Institución Educativa. Para ello, se realizó una observación directa en el aula, donde por medio del instrumento diario de campo se realizaron los registros de cada situación presentada. Para el proceso de seguimiento se realizó el correspondiente mapeo y fichas de observación, donde se tomaron en cuenta aspectos relevantes relacionados con las categorías deductivas del estudio en relación a “epistemología”, “pedagogía” y “didáctica”.

Tercero, se establecieron las concepciones disciplinares, didácticas y pedagógicas de los maestros del área de matemáticas frente al proceso formativo por competencias. Para este momento se aplicó una entrevista en profundidad, con un guion de preguntas orientadas desde las categorías principales del estudio; de esta manera se registraron los testimonios de cada docente, para lograr su comprensión.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

En el mismo orden de ideas, es necesario conocer los hallazgos que se obtuvieron sobre el análisis de los estándares básicos de competencia en el área de matemáticas y la relación que se presenta con la Institución Educativa Presbítero Álvaro Suárez del municipio de Villa del Rosario. A continuación se presenta la interpretación de los resultados en cada uno de los tres momentos.

Desde la perspectiva de los estándares básicos (2006) de competencias se tiene que:

La matemática, desde el desarrollo de los procesos de comprensión determina las dimensiones de la comprensión, incluye no sólo la más usual de los contenidos y sus redes conceptuales, sino que se proponen los aspectos relacionados con los métodos y técnicas, con las formas de expresar y comunicar lo comprendido y con la praxis cotidiana, profesional o científico-técnica en que se despliegue dicha comprensión. (p.49)

116

Esto da sentido a la categoría axial con mayor recurrencia en la importancia de las matemáticas desde el punto de vista del alcance de las competencias, en las cuales se pueden dar por ambientes de aprendizaje proporcionados desde las situaciones de problemas significativos y comprensivos dado desde el aprendizaje significativo. Esta categoría tiene una fuerte presencia dentro del análisis documental de los estándares básicos de competencias, evidenciándose 29 unidades de análisis en la matriz documental.

Por otro lado, la categoría axial “matemáticamente competente” entendida desde los estándares como uno de los fines de la educación matemática en la que se requiere que los docentes, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas,

reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas. Así mismo, ser matemáticamente competente requiere de conocimientos del saber qué y por qué, dando uso a las diferentes técnicas y estrategias donde se denote la apropiación de los conceptos, y también el desempeño dentro del contexto en cuanto al saber hacer y el cómo hacerlo de una determinada situación que se presente. De esta manera, vale la pena resaltar que dicha categoría refleja un papel de gran importancia, pues se evidencian 25 recurrencias en la matriz documental.

Además, debe aclararse el concepto de competencia, que de acuerdo a los estándares básicos se entienden desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN 2006) como “un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio-afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (p.49). Esto lleva a pensar que uno de los fines de las competencias es proporcionar un aprendizaje significativo y comprensivo, por tanto, la enseñanza debe estar centrada en el nivel de desarrollo de cada competencia e integrada en forma relativa a los contextos institucionales donde se brinden espacios de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativas y comprensivas.

117

Abordando otra de las categorías axiales, evidente en los estándares, se encuentra “visión de la matemática desde la naturaleza axiomática”. Luego, es necesario entender que en los inicios de la disciplina se veía la matemática como un conjunto de verdades absolutas, y los procesos de enseñanza estaban centrados en ejercitar, reconocer contenidos matemáticos, definiciones, propiedades de objetos matemáticos, axiomas, teoremas y pro-

cedimientos algorítmicos, pero actualmente las matemáticas tienen otra mirada desde los estándares; estas están dadas en un aprendizaje significativo y en la interacción de la transversalidad de todas las áreas del saber, donde se busca formar en competencias para el buen desempeño dentro de un contexto determinado, partiendo de la resolución de problemas como eje central e importante en el logro de los propósitos de aprendizaje de los estudiantes.

118

Además, la educación matemática busca contribuir a la sociedad en la formación activa de todo ciudadano para que se desenvuelva de forma crítica en su vida social y en la toma de decisiones, contribuyendo en los valores democráticos donde se reconozca los distintos tipos de pensamiento lógico y matemático, incentivando a la participación en la preparación, discusión y acciones que contribuyan a la transformación de la sociedad. Esto se ve reflejado desde el análisis documental en la categoría axial “Matemática como disciplina en desarrollo mediada culturalmente” desde las unidades de análisis. Vale la pena aclarar que lo descrito en las unidades de análisis pretende incidir en la vida social, cultural y política de los ciudadanos, así como también, busca centrar los procesos de enseñanza en el desarrollo de competencias matemáticas, científicas, tecnológicas, lingüísticas y ciudadanas.

De acuerdo al Ministerio de Educación Nacional (2006), en los estándares básicos de competencias la transversalidad de las matemáticas juega un papel muy importante, donde se entiende que:

El pensamiento lógico no es único de las matemáticas sino que se puede desarrollar en cualquiera de las áreas curriculares; este pensamiento al igual el pensamiento numérico, espacial, métrico, varia-

cional y aleatorio deben ser integrados a la hora de procesos de enseñanza y no manejarlos de manera aislada. (p.52)

Comprensión de la categoría Epistemología desde los documentos institucionales

Teniendo en cuenta que uno de los propósitos de la investigación consiste en determinar la relación de la apuesta formativa institucional con la apuesta formativa nacional, se toman en cuenta las recurrencias de categorías axiales establecidas desde los estándares y las evidenciadas en los documentos institucionales (PEI, Plan de Area, Plan de Asignatura y Plan de Clase) frente a la categoría general Epistemología.

En términos generales se observa coherencia entre los estándares y los documentos institucionales frente a la categoría general Epistemología desde las siguientes categorías axiales: matemáticamente competente, visión de la matemática desde la naturaleza axiomática, matemática como disciplina en desarrollo mediada culturalmente, y la matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión.

El plan de aula no presenta relación con ninguna categoría axial identificada en los estándares básicos de competencias, mostrando de esta manera desarticulación entre la apuesta formativa y el quehacer del docente en el aula. Por el contrario, se observa relación desde la categoría axial “matemáticamente competente”, la cual se evidencia dentro del plan de asignatura y plan de área desde las siguientes unidades de análisis.

Además, se puede apreciar que el plan de área presenta mayor relación o aproximación a la apuesta formativa nacional con los

estándares ya que se establecen mayor número de recurrencias desde las categorías axiales en comparación con los demás documentos institucionales, mostrando desde la categoría axial “matemáticamente competente” 13 recurrencias, y desde la categoría axial “visión de la matemática desde la naturaleza axiomática” una recurrencia al igual que la axial “la matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión”.

120

En el documento PEI de la Institución se aprecia que desde la categoría general de epistemología se establece relación con la categoría axial “matemática como disciplina en desarrollo mediada culturalmente”, donde se establece una recurrencia de dos contempladas en las unidades de análisis. Vale la pena resaltar que la categoría axial “ser matemáticamente competente” evidenciada en el plan de área, es la que presenta mayor recurrencia; luego, ser matemáticamente competente se fundamenta en la comprensión de los conceptos y de los procesos, así como en la formulación y solución de problemas para apoyar y motivar los algoritmos fundamentales del cálculo. Esto permite que se desarrollen habilidades de precisión, cálculo y verificación con la ayuda de la calculadora y del computador.

Así mismo, el plan de asignatura presenta relación con los referentes nacionales desde la categoría axial “matemáticamente competente”, la cual se representa en las unidades de análisis. De esta manera, se evidencia en el plan de asignatura el estándar y competencia a trabajar, buscando desarrollar una competencia en reconocimiento y apropiación de los significados del número en diferentes contextos en cuanto la medición, conteo, comparación, localización, donde se permita describir, comparar y cuantificar situaciones con diversas representaciones de los números en diferentes contextos.

Por otra parte, la categoría axial “visión de la matemática desde la naturaleza axiomática” solo se ve reflejada en el plan de área en una ocasión, donde se da una mirada a las raíces históricas en la enseñanza de la geometría euclidiana y en la concepción de la matemática como logro cognitivo, caracterizado por ser un sistema deductivo cerrado y fuertemente organizado.

Finalmente, se observa en el documento del Proyecto Educativo Institucional (PEI) de la Institución que se establece una relación con la categoría axial “matemática como disciplina en desarrollo mediada culturalmente”, donde se evidencian dos recurrencias en las unidades de análisis. Frente a las categorías axiales identificadas en los estándares básicos, es necesario mencionar que algunas se hacen evidentes en los documentos institucionales, pero además de ello se encuentran categorías axiales emergentes desde los documentos institucionales frente a la categoría “epistemología” en relación con el PEI, Plan de Área, Plan de Asignatura y el Plan de Clase.

121

Comprensión de la categoría Pedagogía desde los documentos institucionales

Con el fin de establecer la relación entre la apuesta formativa nacional y la apuesta institucional reflejada en los documentos institucionales (PEI, Plan de Área, Plan de Asignatura y Plan de Clase), se realizó una confrontación desde lo establecido en el Ministerio de Educación Nacional (2006), en los estándares básicos de competencia, donde se establece que:

En el marco de cada proyecto educativo institucional, los equipos docentes de las instituciones educativas definen objetivos y metas comunes y para cada área específica los contenidos temáticos, la información factual, los procesos y otros requisitos que sean indispen-

sables para desarrollar la competencia respectiva, teniendo en consideración, obviamente, lo establecido para cada grupo de grados. (p.14)

Se puede observar que existe coherencia entre los estándares y los documentos institucionales frente a la categoría general de “pedagogía” desde las siguientes categorías axiales: Matemáticamente competente, visión de la matemática desde la naturaleza axiomática, la matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión, adaptación curricular contextualizada, transversalidad de las matemáticas, aprendizaje cooperativo.

122

Se observa que en el Plan de Asignatura y en el Plan de Aula no existe ninguna relación con las categorías axiales establecidas en los estándares básicos de competencia, lo cual denota una brecha entre la apuesta formativa y el oficio del docente en el aula de clase; de la misma manera, no se observa vínculo alguno con las categorías axiales entre el PEI y el plan de área, lo que lleva a pensar en la necesidad de realizar una resignificación en los documentos institucionales que permitan ampliar la coherencia con la apuesta formativa nacional.

Además, puede apreciarse que el plan de área presenta gran relación o aproximación a la apuesta formativa nacional vista desde los estándares, pues se evidencia mayor número de recurrencias en comparación a los demás documentos institucionales. De esta manera, desde el proceso de confrontación se establece relación con las categorías axiales: “visión de la matemática desde la naturaleza axiomática” con ocho recurrencias, seguida de la axial “la matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión” con tres recurrencias, “matemáticamente competente” con dos recurrencias y la categoría axial “adaptación curricular contextualizada” con una recurrencia.

Se puede apreciar en el documento institucional PEI que desde la categoría general "pedagogía" se establece relación con la categoría axial "transversalidad de las matemáticas" con una recurrencia, al igual que "aprendizaje cooperativo", lo que es posible evidenciar desde las unidades de análisis. Desde el plan de área de la institución se refleja la categoría axial de mayor recurrencia "visión de la matemática desde la naturaleza axiomática", donde son evidentes los cinco tipos de pensamientos matemáticos junto con tres de los procesos generales que se contemplan en los lineamientos curriculares de matemáticas, que son: la formulación, tratamiento y resolución de problemas, el razonamiento y la comunicación soportados en las unidades de análisis.

De igual manera, la categoría axial "matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión", dada desde el plan de área, se evidencia en una unidad de análisis la importancia de las matemáticas en el campo de la ciencia por su contribución al desarrollo del pensamiento humano, logrando en los niños y jóvenes estructuras mentales que les permitan realizar cálculos en forma rápida y precisa, deducir generalizaciones y solucionar problemas de su vida cotidiana. Ahora bien, dentro de las categorías axiales identificadas en los estándares básicos de competencias, es evidente que algunas hacen presencia en los documentos institucionales, pero también se hallaron categorías emergentes desde los documentos institucionales frente a la categoría general "pedagogía" en relación con el PEI y Plan de Área.

123

Con respecto a la categoría general "didáctica" se tuvieron en cuenta las subcategorías base "aprendizaje", "métodos de enseñanza", "recursos" y "evaluación", donde se identificaron y analizaron siete categorías axiales a partir de la integración de categorías inductivas propias del documento de los estándares

básicos de competencias, las cuales fueron: “enseñanza desde situaciones (Brousseau 1986)”, “matemáticamente competente”, “la matemática desde el desarrollo de procesos de comprensión”, “adaptación curricular contextualizada”, “aprendizaje cooperativo”, “evaluación formativa” y “recursos didácticos”.

Para dar mayor claridad a la categoría “didáctica” y su importancia en la presente investigación, se retoma el postulado de Barriga (2010), quien propone que:

La didáctica de la matemática o educación matemática es una disciplina científica cuyo objeto de estudio es la relación entre los saberes, la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos propios de la matemática. Si partimos de una concepción de la didáctica de la matemática como ciencia autónoma, en la concepción matemática o fundamental, la didáctica se presenta como una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos. (p.45)

124

En lo que atañe a la relación entre los estándares y los documentos institucionales desde la categoría general de la didáctica se evidencia cierta correspondencia desde las siguientes categorías axiales: matemáticamente competente, aprendizaje cooperativo, recursos didácticos y evaluación formativa.

Se puede apreciar que el documento institucional PEI presenta mayor relación o aproximación a la puesta formativa nacional, pues se evidencia mayor número de recurrencias en comparación con los demás documentos institucionales, donde se acerca desde la categoría axial “evaluación formativa” con una recurrencia de cuatro al igual que “recursos didácticos”, seguido de la axial “aprendizaje cooperativo” con una recurrencia. Al igual se observa que en el Plan de Área se presenta mayor relación a la apuesta formativa con los estándares, ya que contiene varias recurrencias

que los demás documentos institucionales, entre ellos, la categoría axial "matemáticamente competente" con cuatro recurrencias, seguida de la axial "evaluación formativa" con una recurrencia al igual que la axial "recursos didácticos", lo cual se evidencia en el soporte de unidades de análisis.

Análisis de los diarios de campo desde la categoría Pedagogía

Se puede deducir que se destacó una categoría axial entre las cuales se encuentra la Matemática como disciplina en desarrollo mediada culturalmente y dos axiales emergentes como educación tradicional y dificultad del control de la disciplina. La categoría axial emergente con mayor número de recurrencia de los diarios de campo de los cuatro docentes observados dentro de la categoría deductiva de pedagogía fue "educación tradicional", con 19 recurrencias. Cabe resaltar que las categorías inductivas identificadas en la observación de clases fueron transcripción en el cuaderno, clase dirigida, actividad de repetición, utilización del tablero borrador para evaluar, actividades de repetición, postura pasiva frente el aprendizaje, el docente transmite el conocimiento y régimen de disciplina, se agrupan dentro de la categoría axial emergente de "educación tradicional", ya que hace parte de sus características. Se evidencia que la categoría inductiva "transcripción en el cuaderno" se destaca con mayor número de recurrencias evidenciado en las unidades de análisis.

125

El modelo tradicional se encuentra enfocado en el docente como centro del proceso de enseñanza y poseedor del conocimiento girando todo en torno a los conceptos con base a un programa, dejando de lado los intereses de los estudiantes, como se puede evidenciar en un momento de aula, cuando la docente "indica

que en silencio y cada uno en su puesto tienen que desarrollar en el cuaderno todos los ejercicios propuestos en el libro de las páginas ya asignadas". La postura del docente en este apartado de unidad de análisis demuestra una clase dirigida donde no se muestra la interacción de los diferentes saberes del estudiante, siendo este actuar propio del modelo tradicional.

En consecuencia, se tiene también que otra de las docentes en el aula "comienza a realizar las correcciones en el tablero, hace la explicación de uno de los ejercicios y les dice a los niños que lo vayan escribiendo en su cuaderno". Desde esta mirada se observa que el docente transmite sus conocimientos, y el estudiante es el receptor, luego se evidencia el manejo de la educación tradicional al momento de impartir sus clases.

126

Se tiene que el modelo tradicional fue dado desde el siglo XVII, y en la apuesta formativa nacional del presente siglo se tiene otra visión en las prácticas pedagógicas dadas desde el aprendizaje significativo y el desarrollo de las competencias en los estudiantes partiendo desde la interacción y participación activa. Dentro de los hallazgos de la investigación en el momento dos de observación de clase se evidencia con mayor inclinación de los docentes en la participación de un modelo tradicional aún siendo este un modelo muy antiguo.

Como categoría axial que se hace presente en la categoría deductiva de "pedagogía", es la matemática como disciplina en desarrollo mediada culturalmente evidenciada desde cinco recurrencias. Se destaca de esta categoría axial la importancia al conocimiento matemático informal en el aprendizaje de las matemáticas donde no solo está dada con los aspectos cognitivos, sino que también existe la relación afectiva y social, dependiendo al contexto cul-

tural y formas de aprendizaje de los estudiantes, donde las matemáticas hacen aportes a la finalidad cultural necesaria para todos en cuanto el desarrollo de los desempeños de forma activa, crítica y social.

En las observaciones de clase se tiene que los docentes buscan contribuir a la formación de valores, pues se encontró al interior del aula que se genera un poco de indisciplina de algunos estudiantes que no llevaron sus herramientas de trabajo, como: lápiz, borrador, colores y algunos que miraban lo que el otro compañero hacía. Frente a esto, el docente con un tono de voz alta llama la atención y les dice: “cada estudiante tiene la responsabilidad de traer sus útiles, para no incomodar, interrumpir el trabajo del otro niño, y los que tengan duda de lo que está realizando acérquense y pregunten, por favor que no vuelva a pasar”.

Esto conlleva a dar una mirada positiva frente al desarrollo de la formación de valores democráticos y de las finalidades de la educación en cuanto la formación de las responsabilidades y deberes que se tienen que dar frente a los compromisos adquiridos.

127

Por otro lado se tiene la categoría axial emergente “dificultad del control de la disciplina” presente con una recurrencia, y hace referencia a las dificultades que se obtienen en el aula de clase por cuestiones de indisciplina lo que impide el seguimiento de las actividades y desarrollo de los propósitos pedagógicos de las clases, pues se encontró que existe una participación activa por parte los estudiantes, pero con un grado de indisciplina, lo cual le hace difícil al docente poder controlar y recurre algunas veces a los gritos.

Lo anterior muestra que en estas intervenciones, aparte de quitar tiempo en la actividad de aprendizaje pertinente al área, hay un

desgaste físico de la docente cuando alza su voz para fomentar el silencio siendo esta una de las técnicas de clima de aula poco usuales a los resultados óptimos de manejo de la indisciplina.

Análisis de los diarios de campo desde la categoría de Didáctica

128 En la educación la didáctica presenta un papel muy importante en los procesos de enseñanza y aprendizaje dada desde la transmisión y adquisición de los diferentes contenidos de la matemática, como lo es en el foco de la presente investigación en relación a la categoría deductiva didáctica. Con base en las observaciones dadas surgieron una serie de categorías axiales y categorías axiales emergentes que forman parte de las consideraciones de la matemática en las realidades propias del aula de clase. Dentro de estas categorías axiales se encuentran: recurso didáctico, evaluación formativa, la matemática desde el desarrollo de los procesos de comprensión y enseñanza desde situaciones (Brousseau 1986). En consecuencia, las categorías axiales emergentes surgieron: trabajo en grupo, evaluación sumativa y limitación de los recursos didácticos.

Análisis de la entrevista en profundidad desde la categoría de Pedagogía

La pedagogía, enmarcada como una reconstrucción teórica y organizada para el cumplimiento de determinados fines educativos, en contribución a la sociedad teniendo la visión del ciudadano que se quiere formar, donde el docente es el principal factor a estos fines, partiendo desde sus prácticas, propósitos y compromisos en su oficio como pedagogo. Desde el punto de vista de las matemáticas recae una gran responsabilidad y compromiso para quienes las enseña, ya que estas se ven reflejadas en todos

los ámbitos y evolución del ser humano en el aprendizaje y adquisición de las competencias. En la presente investigación, en cuanto la categoría deductiva de "pedagogía", se determinaron categorías axiales y axiales emergentes con base en las entrevistas realizadas bajo las concepciones matemáticas propias del docente partiendo de su experiencia y conocimiento.

Análisis de la entrevista en profundidad desde la categoría de Didáctica

La "didáctica" es el principal precursor en el estudio de los métodos de la enseñanza y aprendizaje, donde se tiene en cuenta la forma de transmitir y cómo se adquieren los diferentes saberes matemáticos mediante métodos y técnicas aplicadas con el fin de mejorar la enseñanza, donde uno de los principales propósitos es la búsqueda de la adquisición de los conocimientos de una forma significativa.

129

Luego, para el estudio de la didáctica se lograron identificar las siguientes categorías axiales: matemáticamente competente, visión de la matemática desde la naturaleza axiomática, la matemática desde desarrollo de procesos de comprensión, enseñanza desde situaciones (Brousseau 1986), aprendizaje cooperativo, evaluación formativa y recurso didáctico, y desde las axiales emergentes se tiene influencia del contexto en los procesos de enseñanza, enseñanza de las matemáticas mediante la lúdica, evaluación sumativa.

Con mayor número de recurrencias se presenta la categoría axial "recurso didáctico", evidente en las unidades de análisis desde las categorías inductivas relacionadas, se identificó por parte de los docentes diferentes recursos como el trabajo concreto, textos

educativos, medios tecnológicos para una mayor profundidad a este tema. Frente a esto, uno de los docentes de la investigación afirma que en “los materiales educativos se debe tener en cuenta qué materiales vamos a utilizar, si son textos o material manipulativo o si son fotocopias o guías”. Esto muestra la perspectiva del docente en cuanto a la importancia de tener en cuenta en los procesos de enseñanza los recursos didácticos a la hora de enfrentarse a la planeación de las clases.

CONCLUSIONES

Se fijan las conclusiones encontradas de los resultados de la investigación con el objetivo de caracterizar las prácticas pedagógicas de los docentes en el entorno a la formación por competencias en matemáticas en la básica primaria de la Institución Educativa Presbítero Álvaro Suárez del municipio de Villa Rosario, para lo cual se realizó un profundo análisis de los documentos; así mismo se hizo con las observaciones de clase, al igual que las entrevistas. Estos momentos permitieron precisar la relevancia de los objetivos establecidos en la investigación.

130

De acuerdo al primer objetivo de la investigación, dada desde la relación entre la apuesta formativa nacional por competencias frente a la apuesta formativa de la Institución Educativa Presbítero Álvaro Suárez en el área de matemáticas, se tiene que:

- En el documento institucional PEI se busca tener una relación significativa con los referentes nacionales, en cuanto a la formación de competencias de los estudiantes y sus fines educativos, pero en una forma general se encuentra contemplado como desarrollo de competencias, mas no especifica ni detalla una estructura que permita una orientación más concreta de lo que se quiere lograr dentro de la institución.

- Debido a que los documentos institucionales no están orientados con base en los estándares en su totalidad, los docentes carecen de una apropiación de los estándares básicos de calidad, por lo cual no permite tener un avance en los conocimientos matemáticos del área y se suma el hecho que los docentes no poseen el perfil adecuado, ya que la gran mayoría pertenecen a otras áreas del saber y por tanto se les dificulta el manejo del área de matemáticas, ya que se adaptan a las condiciones y necesidades de la institución.
- Los planes de área se determinan a partir de los cinco pensamientos matemáticos establecidos por los estándares básicos de competencia en matemáticas, pero con solo tres de sus procesos, por lo cual el docente asume que solo estos son los procesos matemáticos que debe utilizar para su planeación y practica pedagógica.
- Si se le da una mirada desde los planes de asignatura, hay un aislamiento con los estándares básicos de competencia propuestos por el MEN, ya que estos están dados en aprendizajes por contenidos, no hay una coherencia entre los procesos matemáticos ni una transversalidad entre los saberes.
- Los docentes promueven el aprendizaje cooperativo. Se observó que dentro de sus prácticas de aula, los docentes realmente realizan un trabajo en grupo, por lo que podemos deducir que los docentes no tienen la apropiación, ya que no asignan los roles a cada estudiante dentro de la dinámica propuesta. Se deduce que el aprendizaje cooperativo ayuda a que el estudiante active sus conocimientos, ser participativo y crítico en sus respuestas, esto soportado dentro de los estándares básicos de calidad, lo cual implica que el docente debe reestructurar sus planeaciones con el objetivo de tener

una coherencia desde los lineamientos dados por el MEN y los documentos institucionales para su respectiva actualización en la enseñanza de metodologías y técnicas del área de las matemáticas.

Seguidamente, el tercer objetivo de la investigación, dada desde la forma en que hacen presencia los saberes disciplinares, didácticos y pedagógicos en la práctica de los docentes orientadores de matemáticas se tiene que:

- En las prácticas pedagógicas de los docentes, vistas desde los documentos institucionales, hacen presencia el humanismo y una tendencia hacia el constructivismo; si bien podemos evidenciar en las observaciones de clase hechas a los docentes focalizados del grado tercero que sus prácticas están dadas por una enseñanza tradicional, ya que en ocasiones sigue siendo el docente quien da el concepto, el proceso y llega a unas conclusiones de los temas vistos, no se promueve que los estudiantes tengan una formación integral. Cabe aclarar que algunos momentos tratan de construir conocimientos junto con los estudiantes de tal manera que sus procesos sean activos y participativos, pero no son continuos, ya que hay un desconocimiento de esta metodología por parte del docente.
- Se observa que en la mayoría de las prácticas de aula de los docentes no prevalecen las situaciones problemáticas contextualizadas, lo cual hace que las clases de los estudiantes sean rutinarias, poco impactantes y el ambiente o espacio se tornen inmanejables, lo cual permite deducir que los docentes requieren de una apropiación adecuada de las metodologías pedagógicas y de la utilización de los recursos didácticos para estar acorde a las tendencias actuales y mejoramiento de las prácticas de aula.

- En consecuencia, los aportes que subyacen en este caso, es que la matemática es una de las áreas de mayor complejidad en la formación de los estudiantes. Al respecto, es necesario destacar que lo innovador en el trabajo ha sido referir las pruebas TIMSS, Ministerio Nacional de Educación (2015): las cuales: “*proveen* información confiable y oportuna sobre el logro académico de estudiantes de Estados Unidos de grados 4° y 8°, en Matemáticas y Ciencias Naturales, y lo compara con el de otros países (participan 59)”, lo cual, en los estudios referenciales no se manifiesta.
- Además de ello, se hace referencia a la lúdica como estrategia en la enseñanza de la matemática, asumiendo el juego como uno de los mecanismos de desarrollo de los seres humanos que se manifiesta como base de la motivación, elemento fundamental en la construcción del aprendizaje del estudiante. En este caso, el abordaje de la motivación es otro de los elementos que se asume como aporte en la realidad, lo cual promueve el desarrollo de acciones inherentes a valorar la matemática, desde la generación de aprendizajes significativos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Banco Mundial (2008). *La calidad de la educación en Colombia: un análisis y algunas opciones para un programa de política*. Recuperado de: <http://cippec.org/mapeal/wp-content/uploads/2014/05/BANCO-MUNDIAL-COLOMBIA-La-calidad-de-la-educ-en-COL.pdf>
- Barriga, F. (2010). *Estrategias de Súper Aprendizaje*. México: Editorial Trillas.
- Brouseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Colclough, C., et al. (2004). *Educación para todos, el imperativo de la calidad*. Francia: UNESCO. Recuperado de: <http://unesdoc.org>.

unesco.org/images/0015/001501/150169s.pdf

Colorado, F. (2012). *Práctica pedagógica*. Ediciones océano. Colombia.

D'Amore, B. (2011). *Didáctica de la matemática*. Bogotá: El Magisterio.

Dakar, S. (2000). *Foro Mundial sobre Educación 2000, Informe Final*. Recuperado de: <http://es.slideshare.net/SandyCv/foro-mundial-de-la-educacion-2000>

Hernández, E. (2012). *Historia de las matemáticas modernas*. Recuperado de: <http://www.newtonleibnizcalculomatematico.blogspot.com/2012/09/historia-de-las-matematicas-modernas.html>

Martínez, A. (1990). *Teoría Pedagógica Una Mirada Arqueológica de la Pedagogía*. Recuperado de <http://repository.unad.edu.co/bitstream/10596/4944/1/50004.pdf>

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

OCDE (2015). *Políticas prioritarias para un desarrollo inclusivo*. OCDE 2015.

Porlán, R. (1991). *El Aprendizaje en Construcción*. España: Ediciones Gedisa.

Porlán, R. (1995). *Constructivismo y Escuela. Hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en la investigación*. Sevilla: Diada.

UNESCO (2005). *Informe de Educación para las Américas*. México

UNESCO (2015). *Informe De Educación Latinoamericana*. México.

Zuluaga, O. (1999). *El maestro y el saber pedagógico en Colombia*. Medellín: Universidad de Antioquia.

134

Cómo citar este capítulo:

Quintana González, M., Urzola Muñoz, L. M. y Contreras Santander, Y. L. (2018). La práctica pedagógica en educación básica primaria frente a la formación por competencias en el área de matemáticas. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, y J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.107-134). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

SECCIÓN II

Investigación matemática en el aula

Dinámica de crecimiento en plantas y blogs en cálculo integral

Mawency Vergel Ortega¹, Olga Lucy Rincón Leal², José Joaquín Martínez³

137

* Capítulo derivado del proyecto de investigación “Diseño de una encuesta a través del modelo Servqual para evaluar los factores que influyen, el uso del blog como recurso didáctico en la asignatura del cálculo de Ingenierías en la UFPS”, financiado por el Fondo de Investigación y Extensión de la Universidad FINU según contrato #022-2015 de la Universidad Francisco de Paula Santander.

- 1 Doctora en Educación. Magíster en Educación. Especialista en Informática Educativa. Especialista en Estadística Aplicada. Licenciada en Matemáticas y Física. Docente investigadora del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad Francisco de Paula Santander.
mawencyvergel@ufps.edu.co
- 2 Magíster en Matemáticas. Especialista en Computación para la Docencia. Licenciada en Matemáticas y Física. Docente investigadora del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad Francisco de Paula Santander.
olgarincon@ufps.edu.co
- 3 Doctor en Educación. Magíster en Educación con mención en Gerencia Educacional. Especialista en Biomatemáticas. Especialista en Computación para la Docencia. Licenciado en Biología y Química. Docente investigador del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad Francisco de Paula Santander.
checo.jf@gmail.com

RESUMEN

En el presente capítulo se dan a conocer resultados de una investigación cuyo objetivo fue analizar experiencias significativas que permitieron observar mejoras en el rendimiento académico, permanencia del estudiante, el uso y satisfacción de los estudiantes al utilizar blogs educativos. La metodología siguió un enfoque cuantitativo, diseño experimental de tipo campo, aplicado a una muestra de 180 estudiantes de programas de ingeniería. Resultados: Un 95 % de los estudiantes permaneció en el curso, 99 % obtuvo nota por encima del promedio general institucional en cálculo integral. Conclusión: Aplicación en crecimiento de plantas permitió desarrollar competencias en plantear y resolver problemas, desarrollo del pensamiento matemático, analizar variables y cambios en un tiempo, modelar situaciones; argumentar, representar entidades, y comunicar sobre matemáticas. El uso de blogs permitió la generación de nuevos métodos de estudio, y diferentes formas de evaluación y coevaluación del aprendizaje, positivas tanto para estudiantes como profesores.

138

Palabras clave: modelado matemático, integrales, crecimiento de plantas, pensamiento matemático, enfoque dialógico crítico.

DYNAMICS OF GROWTH IN PLANTS AND BLOGS IN INTEGRAL CALCULUS

ABSTRACT

In this chapter are disclosed results of research aimed at analyzing significant experiences that allowed to observe improvement in academic performance, student retention, use and satisfaction of students to use educational blogs. The methodology followed a quantitative approach, experimental field design type, applied to a sample of 180 students of engineering programs. Results: 95 % of students remained in the course, 99 % scored above the overall grade average institutional in integral calculus. Conclusion: Application in plant growth allowed to develop skills and solve problems, development of mathematical thinking, analyze variables and changes in time, model situations; argue, represent entities, and communicate about math. The use of blogs allowed the generation of new methods of study, and different forms of assessment and peer learning, positive for both students and teachers.

Keywords: mathematical modeling, whole, plant growth, mathematical thinking, critical dialogic approach.

INTRODUCCIÓN

La aplicación del cálculo permite orientar conocimientos en temáticas y contenido propuesto en el microcurrículo de cálculo integral, además, facilita el análisis de resultados en el desarrollo de proyectos transversales a través del trabajo de campo integrando a los estudiantes a la investigación, quienes aprenden a predecir procesos incrementales y de decrecimiento, mediante la utilización de ecuaciones, límites, cambios de una variable respecto a otra, identifican el comportamiento de una ecuación de crecimiento y decrecimiento con base en experimentaciones en situaciones reales en nuestro entorno (Martínez, Vergel y Zafra, 2015). Esta dinámica, y la metodología propuesta a través de interacción y difusión de resultados a través de blogs, potenció el trabajo en equipo, así como la interrelación entre diferentes áreas en busca de interpretar resultados y generar modelos matemáticos (Vergel, Rincón y Jaimes, 2016).

139

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Vázquez (2012) señaló que un ingeniero es quien, con los recursos disponibles y sus conocimientos, brinda creaciones útiles a la sociedad; añade que existe un notable desfase entre sus conocimientos y lo que el país necesita. En ese sentido, Vergel-Ortega, Lozano y Tristancho (2016) coinciden en indicar que se debe proporcionar a los estudiantes una visión general y bien integrada de la ingeniería (funciones, métodos y contexto), que les permita tomar conciencia de los conocimientos y las capacidades adicionales que después deberán aprender en el ejercicio profesional.

El crecimiento poblacional o dinámica de poblaciones fue uno de los primeros intentos de modelar matemáticamente el crecimiento demográfico humano, así fue como el economista Malthus (1798), analizó la hipótesis donde la tasa de crecimiento de la población con índices constantes de nacimiento y mortalidad, crece en forma proporcional (dos cantidades, u y v son proporcionales, entonces $u \propto v$, es decir, una cantidad es múltiplo de otra, luego $u = kv$). Para el caso de la población total $P(t)$ del país en cualquier momento t , la variación de la población respecto al tiempo se da por la ecuación:

$$\frac{dp}{dt} = kp \quad \text{donde } k \text{ es constante de proporcionalidad}$$

140

Al buscar la ecuación que da origen a la ecuación diferencial al derivarla respecto al tiempo, se aplica la operación opuesta a la derivación, es decir, la integración por lo cual se separan variables (Zill, 2015), obteniendo la expresión:

$$\begin{aligned} \int \frac{dp}{p} &= \int k dt, & \ln|P| &= kt + C \\ e^{\ln P} &= e^{kt+C} = e^{kt} e^C \\ P(t) &= e^{kt+C} = e^{kt} e^C \end{aligned}$$

Sea P_0 , la cantidad de población inicial, es decir en un tiempo $t = 0$,

$$\begin{aligned} P(0) &= e^{k \cdot 0} e^C = e^C = P_0 \\ P(t) &= P_0 e^{kt} \end{aligned}$$

$P(t)$ es solución general de la ecuación diferencial, en la cual se observa una familia de curvas según el valor inicial $P(0)$; k indica la velocidad de variación de P con relación a t ; si la constante de

proporcionalidad k , y, $P(t)$ son positivas, entonces $P(t)$ es positiva y $P'(t)$ es creciente. En este caso se dice que el problema es de crecimiento. Pero si k es negativa, y $P(t)$ es negativa, entonces $P'(t)$ será negativa, lo cual implica que $P(t)$ es decreciente, y el problema es de decrecimiento.

Por su parte, el análisis de crecimiento en plantas es una técnica ampliamente empleada en la actualidad y es de gran utilidad para analizar el rendimiento en términos de crecimiento. El crecimiento de una planta o de alguno de sus órganos puede ser estudiado por la medición de variables tales como la longitud, el volumen, el peso fresco o seco, entre otros, a intervalos sucesivos de tiempo durante el periodo de desarrollo. Al graficar los resultados de estas mediciones en función del tiempo se puede obtener una curva sigmoidea, siendo siempre posible encontrar una función matemática no muy compleja que reproduzca el crecimiento con considerable exactitud (Hewitt *et al.* 2013). Algunas fases de crecimiento de organismos suelen estar en concordancia con la función exponencial.

141

Las curvas de crecimiento reflejan el comportamiento del crecimiento de una planta en relación con el tiempo y son gobernadas por factores externos o ambientales y factores internos de la planta que pueden tener una base genética. La acción e interacción de estos factores permite el desarrollo de la planta, presentándose una asociación entre los factores de crecimiento y rendimiento. Los autores coinciden en señalar que el crecimiento constituye un aumento irreversible del tamaño del vegetal, asociado a un incremento del peso seco, sin dejar de lado la diferenciación, o aumento de complejidad del vegetal, reservan el término crecimiento para los aspectos cuantitativos del desarrollo y la diferenciación para los aspectos cualitativos del mismo.

En la realidad, es muy difícil aislar en una planta superior dichos procesos debido a su estrecha interacción. Cuando las unidades estructurales básicas se incrementan por división celular, también aumentan su tamaño, su peso fresco, su peso seco o el volumen.

METODOLOGÍA

142

La investigación sigue un enfoque cuantitativo de tipo descriptivo, con un diseño cuasi experimental, usando la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica, y el análisis estadístico, de manera que se pueden establecer patrones de comportamiento (Martínez, Vergel & Zafra, 2016). La investigación se llevó a cabo durante el segundo semestre del 2015 y el primero del 2016, en una población conformada por 180 estudiantes de cálculo integral. La muestra distribuida en dos grupos, el grupo A, conformado por estudiantes de ingeniería de sistemas, civil e ingeniería mecánica (clases que desarrollan experimentación); el grupo B control conformado por estudiantes de ingeniería industrial, ambiental e ingeniería de minas. En el grupo A se desarrollaron tres momentos, uno inicial que consistió en desarrollar un experimento sencillo controlando variables y teniendo en cuenta altura y tiempo, modelan ecuación y comparan con datos de textos; en un segundo momento desarrollan experimento de crecimiento de otra especie teniendo en cuenta variable temperatura, altura, tiempo, peso, elaboran y comparan modelos matemáticos a través de análisis y pruebas de hipótesis. Se aplica test de desarrollo del pensamiento matemático propuesto por Vergel, Duarte y Martínez (2015). Cada estudiante vincula videos explicando resultados de sus experiencias y exposiciones de temas de currículo de cálculo integral en página elaborada (www.integrandoenlaufps.com). Se utilizó rúbrica (Rincón y Vergel, 2015) para analizar satisfacción en el uso del blog por parte de grupo experimental.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tabla 1
Prueba de Normalidad pre-test desarrollo del pensamiento matemático

Grupo	Media	Desviación estándar	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk	
			Statistic	gl	p	Statistic	P
Grupo A Prueba	2,1	0,67	0,193	179	0,061	0,912	0,26
Grupo B Control	2	0,38	0,182	179	0,14	0,865	0,29

Fuente: Elaboración propia

Prueba de normalidad grupo control y grupo prueba

En la Tabla 1 se aprecia que ninguno de los grupos aprobó en la nota promedio del diagnóstico (0,0-5,0), obteniendo el mejor promedio el grupo B. Realizada prueba Chi-cuadrado, $p > 0,05$ indicando que la variable prueba y grupo son independientes, es decir, los resultados no dependieron de la forma como se seleccionaron los grupos. En la prueba de Smirnov-Kolmogorov cada valor $p > 0,05$, luego se acepta que los grupos están normalmente distribuidos. En prueba de homogeneidad de varianzas con estadístico Levene $p > 0,05$ asumiendo que las varianzas son iguales para los grupos. Una vez comprobadas estas suposiciones se realiza prueba "t" para comparación de medias con $p > 0,05$, luego no existe evidencia para pensar que los grupos difieren entre sí.

143

Experiencia de inicio. Momento 1. Crecimiento en *Duranta*

El estudio del crecimiento de una planta de *Duranta adonis*, acorde a lo manifiesto por Kang *et al.* (2014) de la familia *verbena-ceae*, género *plantae*, sembrada en la ciudad de Cúcuta. *Duranta*

es un arbusto que alcanza un tamaño de 2 a 4 m de alto, con espinas o frecuentemente inermes. Sus hojas opuestas, simples, obovado-espátuladas a elípticas, de 3,2 cm a 7 cm de largo y 1,5 cm a 3 cm de ancho, ápice agudo (a redondeado), base atenuada, margen entero o con pocos dientes irregulares en la mitad superior, glabrescentes. La inflorescencia en racimos de 5 cm a 22 cm de largo, terminales y axilares, a veces presentándose como panículas, frecuentemente recurvada o péndula, bractéolas de 3 mm a 4 mm de largo; corola zigomorfa, más o menos hipocrateriforme, azul, lila o blanca, con tubo angosto de 7–10 mm de largo, 5-lobada, lobos desiguales de 3 mm a 5 mm de largo; fruto drupáceo, pirenos 4, cada uno con 2 semillas a la cual se le realizó una recolección de datos (Figura 1) tomando como variables de estudio la altura según el tiempo transcurrido.

144



Figura 1

Siembra y recolección de datos Durante

Fuente: Elaboración propia

Usando la herramienta de Excel, generan la gráfica de tiempo vs longitud de una rama (Tabla 2).

Tabla 2
Datos crecimiento de planta durante treinta días

Día	Altura de la rama	Día	Altura de la rama	Día	Altura de la rama
1	30,5	11	40,1	21	70
2	30,6	12	45,8	22	73
3	30,65	13	50,8	23	75
4	30,8	14	53,04	24	76
5	30,9	15	55	25	78,8
6	31,8	16	57,4	26	79
7	31,9	17	60	27	79,1
8	32,9	18	61,9	28	79,1
9	37,5	19	64,7	29	79,1
10	39,2	20	67,4	30	79,1

Fuente: Elaboración propia

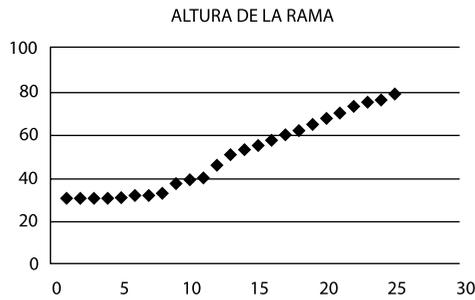


Figura 2
Crecimiento de planta durante treinta días

Fuente: Elaboración propia

Luego analizan relación e índice de correlación entre variables; obtuvieron la función que describió el crecimiento de la planta:

$$y = 30,30e^{0,004x}$$

$$R^2 = 0,951$$

La ecuación que describió la variación de crecimiento de la rama de la planta Duranta, h , según el cambio en el tiempo t , estuvo dada por:

$$\frac{dh}{dt} = 0.1212e^{0.004t}$$

Comparando y determinando datos para tiempo t inicial y tiempo t correspondiente a un día:

Inicial general: $h(0) = 30.3$ cm, para tiempo (1 día): $h(1) = 30.5$ cm $\frac{5033}{5000}h(0)$

Para este experimento, el aumento en el tiempo de medida fue del 0,66 %.

Comparando datos utilizando fórmula de crecimiento de textos:

146 Se tiene $h(t) = ce^{kt}$, donde $h(0) = c$, entonces $h(t) = h(0)e^{kt}$

Donde $h(1) = \frac{5033}{5000}h(0)$ entonces $\frac{5033}{5000}h(0) = h(0)e^k$

$e^k = \frac{5033}{5000}$ Esto es $k = \ln \frac{5033}{5000}$,

$k = 0.0065$

Luego $h(t) = h(0)e^{0.0065t}$

Tabla 3
Análisis realizado por estudiantes, comparación datos experimental y según ecuación en textos

	Tiempo 1	Tiempo 3	Tiempo 6
ED. Original	30.42(30.5)	30.66(30.65)	31.03(30.31)
ED. De los textos	30.49(30.5)	30.89(30.65)	31.50(30.31)

Fuente: Elaboración propia

La ecuación generada por estudiantes manifiesta, E1 "es más exacta

que la ecuación diferencial de los textos”, debido a que en la de los textos no se toman en cuenta muchos factores de crecimiento importantes, los cuales hacen variar los valores obtenidos y generan resultados con menos exactitud.

Momento 2. Comparación con otras plantas, vinculación de variables

Para realizar el análisis de productividad de una planta en función de su crecimiento, se requieren dos principios: la medida de material vegetal existente (P) y la medida del sistema asimilativo de ese material (A), en intervalos sucesivos de tiempo. En la práctica, las variables más comúnmente empleadas para P constituyen el peso seco total de la planta, y para A , el área foliar total de la planta.

El área foliar es una variable que permite determinar directamente la productividad de cualquier cultivo, dado que es en las hojas donde se realiza fundamentalmente la fotosíntesis, existiendo diversos métodos para su estimación mediante el empleo de las dimensiones de la hoja, su peso fresco o seco. Torres, Mendoza *et al* (2014) afirman que la producción total de materia seca depende principalmente de la magnitud, duración y eficiencia del área fotosintéticamente activa o limbo de las hojas. También se ha demostrado que la producción de materia seca en plantas es una función lineal de la intercepción de luz, por lo tanto, el incremento del área foliar incrementa la intercepción de luz que a su vez resulta en un aumento de la producción de materia seca. Así mismo, el máximo de materia seca se obtiene cuando el óptimo de área foliar se forma en el menor tiempo posible.

El método funcional emplea el modelo de regresión para el ajuste

de los datos primarios, constituye una herramienta que facilita en gran medida la comprensión del proceso de crecimiento de la planta, sin embargo es necesario que en el ajuste de datos primarios por medio del modelo de regresión (Vergel, Martínez y Zafra, 2015), se tenga en cuenta la función adecuada para describir el proceso, comparando los resultados del análisis estadístico con varias funciones.

Análisis de crecimiento en salvia (*salvia officinalis* l)

148 El experimento se desarrolló en un medio con temperatura promedio de 31 °C, con rango de 2,05 °C, pluviosidad de 2507,7 mm al año, humedad relativa promedio de 77,86 % y 1346,6 horas de brillo solar total anual, en Cúcuta, con temperatura promedio de 38 °C, con rango de 13,15 °C, pluviosidad de 2853,7 mm al año, humedad relativa promedio de 71,45 % y 1106,9 horas de brillo solar total anual. El trabajo se efectuó con el objeto de establecer el tiempo óptimo de corte de la especie aromática en mención, en las dos localidades, estimar su área foliar a lo largo del desarrollo vegetativo, analizar las curvas de crecimiento e identificar la función matemática que mejor se ajuste a cada localidad. Además, comparar la productividad de la salvia en las dos localidades, determinar cuáles son las mejores variables de producción y establecer una relación entre crecimiento y rendimiento para esta especie.

Se empleó un diseño experimental de bloques completos al azar con cuatro replicaciones y distancia entre plantas y surcos de 40 cm, cuyo modelo matemático es el siguiente:

Donde: $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk}$

α_i = Representa el efecto de los tiempos de corte

β_j = Representa el efecto de las replicaciones

ε_{ijk} = Es el error experimental

Se evaluaron factores de productividad como peso fresco y peso seco, factores de crecimiento como área foliar, altura de las plantas, número de ramas, número de hojas por planta, desarrollo del follaje y estado general de las plantas; factores ambientales durante el tiempo de cultivo como temperatura máxima, mínima y promedio, diferencia de temperatura, pluviosidad, número de días de lluvia, humedad relativa y brillo solar.

Las plantas de salvia se trasplantaron a las dos semanas después de germinación cuando tenían entre 4 y 6 hojas cada planta. A partir del momento de trasplante se realizaron 10 observaciones espaciadas entre sí 14 días.

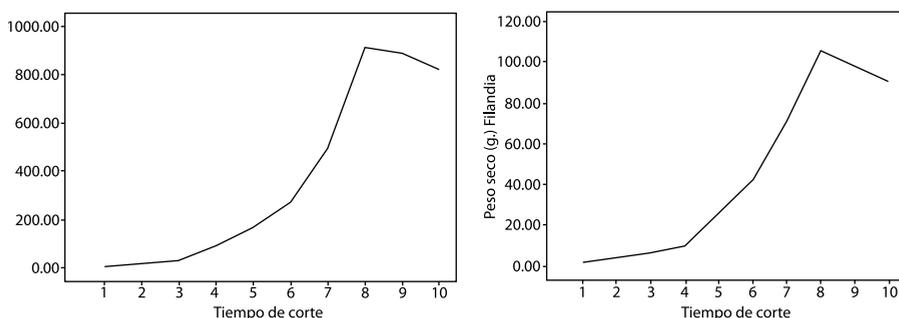
149

Variables independientes como tiempo (tomado cada 14 días después de trasplante por 10 veces), área foliar (largo máximo por ancho máximo de las hojas) y dependientes como peso fresco (material vegetal recién cortado), peso seco (material vegetal deshidratado), área foliar real (obtenida con planímetro). Variables de los componentes agronómicos, altura de las plantas, número de hojas por planta, número de ramas por planta, parasitosis, desarrollo del follaje, estado general de las plantas.

Variables de los componentes ambientales como temperatura máxima, temperatura mínima, temperatura promedio, rango de temperatura, humedad relativa, pluviosidad, número de días de lluvia, brillo solar.

Curvas de crecimiento

Se observa un crecimiento exponencial ($w=AB$) las dos localidades hasta el tiempo de corte número ocho, a partir del cual disminuye la cantidad de material vegetal. Como uno de los propósitos del estudio es determinar el tiempo de corte donde se encuentre la mayor productividad, se eliminan del estudio los tiempos de corte nueve y ocho.



150

Figura 3
Tiempo de corte en temperatura 31°C y 38°C
 Fuente: Elaboración propia

El análisis de regresión y el análisis de varianza, considerando repeticiones, permitió establecer que una gran variabilidad dentro del análisis de regresión del orden del 12 % era debido a las repeticiones y por ello se consideran las observaciones como factor determinante para el análisis general, mejorando así el coeficiente de determinación, siendo explicada la relación entre cantidad de material vegetal y tiempos de corte del orden del 84,6 %. La transformación logarítmica del peso fresco en ambas localidades hasta el tiempo de corte número 8 permitió la realización de la regresión curvilínea con la correspondiente linealización de los datos.

El análisis de regresión permitió establecer una relación lineal entre las variables logaritmo natural del peso de material vegetal

y tiempo de corte con coeficientes de determinación (r^2) superiores al 95 %. Las ecuaciones de regresión para la productividad (peso seco) en las dos localidades se encuentra consignada en la siguiente tabla.

Tabla 4
Ecuaciones de regresión.

Ecuación de regresión	Coefficiente de determinación
$\ln \text{ PST } 31^\circ\text{C} = 1.236 + 0.725t$	$R^2 = 0.985$
$\ln \text{ PS } 38^\circ\text{C} = 0.949 + 0.58t$	$R^2 = 0.989$

Fuente: Elaboración propia

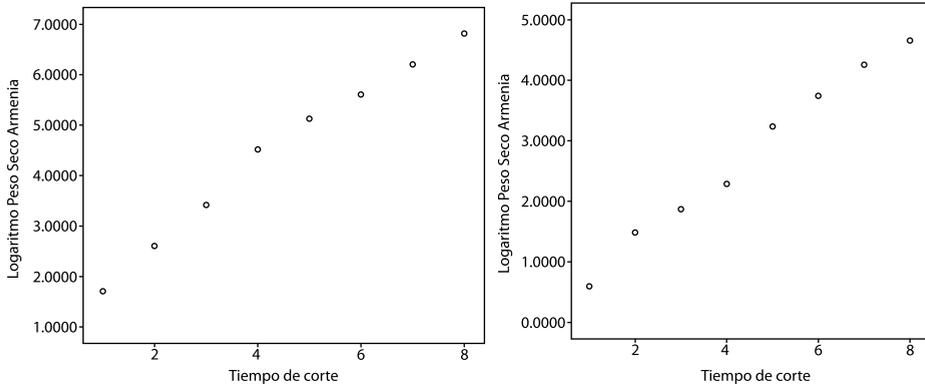


Figura 4
Logaritmo de peso seco temperaturas 31° C y 38° C
Fuente: Elaboración propia

Tabla 5
Modelo crecimiento de planta Salvia según logaritmo de peso seco temperatura 31° C

Coefficientes

Modelo	Coefficients no estandarizados		Coefficients estandarizados	t	sig
	B	Error tip.	Beta		
1 (constante)	1,236	,188		6,593	,001
Observación	,725	,037	,992	19,534	,000

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6
**Modelo crecimiento de planta *Salvia* según
 logaritmo de peso seco temperatura 38° C**

Coefficientes

Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	sig
	B	Error tip.	Beta		
1 (constante)	0,149	0,124		1,202	0,275
Observación	0,582	0,024	0,995	23,766	0,000

Fuente: Elaboración propia

152

El tiempo óptimo de corte para la especie *Salvia officinalis* L. en las dos localidades fue estimado en 112 días después de trasplante (octavo tiempo de corte). El análisis de crecimiento para la especie en estudio en las dos localidades se ajusta a una función matemática de carácter exponencial de la forma $(w=AB)$. Existe una relación lineal altamente significativa entre el logaritmo natural peso seco y los tiempos de corte.

Análisis de los resultados en rendimiento académico de estudiantes

Existen indicios para asumir diferencias significativas en notas definitivas promedio entre el grupo de control B y el grupo de prueba A (Tabla 7). De igual manera, existen indicios para asumir diferencias significativas de resultados en test de pensamiento matemático entre el grupo control B y el grupo prueba A. De otra parte, análisis de promedio ponderado en cálculo muestra diferencias significativas en promedio general institucional (media=3,2) y promedio de estudiantes de grupo experimental (media=4,4), $p < 0,05$. Análisis de deserción estudiantil muestra que solo desertó un 1 % de los estudiantes en los cursos de grupo experimental.

Tabla 7
Prueba t para diferencia de medias muestras independientes nota final

Prueba para igualdad de varianzas	Media	Desviación Estándar	F	P	t	p valor	Diferencia medias	Intervalo del 95 %	
								inferior	Superior
Grupo A de prueba	4,4	0,519	1,024	0,267	2,86	0,008	0,298	3,19	4,89
Grupo B control	2,5	1,068	0,122	0,629	1,96	0,048	1,624	1,00	3,61

Fuente: Elaboración propia

Con un nivel de significación de 0,004 el análisis correlacional bivariada muestra alta correlación entre variables prueba desarrollo del pensamiento matemático y habilidades de aprendizaje (0,9).

El desarrollo de competencias, siguiendo enfoque dialógico crítico sitúa a la enseñanza y el aprendizaje del cálculo, como potenciador de la práctica social, de la innovación, de la autoformación, por lo cual la didáctica de las matemáticas, instala hoy nuevas redefiniciones y desafíos.

Así mismo, determinando la importancia del impacto del uso del blog en la enseñanza-aprendizaje del cálculo integral (Rincón, Vergel y Ortega, 2015), se evidencia el grado de interés por parte de los estudiantes, la adopción de rutinas de estudio de forma independiente, el fomento del autoaprendizaje y su valor pedagógico, reflejándose todos estos factores en la mejor comprensión de conceptos, procedimientos y sus aplicaciones a contextos reales, mejora en la calidad didáctica de las clases recibidas y disponibilidad de recursos alternativos para la enseñanza, que finalmente se traducen en un mejor rendimiento académico de los estudiantes que solidifica la inter-vinculación curricular de la

asignatura, con otras afines en el currículo, con un aporte significativo al perfil personal y profesional del estudiante (Rincón, Vergel y Zafra, 2017).

CONCLUSIONES

La aplicación y desarrollo de experimentos de crecimiento a través de plantas para la enseñanza del cálculo mostró incidencias favorables en el rendimiento académico y en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes del grupo experimental.

La aplicación en crecimiento de plantas permitió desarrollar competencias en plantear y resolver problemas, desarrollo del pensamiento matemático, analizar variables y cambios en un tiempo, modelar situaciones; argumentar, representar entidades, y comunicar sobre matemáticas.

154

El uso de blogs permitió la interacción y participación activa de los estudiantes en el curso, la generación de nuevos métodos de estudio, intercambio resultados con estudiantes de otros programas académicos vinculando estudiantes de instituciones externas.

Los estudiantes realizaron evaluación de contenido, experiencia y participación a través de blog virtual y la coevaluación del aprendizaje a través de ensayos, constituyéndose en una experiencia positiva para estudiantes y profesores.

Los estudiantes lograron mejorar competencias generales, procedimentales, conceptuales y sociales, se evidencian logros en resolución de problemas, análisis de situación, control del error, argumentación, de pensamiento matemático, tecnológico y comunicativo.

Los estudiantes que realizan modelos matemáticos a partir de la experimentación de crecimiento de plantas, muestran mayor sensación de éxito, se sienten competentes para analizar resultados.

La temática de crecimiento de plantas resultó ser la más significativa para los estudiantes, su incorporación en la metodología como actividad y el uso de blogs como herramienta permite cumplir con el contenido propuesto en *syllabus*, así mismo potencia el trabajo en equipo y la relación entre diferentes áreas.

AGRADECIMIENTOS

Agradecimientos a la Universidad Francisco de Paula Santander, y al Fondo de Investigación y Extensión de la Universidad (FINU) al patrocinar la investigación “Diseño de una encuesta a través del modelo Servqual para evaluar los factores que influyen, el uso del blog como recurso didáctico en la asignatura del cálculo de Ingenierías en la UFPS”.

155

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Hewitt, R., Bent, E., Hollingsworth, T., Chapin, F. y Taylor, D. (2013). Resilience of arctic mycorrhizal fungal communities after wildfire Facilitated by resprouting shrubs. *Ecoscience*, 20(3), 296-310. <https://doi.org/10.2980/20-3-3620>
- Kang, S., Khan, A., Waqas, M., You, Y., Kim, J., Kim, J., Hamayun M. y Lee, I. (2014). Plant growth-promoting rhizobacteria reduce adverse effects of salinity and osmotic stress by regulating phytohormones and antioxidants in *Cucumis sativus*. *Journal of Plant Interactions*, 9(1), 673-682. <https://doi.org/10.1080/17429145.2014.894587>
- Malthus, T. (1798). *An Essay on the Principle of Population*. London: printed for J. Johnson, in St. Paul’s Church-Yard.
- Martínez, J., Vergel, M. y Zafra, S. (2015). Ambiente de aprendizaje

lúdico de las matemáticas para niños de la segunda infancia. *Revista Logos Ciencia y Tecnología*, 7(2), 17-25. Recuperado de <http://revistalogos.policia.edu.co/index.php/rlct/article/view/234>

Martínez, J., Vergel, M. y Zafra, S. (2016). *Comportamiento juvenil y competencias prosociales*. Bogotá: Grupo Editorial Ibáñez.

Rincón, O. y Vergel, M. (2015). *Diseño de una encuesta a través del modelo Servqual para evaluar los factores que influyen el uso del blog como recurso didáctico en la asignatura del cálculo de Ingenierías en la UFPS*.

Rincón, O., Vergel, M. y Ortega, S. (2015). El blog como estrategia didáctica innovadora en el aprendizaje del cálculo integral. *El cálculo y su Enseñanza*, 6(6), 45-70.

Rincón, O., Vergel, M., y Zafra, S. (2017). *Modelo de calidad Servqual para evaluar factores que influyen en el uso de blogs como recurso didáctico del cálculo*. Bogotá: Grupo Editorial Ibáñez.

156 Torres, M., Mendoza, R., Ramírez, F. et al. (2014). *Evaluación de Cepas de Azospirillumsp y AG₃ en la capacidad de germinación en semillas de Chile Habanero (Capsicum Chinense L.)*. Memoria de la XXVI Semana Internacional de Agronomía FAZ-UJED.1109-1114.

Vázquez, L. (2012). ¿Qué ingenieros necesita México? *Innovación Educativa*, 12(60), 125-136.

Vergel, M., Duarte, H., y Martínez, J. (2015). Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente. *Revista Científica*, 23, 17-29. Doi: 10.14483/udistrital.jour.RC.2015.23.a2

Vergel, M., Martínez, J. y Zafra, S. (2015). Validez de instrumento para medir la calidad de vida en la juventud: VIHDA, *Revista Logos Ciencia y Tecnología*, 7(1), 20-28.

Vergel-Ortega, M., Lozano, J. J. M. y Trisancho, S. L. Z. (2016). Factores asociados al rendimiento académico en adultos. *Revista Científica*, 2(25), 206-215.

Vergel, M., Rincón, O. y Jaimes, L. (2016). Prototipos electrónicos

en el desarrollo de Pensamientos Formales. *Revista Visión Electrónica*, 9(2), 1-18.

Zill, D. (2015). *Ecuaciones diferenciales con valores en la frontera*. México: Cengage Learning.

Cómo citar este capítulo:

Vergel Ortega, M., Rincón Leal, O. y Martínez, J. J. (2018). Dinámica de crecimiento en plantas y blogs en cálculo integral. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, & J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.137-157). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

Influencia de los movimientos oculares en el rendimiento académico de matemáticas*

Gerson Adriano Rincón Álvarez¹, Pastor Ramírez Leal²,
Andrea Johana Aguilar Barreto³

159

* Capítulo de libro derivado del Trabajo Final del Master (TFM) "Influencia de los movimientos sacádicos e inteligencias múltiples en el rendimiento académico de los estudiantes de tercero primaria". en la maestría en Neuropsicología y Educación de la Universidad Internacional de la Rioja (UNIR) avalado por el Grupo de Investigación en Pedagogía y Prácticas Pedagógicas (GIPEPP) de la Universidad Francisco de Paula Santander (UFPS).

- 1 Facultad de Educación, Artes y Humanidades - Universidad Francisco de Paula Santander. Licenciado en Matemáticas y Computación, UFPS. Especialista en Computación para la Docencia. Especialista en Estadística aplicada. Magíster en Neuropsicología. Docente de la Universidad Francisco de Paula Santander. Grupo de Investigación GIPEP–UFPS.
gersonadriano@gmail.com
- 2 Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Francisco de Paula Santander. Magíster en Matemáticas mención educación matemática. Especialista en estadística aplicada. Licenciado en Matemáticas y Computación. Docente investigador del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad Francisco de Paula Santander. Grupo de Investigación Euler - UFPS.
pastorramirez@ufps.edu.co
- 3 Licenciada en Lengua Castellana, Universidad de Pamplona. Abogada, Universidad Libre. Administradora, ESAP. Doctora en Educación, UPEL. PhD (c), innovación educativa y TIC. Especialista en Orientación de la conducta, Universidad Francisco de Paula Santander. Especialista en Administración Educativa, UDES. Tutora pedagógica para asuntos de Lenguaje y Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional; Docente investigador de la Universidad Simón Bolívar.
andreitajaguilar@hotmail.com

RESUMEN

Objetivo: Establecer si los movimientos oculares –en concreto, los movimientos sacádicos– influyen en el rendimiento académico del área de matemáticas en estudiantes de básica primaria. Metodología: Se tomó una muestra de 121 estudiantes de básica primaria con situación de vulnerabilidad de forma no probabilística por conveniencia en una Institución Educativa de la ciudad de Cúcuta, Colombia. La muestra se dividió en dos grupos: el primero, de alto rendimiento académico, conformado por 57 estudiantes, 53 % niñas y 47 % niños, con una media de 8,57 años; el segundo, de bajo rendimiento, constituido por 64 estudiantes, 47 % niñas y 53 % niños, con una media de 9,02 años. A ambos grupos se aplicó el test de King y Devick (1976) o test K-D de movimientos sacádicos. Resultados: Los resultados manifestaron diferencias estadísticamente significativas entre las medias de los tiempos de lectura de la segunda tarjeta. No se encontraron diferencias significativas en el porcentaje de estudiantes que presentan problemas en relación con los movimientos sacádicos. Conclusión: Los resultados ponen de manifiesto la importancia de trabajar los movimientos oculares sacádicos, pues parecen influir en el rendimiento académico de los estudiantes.

Palabras clave: movimientos sacádicos, rendimiento académico, prueba K-D de King y Devick.

INFLUENCE OF EYE MOVEMENTS ON THE ACADEMIC PERFORMANCE OF MATHEMATICS

ABSTRACT

Objective: To establish if eye movements in particular, saccadic movements influence the academic performance of the area of mathematics in elementary students. Methodology: A sample of 121 primary school students with a non-probabilistic vulnerability situation was taken for convenience in an Educational Institution in the city of Cúcuta, Colombia. The sample was divided into two groups: the first, with a high academic performance, made up of 57 students, 53 % girls and 47 % boys, with a mean of 8.57 years; the second, low performance, consisting of 64 students, 47 % girls and 53 % children, with a mean of 9.02 years. Both the King and Devick test (1976) or the K-D test of saccadic movements

were applied. Results: The results showed statistically significant differences between the means of reading the second card. No significant differences were found in the percentage of students who presented problems related to saccadic movements. Conclusion: The results highlight the importance of working the saccadic eye movements as they seem to influence the academic performance of the students.

Keywords: movements saccadic, academic performance, test K-D of King y Devick.

INTRODUCCIÓN

Los cambios insondables que en los últimos años han acontecido respecto a la producción y transmisión del conocimiento demandan que la sociedad en general, y particularmente los docentes, realicen investigaciones que contribuyan a realizar los ajustes necesarios en las ciencias de la educación, en busca de existencia de paralelismo entre la información disponible y las mejores formas de apropiarse y adaptarlas por las actuales y nuevas generaciones de docentes a nivel mundial, latinoamericano y colombiano. Metodologías y estrategias de esta índole mejorarían el rendimiento académico de los estudiantes, contribuyendo no solamente al desarrollo de la sociedad de la que forman parte, sino también a su desarrollo personal (Montoya, Caro y Aguirre, 2015).

161

Por ello la implementación de procesos didácticos innovadores, enmarcados en acciones pedagógicas nuevas que estimulen un pensamiento crítico y métodos educativos que faciliten el desarrollo de competencias y habilidades intelectuales en los estudiantes, obliga y garantiza la necesaria transformación educativa del siglo XXI, buscando, entre otros aspectos, cambiar la idea de que la profesión docente es solo la transmisión de conocimientos (Tedesco, 2011).

En este sentido, es necesario que los educadores extiendan su perspectiva del proceso educativo y presten atención a los avances en las diferentes ciencias y áreas, y así esta observación permita afianzar los procesos de innovación. Una de las ciencias en la que los docentes deben tener mayor información es la psicología educativa y la neuropsicología (Urtubia, 1996). Por ello al tema de los movimientos oculares, y más específicamente al de los movimientos sacádicos, se dedica este capítulo, buscando dar mayor visibilidad a un proceso fundamental, pero poco conocido en la acción de la lectura (Torcal, 2012).

162

En relación con los problemas visuales, el docente identifica sin mayor dificultad a aquellos alumnos cuya agudeza visual es menor, porque, por ejemplo, entrecierran los ojos para leer los escritos del tablero, alejan o acercan los libros o cuadernos a la cara para leer, o pestañean o se tocan los ojos constantemente. Estos comportamientos constituyen indicios de que existen patologías visuales conocidas, tales como astigmatismo, hipermetropía o miopía. Un problema de la visión no tan conocido, pero que causa graves perjuicios en quien lo padece, es el de las alteraciones de los movimientos sacádicos (Torcal, 2012).

Es claro que el estímulo principal de entrada para la lectura es la visión, y que es fundamental la lectura para la mayoría de los aprendizajes y base primordial de la educación escolar. Por ello es imprescindible averiguar los problemas de visión que presentan los estudiantes, y, en lo que respecta al tema de este trabajo, si existe o no influencia de los movimientos sacádicos en el rendimiento académico (Garrido Hermoso, 2013).

Para entender las anomalías en los movimientos sacádicos es necesario conocer con antelación cómo deben ser los movimien-

tos oculares normales durante el proceso de la lectura, lo cual, en efecto, resultaría de gran utilidad para conseguir un apropiado acercamiento a la comprensión sobre la percepción visual (Montés y Ferrer, 2002).

A los desplazamientos oculares horizontales y transversales rápidos en forma de saltos realizados durante el proceso de la lectura, se les llaman movimientos sacádicos. Término proveniente de la palabra francesa *saccade*, que significa tirón o sacudida y fue acuñado por Louis Emile Javal (1839-1907), quien descubrió durante sus estudios de la fisiología humana que en el proceso de lectura los ojos realizan saltos pequeños a lo largo del renglón y no los movimientos regulares que se imaginaban. Por el contrario, durante la lectura la focalización del ojo cambia de un grupo de letras a otro de manera rítmica (Purves *et al.*, 2001).

Al desarrollarse los movimientos sacádicos, antes de desarrollar el salto hacia un nuevo grupo de letras, el foco se detiene por un breve momento que se denomina "fijación". En ocasiones, se realizan regresiones en la lectura por falta de comprensión. Ni la cantidad de saltos o el tiempo de las fijaciones o la velocidad o el número de pausas es fijo. Dependen de variables como la edad, la dificultad del texto o el objetivo de la lectura por ello la cantidad de saltos por renglón.

Es preciso resaltar que esta dificultad está condicionada por la perceptiva de la fijación o la calidad de reconocimiento; dicho de otra manera, la cantidad de saltos por renglón depende de la cantidad de palabras que se recogen en una fijación. La función principal de los movimientos sacádicos es la de presentar a la fovea (área de mayor disposición de agudeza visual) y la retina periférica durante la lectura, una nueva porción de texto.

METODOLOGÍA

Participantes

La población está conformada por 450 niños, que forman parte de familias desplazadas por la violencia de zonas rurales colombianas y deportadas de Venezuela; de estrato socioeconómico bajo en situación de vulnerabilidad. Sus edades se encuentran entre 8 y 16 años y son estudiantes de básica primaria en una institución educativa ubicada en el noreste de la cabecera municipal de Cúcuta, Colombia. Se tomó una muestra no probabilística por conveniencia, constituida por 121 estudiantes de tercer grado, con rango de edades entre los 7 y 13 años (la media de edad fue de 8,79 años con una desviación típica de 1,16 años). La muestra se dividió en dos grupos segregados por la media de las calificaciones obtenidas en cada asignatura (escala medida de 1 a 5). Los alumnos con calificaciones promedio igual o superior a 3,8 constituyeron el grupo de alto rendimiento. La edad media de este grupo fue de 8,53 años. Los estudiantes con promedios inferiores a 3,8 fueron incluidos en el grupo de bajo rendimiento académico. La edad media de este conjunto fue de 9,02 años. En la Tabla 1 se muestra la distribución de los alumnos por grupo y género.

164

Tabla 1
Frecuencia y porcentaje del género en los grupos

Género		F	M	Total	
Grupo	Alto	Frecuencia	30	27	57
		% de grupo	52,6 %	47,4 %	100,0 %
	Bajo	Frecuencia	30	34	64
		% de grupo	46,9 %	53,1 %	100,0 %
Total		60	61	121	

Fuente: Elaboración propia

Instrumento y procedimiento

La prueba de King-Devick o el test K-D evalúa los movimientos oculares durante la lectura. Las siglas K-D corresponden a la letra inicial de los apellidos de sus diseñadores, quienes en 1976 idearon la prueba con el fin de medir el rendimiento de los movimientos sacádicos.

El test se administró por primera vez en la Universidad Estatal de Nueva York. Dado que se trata de una prueba rápida, cuya administración resulta sencilla, y que proporciona, además, información relevante, se ha empleado repetidamente en numerosos estudios que han confirmado la importancia de la evaluación de los movimientos oculares para la temprana detección y corrección de anomalías.

El test K-D consiste en cuatro tarjetas de una serie de números, los cuales deben ser leídos en voz alta de izquierda a derecha. La primera tarjeta es de prueba y las otras tres tarjetas constituyen la prueba propiamente dicha. Para la aplicación del test se pone por orden secuencial cada una de las tarjetas frente al niño y se cronometra en segundos el tiempo que tarda en leer el contenido de la tarjeta. El administrador de la prueba registra el tiempo de lectura y el número de errores cometidos.

165

Para estimar el resultado del test se suma el tiempo de lectura de las tres tarjetas (la primera, como ya se ha mencionado, es una especie de ensayo), que luego se compara con el tiempo esperado (con un margen de error estimado por los propios autores) según la edad.

El test está pensado para sujetos entre 6 y 14 años, y fue diseñado bajo el supuesto que el número de errores admitidos va dis-

minuyendo en la medida en que aumenta la edad, pues conforme pasa el tiempo las destrezas lectoras deben mejorar hasta alcanzar el error cero a los 14 años.

Los números, dispuestos en filas en la tarjeta 1 están unidos por líneas horizontales; las tarjetas 2 y 3 no tienen líneas que los unan, y en la tarjeta 3 la separación vertical entre las filas es mucho menor.

166 A cada estudiante se le mostraron las tarjetas a una distancia de 40 cm en promedio y se le pidió que leyera cada tarjeta en la misma dirección horizontal en que lee un texto. Mientras tanto, el administrador de la prueba, tal y como contempla el protocolo de uso, anotó la cantidad de errores cometidos, el tiempo empleado (en segundos) y si hubo o no movimientos de la cabeza durante el proceso de la lectura de cada una de las tarjetas. Se registran los resultados del tiempo total de lectura en cada tarjeta, así como la suma total del tiempo y de errores de las tres tarjetas. Mediante las tablas de valores normativos clasificada por edades consultadas en Pinto (2014) y en Olivera (2015), se determinó la existencia o inexistencia de problemas en los movimientos sacádicos en cuanto al tiempo y los errores. En las Tablas 2 y 3 se presentan los valores normativos para el tiempo medido en segundos y los errores para cada una de las tres tarjetas. Estos valores forman parte del diseño y protocolo de aplicación de la prueba K-D.

Tabla 2

Baremo de tiempo por edad del test de movimientos sacádicos K-D

	Tiempo (según edad)				
	Edad	I	II	III	Total
Tiempo	6	30,98	37,05	51,00	119,03
Margen de error	6	10,10	12,96	19,39	40,92
Tiempo	7	26,71	31,12	43,06	100,89

Margen de error	7	5,97	8,75	15,36	25,16
Tiempo	8	22,98	24,89	31,26	79,13
Margen de error	8	6,37	7,75	11,59	27,35
Tiempo	9	21,02	22,89	29,53	73,44
Margen de error	9	7,20	7,50	10,82	26,03
Tiempo	10	19,72	20,79	27,76	68,27
Margen de error	10	6,08	7,37	10,21	26,22
Tiempo	11	17,58	18,95	20,39	56,92
Margen de error	11	4,60	4,51	7,45	13,85
Tiempo	12	16,94	17,68	19,42	54,04
Margen de error	12	3,60	4,43	5,31	13,51
Tiempo	13	16,29	16,96	18,98	52,23
Margen de error	13	2,52	2,72	3,26	7,50
Tiempo	14	14,86	16,87	18,73	50,46
Margen de error	14	2,40	2,33	2,49	5,84

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3
Baremo de errores por edad del test de movimientos sacádicos K-D

Errores (según edad)			
I	II	III	TOTAL
1,32	3,81	10,84	16,97
1,12	2,10	8,75	11,97
0,34	0,53	2,48	3,35
0,28	0,45	2,02	2,75
0,28	0,43	1,12	1,83
0,25	0,33	0,62	1,20
0,18	0,21	0,44	0,83
0,12	0,12	0,36	0,59
0,07	0,07	0,33	0,47

Fuente: Elaboración propia

Para el cálculo de variable *rendimiento académico* se tomó el segundo informe académico dado por la institución en el año 2015 que establece cuatro periodos académicos de 10 semanas, cada uno con un valor del 25 %. Finalizado cada periodo, se con-

fecciona un reporte académico conformado por las calificaciones obtenidas por los estudiantes (en un grado del 1 al 5) en las asignaturas. Los estudiantes se distribuyeron en dos grupos de acuerdo con su rendimiento académico en el área de matemáticas. Así, el grupo de alto rendimiento académico quedó conformado por los estudiantes con nota igual o superior a 3,8 y el de bajo rendimiento académico estuvo constituido por los alumnos con calificación inferior a 3,8.

Se realizó una reunión con los estudiantes y sus padres con la finalidad de informar a los representantes sobre el objetivo del experimento y que otorgaran, por cuanto los sujetos de estudio son menores de edad, el consentimiento escrito para participar en el proyecto.

168 Para la realización de la prueba se trasladó al estudiante a un salón donde se acomodaron dos pupitres de la manera más apropiada a fin de evitar la mayor cantidad de distracciones posibles. Las pruebas se realizaron en las horas de la mañana, entre las 6:00 a.m. y las 11:30 a.m. La duración promedio de aplicación del test fue de 11 minutos por estudiante.

Una vez obtenidos los datos, se compararon los grupos por medio de la prueba t de Student para las variables cuantitativas: tiempo tarjeta 1, tiempo tarjeta 2, tiempo tarjeta 3, errores tarjeta 1, errores tarjeta 2, errores tarjeta 3, tiempo total de lectura de las tres tarjetas y edad. También se realizaron pruebas Chi cuadrado para comparar a los mismos grupos en las variables categóricas, género, problemas en movimientos oculares en función del tiempo total y problemas en movimientos oculares en función del total de errores.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Resultados de las variables demográficas

Las variables demográficas estudiadas en los grupos de alto y bajo rendimiento académico fueron la edad y el género de los estudiantes.

La Tabla 4 muestra la media, la desviación típica de la variable cuantitativa edad y el error típico de la media para los grupos de alto y bajo rendimiento académico.

Tabla 4
Media y desviación típica en la variable edad

Variable	Grupo	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Edad	ALTO	57	8,53	1,054	0,140
	BAJO	64	9,02	1,215	0,152

169

Fuente: Elaboración propia

Dado que se trata de una variable cuantitativa se aplicó la prueba t de Student con una significancia del 0,05. La hipótesis nula planteada fue la igualdad de las medias en los dos grupos. Como hipótesis alterna se propuso que las medias en los dos grupos no son iguales, $t(119) = -2,35, p \leq 0,05$. En vista de los resultados, no se encuentra evidencia suficiente para aceptar la hipótesis nula; en consecuencia, se concluye que las medias en las edades de los grupos de alto y bajo rendimiento académico no son similares.

La Tabla 5 muestra la frecuencia y porcentaje de la variable cualitativa género en relación con los grupos de alto y bajo rendimiento académico.

Tabla 5
Frecuencia y porcentaje del género por grupo

	Género				Total	
	Femenino		Masculino			
	Frecuencia	% de grupo	Frecuencia	% de grupo		
Grupo	Alto rendimiento	30	52,6 %	27	47,4 %	57
	Bajo rendimiento	30	46,9 %	34	53,1 %	64
Total		60	49,6 %	61	50,4 %	121

Fuente: Elaboración propia

170

Se aplica la prueba Chi cuadrado con una significancia del 0,05 por ser el género una variable categórica. La hipótesis nula formulada es la de la igualdad de rendimiento académico entre niños y niñas. La hipótesis alterna es la de que los porcentajes en los dos grupos no son iguales. El valor obtenido en la prueba es $\chi^2(1) = 0,400$, $p = 0,527$. Los resultados, por tanto, indican la existencia de evidencia suficiente para no rechazar la hipótesis nula y aceptar que en los grupos de alto y bajo rendimiento la distribución por género es uniforme. Se observa, en efecto, que los porcentajes de niñas y niños en los dos grupos es muy similar.

En la Tabla 6 se presentan los datos de las medias y desviaciones típicas de las variables cuantitativas en la prueba de movimientos sacádicos, discriminadas de acuerdo con el rendimiento académico de los estudiantes.

Tabla 6
Promedio y desviación típica en variables cuantitativas de los movimientos sacádicos

Variable	Grupo	N	Media	Desviación estándar
Tiempo Tarjeta 1 MS	Alto	57	28,51	5,068
	Bajo	64	29,64	4,952

Errores Tarjeta 1 MS	Alto	57	0,60	0,961
	Bajo	64	0,86	0,941
Tiempo Tarjeta 2 MS	Alto	57	27,60	4,309
	Bajo	64	29,72	6,346
Errores Tarjeta 2 MS	Alto	57	0,42	0,755
	Bajo	64	0,50	0,909
Tiempo Tarjeta 3 MS	Alto	57	29,46	5,285
	Bajo	64	29,84	5,149
Errores Tarjeta 3 MS	Alto	57	0,56	1,165
	Bajo	64	0,86	1,096
Tiempo Total de Movimiento Sacádicos	Alto	57	85,56	12,558
	Bajo	64	89,20	14,403
Errores Totales de Movimientos Sacádicos	Alto	57	1,58	1,973
	Bajo	64	2,22	2,340

Fuente: Elaboración propia

Al aplicar la prueba t de Student, con un nivel de significancia del 0,05, para comparar las medias entre grupos en relación con la variable cuantitativa relativa a los movimientos sacádicos, se considera la hipótesis nula de la igualdad de las medias entre los grupos. Como hipótesis alternativa se propone la diferencia de medias entre los grupos.

La única variable que presentó diferencia estadística significativa entre medias de los grupos de alto y bajo rendimiento académico en la prueba t de Student fue la variable Tiempo en la tarjeta 2, $t(119) = -2,126$, $p \leq 0,05$.

En cuanto al resto de variables cuantitativas referida al tiempo en la tarjeta (1 y 3) como al número de errores por tarjetas (1, 2 y 3) y a las de tiempo total y errores totales, la prueba t de Student suministró los siguientes resultados respectivamente:

$$t(119) = -1,41, \quad p = 0,217;$$

$$t(119) = -0,408, \quad p = 0,684,$$

$$t(119) = -1,519, \quad p = 0,131,$$

$$t(119) = -0,516, \quad p = 0,607,$$

$$t(119) = -1,449 \quad p = 0,150,$$

$$t(119) = -1,474, \quad p = 0,143,$$

$$t(119) = -1,615, \quad p = 0,109.$$

172

Estos datos estadísticos demuestran la inexistencia de diferencias estadísticas significativas. Los resultados, por tanto, conducen a la aceptación de la hipótesis nula, según la cual las medias del tiempo y los errores cometidos durante la lectura de las tarjetas no se discriminan entre grupos.

Tabla 7
Frecuencia y porcentaje de problemas por tiempo total de lectura

Frecuencia		Grupo					Total
		Alto		Bajo		Total	
		% de Grupo	Frecuencia	% de Grupo	Frecuencia		
Problemas por Tiempo	Sin Problemas	19	59,4 %	13	40,6 %	32	100,0 %
	Con Problemas	38	42,7 %	51	57,3 %	89	100,0 %
	Total	57	47,1 %	64	52,9 %	121	100,0 %

Fuente: Elaboración propia

A fin de comparar los grupos de alto y bajo rendimiento académico en relación con la variable categórica *problemas en los movimientos oculares* en función del tiempo total de lectura de las tres tarjetas, se aplicó de la prueba Chi cuadrado de Pearson,

se planteó como hipótesis nula la inexistencia de diferencias de porcentajes entre los dos grupos; como hipótesis alterna se estableció la existencia de diferencias entre los porcentajes de los dos grupos. El resultado de la prueba fue $X^2(1) = 2,628$, $p = 0,105$, lo cual supone evidencia de que existe información suficiente para no rechazar la hipótesis nula. Dicho de otro modo, no existen diferencias entre los porcentajes de los participantes que presentan problemas en los movimientos oculares en función del tiempo total de lectura de las tres tarjetas según pertenezcan a los grupos de alto y bajo rendimiento académico.

En la variable categórica *problemas en los movimientos oculares*, en función de los errores totales cometidos en la lectura de las tres tarjetas del test K-D para los movimientos sacádicos, se hallaron las frecuencias y los porcentajes por grupo de alto y bajo rendimiento académico, resultados que se muestran en la Tabla 8.

173

Tabla 8
Frecuencia y porcentaje de problemas por errores totales de lectura

Frecuencia		Grupo					
		Alto		Bajo		Total	
		% de Grupo	Frecuencia	% de Grupo	Frecuencia	% de Grupo	
Problemas por Errores	Sin Problemas	39	54,9 %	32	45,1 %	71	100,0 %
	Con Problemas	18	36,0 %	32	64,0 %	50	100,0 %

Fuente: Elaboración propia

Con un nivel de significancia del 0,05 se obtienen, de la prueba Chi cuadrado de Pearson, los siguientes resultados: $X^2(1) = 4,219$, $p \leq 0,05$. Esto demuestra que existe diferencia entre los porcentajes de los grupos respecto de los problemas vinculados con los movimientos oculares en función de los errores totales. Por con-

siguiente, existe evidencia suficiente para no rechazar la hipótesis nula de que no existe diferencia entre los grupos de alto y bajo rendimiento académico con respecto al porcentaje de errores totales en la lectura de las tres tarjetas del test K-D de los movimientos sacádicos.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Como objetivo del estudio se planteó examinar si los movimientos sacádicos influyen en el rendimiento académico de matemáticas de los estudiantes de básica primaria.

174

De acuerdo con los resultados de la investigación, los estudiantes de alto rendimiento académico en matemáticas emplean menos tiempo en la lectura de la segunda tarjeta del test de movimientos sacádicos, lo cual, tal y como se ha reportado en investigaciones previas, facilita la comprensión lectora (López, 2015), agudiza el razonamiento y adquisición de conocimientos e influye en el rendimiento académico (Caso-Niebla y Hernández, 2007).

En el estudio, en cambio, no se encontraron diferencias significativas entre los grupos con alto y bajo rendimiento académico en relación con el porcentaje de problemas por tiempo total de lectura.

La hipótesis inicial de la investigación, que fue la de la existencia de diferencias significativas en los tiempos y el número de errores cometidos en la lectura del test de los movimientos sacádicos entre estudiantes con alto y bajo rendimiento académico, se confirma por la lectura de la segunda tarjeta, aunque en el referente al número de errores no se encontraron diferencias entre

los grupos. Estos resultados coinciden con los de Vidal (2015), quien encontró en su investigación relación entre el tiempo requerido en la lectura de un test de movimientos oculares y el rendimiento académico.

Generalizando, se puede establecer que el rendimiento académico y la comprensión lectora son aspectos estrechamente relacionados. En efecto, gran parte del desempeño escolar se basa en textos escritos, y, por tanto, en la habilidad de comprensión lectora. En este sentido, los resultados de este trabajo se muestran parcialmente coincidentes con los hallazgos de investigaciones anteriores, que han probado la relación existente entre los movimientos oculares y la comprensión lectora (Bucci *et al*, 2008; Okumura *et al*, 2006; Páez y Perea, 2007; Torcal, 2012; Zhang *et al*, 2012; Vargas, 2012).

Aunque la comprensión lectora y el rendimiento académico son fenómenos distintos, existen estudios que demuestran una fuerte relación entre ambos (Caso-Niebla y Hernández, 2007; Chávez, 2006; Palomino, 2011; Peralbo *et al*, 2009). En esta misma línea, los resultados de este trabajo coinciden con los de otros que encuentran una relación entre nivel lector y movimientos oculares, y que establecen que los buenos lectores tienden a mostrar un buen nivel en movimientos oculares (Torcal, 2012; Parras, 2012).

175

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bucci, M., Bremond, D. y Kapoula, Z. (2008). Poorbinocular coordination of saccades in dyslexia children. *Neurophthalmology, Graefes arch clin exp ophthalmol*, 246-417.
- Caso-Niebla, J. y Hernández, L. (2007). Variables que inciden en el rendimiento académico de adolescentes mexicanos. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 39(3), 487-501.

- Chávez, N. (2006). Comprensión lectora inferencial de textos especializados y el rendimiento académico de los estudiantes universitarios del primer ciclo. *Persona: Revista de la Facultad de Psicología*, (9), 31-75.
- GarridoHermoso, E. (2013). *Los movimientos sacádicos y su influencia en la lectura en Educación Primaria. Trabajo final inédito para la obtención del Máster en Neuropsicología y Educación*. La Rioja: Universidad Internacional de La Rioja. http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1990/2013_07_26_TFG_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- López Nieto, A. (2015). *Análisis de la comprensión lectora en el PIM y propuesta de mejora. Trabajo final inédito para la obtención del Máster en Intervención Psicopedagógica*. La Rioja: Universidad Internacional de La Rioja. http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3153/Alba_Lopez_Nieto.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Montés, R. y Ferrer, T. (2002). Características de los movimientos oculares durante la lectura. *Gaceta Óptica*, (360), 10-13.
- Montoya, L., Caro, J. y Aguirre, C. (2015). *Hacia la consolidación de comunidades de aprendizaje en las instituciones educativas. Monografía inédita para optar al título de Especialista en Gerencia Educativa*. Manizales: Universidad Católica de Manizales.
- Okumura, T., Wakamiya, E., Suzuki, S. y Tamai, H. (2006). [Saccadic eye movements in children with reading disorders]. No to hattatsu. *Brain and Development*, 38(5), 347-352.
- Olivera, S. (2015). *Movimientos sacádicos y atención visual en escolares según desempeño académico. Trabajo final inédito para la obtención del Máster en Neuropsicología y Educación*. La Rioja: Universidad Internacional de La Rioja. <http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3469/OLIVERA%20PLAZA%2c%20SILVIA%20LEONOR.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Páez, S. y Perea, Y. (2007). Relación entre el sistema de acomodación, el sistema de vergencias y los problemas de lecto-

- escritura en los niños de segundo a cuarto de primaria de un colegio de Bogotá. *Nova*, 5(7).
- Palomino, J. (2011). Comprensión lectora y rendimiento escolar: una ruta para mejorar la comunicación. *COMUNICACIÓN: Revista de Investigación en Comunicación y Desarrollo*, 2(2), 27-36.
- Parras Gonzalez, A. (2012). *Relación de los movimientos sacádicos con la velocidad y con la comprensión lectora en niños de educación primaria. Trabajo final inédito para la obtención del Máster en Neuropsicología y Educación*. La Rioja: Universidad Internacional de La Rioja. http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1323/2013_01_02_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Peralbo, M., Porto, A., Barca, A., Risso, A., Mayor, M. A. y García, M. (2009). *Comprensión lectora y rendimiento escolar: Cómo mejorar la comprensión de textos en secundaria obligatoria*. In *Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia*. Braga: Universidade do Minho 4127-4142.
- Pinto, J. (2014). *Relación entre los movimientos sacádicos, comprensión y velocidad lectora en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria. Un programa de intervención con nuevas tecnologías. Trabajo final inédito para la obtención del Máster en Neuropsicología y Educación*. La Rioja: Universidad Internacional de La Rioja. <http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3209/pinto.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Purves, D., Agustín, G., Fitzpatrick D, et col. (2001). *Neurociencia*. Segunda edición. Sunderland (MA): Sinauer Associates. USA.
- Tedesco, J. (2011). Los desafíos de la educación básica en el siglo XXI. *Revista Iberoamericana de Educación*, (55), 31-47.
- Torca, M. (2012). *Relación entre los movimientos sacádicos y la comprensión y velocidad lectora. Tesis de maestría inédita. Universidad Internacional de La Rioja*. https://www.researchgate.net/publication/271013208_Torca_M_G_2012_Relacion_entre_los_movimientos_sacadicos_y_la_comprehension_y_velocidad_lectora_Universidad_Internacional_de_La_

Rioja_TFM

Urtubia, C. (1996). *Neurobiología de la visión*. Barcelona: Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Vargas, G. (2012). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. *Revista Educación*, 31(1), 43-63.

Vidal, M. (2015). *Factores neuropsicológicos relacionados con fracaso escolar: Programa de intervención en secundaria*. <http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3243/VIDAL%20ELORTEGUI%2c%20MARIA%20ASUNCION.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Zhang, H., Yan, H., Kendrick, K. y Li, C. (2012). *Both lexical and non-lexical characters are processed during Saccadic Eye Movements*. Plos One. <http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0046383>

178

Cómo citar este capítulo:

Rincón Álvarez, G. A., Ramírez Leal, P. y Aguilar Barreto, A. J. (2018). Influencia de los movimientos oculares en el rendimiento académico de matemáticas. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, & J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.159-178). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

Las inteligencias múltiples como estrategia didáctica para mejorar el rendimiento académico de matemáticas en la básica primaria

179

Gerson Adriano Rincón Álvarez¹, Andrea Johana Aguilar Barreto²

* Capítulo de libro resultado del proyecto de investigación “influencia de las inteligencias múltiples en el rendimiento académico de matemáticas”.

1 Facultad de Educación, Artes y Humanidades - Universidad Francisco de Paula Santander. Licenciado en Matemáticas y Computación, UFPS. Especialista en computación para la docencia. Especialista en Estadística aplicada. Magíster en Neuropsicología. Docente de la Universidad Francisco de Paula Santander. Grupo de Investigación GIPEP – UFPS.
gersonadriano@gmail.com.

2 Licenciada en Lengua Castellana, Universidad de Pamplona. Abogada, Universidad Libre. Administradora, ESAP. Doctora en Educación, UPEL. PhD (c), innovación educativa y TIC. Especialista en Orientación de la conducta, Universidad Francisco de Paula Santander. Especialista en Administración Educativa, UDES. Tutora pedagógica para asuntos de lenguaje y Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional; Docente investigador de la Universidad Simón Bolívar.
andreitajaguilar@hotmail.com.

RESUMEN

La presente reflexión expone referentes teóricos e investigaciones realizadas que ponen en evidencia la relación entre las inteligencias múltiples y el rendimiento académico en general y especialmente con el área de matemáticas, también coloca en decisión de los docentes y padres de familias lectores una propuesta de aplicación de fortalecimiento de inteligencias múltiples que influyan en el rendimiento académico de matemáticas.

Palabras clave: inteligencias múltiples, rendimiento académico, referentes teóricos referentes investigativos

MULTIPLE INTELLIGENCES AS A DIDACTIC STRATEGY TO IMPROVE THE ACADEMIC PERFORMANCE OF MATHEMATICS IN PRIMARY SCHOOL

ABSTRACT

This reflection exposes theoretical framework and research conducted to demonstrate the relationship between multiple intelligences and academic performance in general and especially with the area of mathematics, also placed in decision teachers and parents readers families a proposal application strengthening of multiple intelligences that influence academic achievement in mathematics.

Keywords: multiple intelligences, academic performance, theoretical references concerning research

INTRODUCCIÓN

Desde 1986 Lee Shulman expone en su artículo "Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching" creando para la reforma educativa de esa época en los Estados Unidos la necesidad de profesionalizar la labor docente, acción obligatoria en los comienzos del siglo XXI, exigidas y planteadas por la sociedad mundial, latinoamericana y colombiana, que demanda en el profesor pasar de ser un simple dictador de conceptos o conocimientos a un innovador y recursivo indagador de nuevas aplicaciones didácti-

cas y enfoques pedagógicos, llevándolo a convertirse sobre todo a un investigador que analice y justifique, cuáles de los nuevos avances en las diferentes ciencias, contribuyen a alcanzar logros de competencias y desempeño de los estudiantes, favoreciendo y mejorando la labor docente.

Por ello, nuevas teorías psicológicas como la de inteligencias múltiples de Gardner (1983), despierta interrogantes en la comunidad científica docente sobre esta teoría, su relación con los estilos de aprendizaje y su influencia en los procesos de rendimiento académico, lo cual lleva a los docentes a la incursión de la aplicación de procesos de innovación didáctica, enmarcadas en nuevas acciones pedagógicas que incentiven el pensamiento crítico, enfatizado en los métodos educativos que promuevan el desarrollo de habilidades y competencias intelectuales en los estudiantes. Es una obligación de la transformación educativa en estas décadas del siglo XXI, donde se cambie la concepción de que la profesión docente es solo transmisión de conocimientos (Tedesco, 2011).

181

La teoría de Gardner (1983) y sus colaboradores propone que la inteligencia es un proceso influenciado por la naturaleza como por el desarrollo individual de las personas; en otras palabras, una persona tiene mayor facilidad de resolver un tipo de problemas, que otras, pero estas últimas tienen facilidad para solucionar otro tipo de problema que a la primera se le dificulta, llevándolos a concluir, de que existen diferentes tipos de inteligencias (Buchelli y González, 2011).

Por lo general, se consideraba la inteligencia como la capacidad de memorizar conceptos o resolver problemas matemáticos, pero a raíz de diferentes estudios sobre inteligencias realizados en las décadas de los ochenta, noventa y comienzos del siglo XXI,

han demostrado que personas con otras habilidades, fortalezas y destrezas, diferentes a las de resolver problemas matemáticos o de memorización de información, han sido y son exitosas en la solución de problemas y en su vida en general, influenciados por el contexto que los rodea (Brunal-Vergara, 2014).

182 Adicionalmente, considerando que países latinoamericanos como Chile, México, Uruguay, Costa Rica, Brasil, Argentina, Colombia y Perú en las pruebas como el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA), de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), que se realiza cada tres años, evidencian bajo desempeño, con especial énfasis en las pruebas realizadas en el 2012, en las que se evaluaron las áreas de matemáticas, lectura y ciencias, ocupando los puestos 51, 53, 55, 56, 58, 59, 62 y 65 respectivamente, entre 65 países. Colombia obtuvo en matemáticas un promedio de 376, y el promedio general de la prueba en esta área fue de 494, evidenciando un problema en la adquisición y aplicación de competencias matemáticas por parte de los estudiantes, y evidenciando falencias en las prácticas pedagógicas de los docentes (Bos, Ganimian y Vegas, 2014).

METODOLOGÍA

El estudio fue de tipo cuantitativo, con diseño no experimental *ex post facto*, pues no se manipulan variables, ni se cuenta con grupo experimental, ni de control. La variable dependiente es el rendimiento académico con dos niveles, alto y bajo y la variable independiente son las inteligencias múltiples. La investigación se realizó bajo un nivel descriptivo, el cual-desde lo expuesto por Arias (2006)-busca “caracterizar las dificultades observadas en una población de individuos, resaltando dejar aspectos como por-

centajes de aciertos, desaciertos, actividades realizadas, herramientas utilizadas, entre otros” (p.25).

Formulación de hipótesis

Teniendo en cuenta lo expuesto por estudios previos, consignados y descritos en el marco teórico se plantea la siguiente hipótesis:

Las inteligencias múltiples influirán positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes de tercero primaria; en otras palabras, a mayor nivel y puntaje en la inteligencia múltiple mayor puntaje en el rendimiento académico.

La población está conformada por los estudiantes de primaria de las instituciones públicas educativas del área metropolitana de la ciudad de Cúcuta, Colombia.

La muestra se tomará de forma probabilística a partir del muestreo por conglomerado multietápico representado por los municipios que conforman el área metropolitana de Cúcuta y dentro de estos, el conglomerado está representado por los cadeles que agrupan las instituciones públicas, y después escogiendo en muestreo aleatorio simple las instituciones que pertenecen a la muestra, y por último se realiza un muestreo aleatorio simple para escoger cuál es el curso de tercero primaria que conformarán la muestra. Dentro de cada curso se dividen los estudiantes en dos grupos de alto y bajo rendimiento en matemáticas, tomados por el informe académico dado por la institución.

Las variables principales que se van a medir son:

Para la variable inteligencias múltiples se aplicará el test de inteligencias múltiples, adaptación de Salli *et al.* (1999) explicada

en el modelo teórico de Gardner (1983). Se tiene en cuenta este test pues, aunque la muestra pertenece a niños de primaria, sus edades medias corresponden con las de alumnos de secundaria. Para cada una de las inteligencias se realizan diez preguntas, las cuales son contestadas por parte del estudiante en si está de acuerdo o se siente identificado marcando 1, si no está de acuerdo o no se identifica marcando 0, y si considera que algunas veces está de acuerdo 0,5. Con base a la suma total de los resultados de las preguntas en cada inteligencia, se calcula su nivel de dominancia en cada inteligencia.

184

La variable rendimiento académico se tomará por el informe dado por la institución en el año académico 2015. La Institución establece cuatro períodos de 10 semanas cada uno con un valor del 25 %; al finalizar cada período se realiza un reporte académico conformado por las asignaturas de: español, inglés, matemáticas, ciencias sociales, educación física, ciencias naturales, artística, ética, religión, tecnología y comportamiento social, para informar a la comunidad educativa el transcurrir académico de cada estudiante. Las calificaciones son dadas en un rango de 1 a 5, los estudiantes se distribuirán en dos grupos de acuerdo a su rendimiento académico por intermedio de la nota en el área de matemáticas.

RESULTADOS

Precisiones conceptuales

Aclarando conceptos, es preciso retomar el rendimiento académico, que se define como el nivel del logro alcanzado por un estudiante en un medioambiente educativo en general o asignatura en particular, midiéndose por intermedio de evaluaciones pedagógicas, enmarcadas en conjuntos de procedimientos planificados y

aplicados dentro del proceso educativo, con el fin de observar la información recopilada y valorar los alcances del estudiante, respecto a los objetivos establecidos por dicho proceso (Fernández, Aguilar, Vega y Martínez, 2008).

El rendimiento académico es la medida de las capacidades que una persona manifiesta como resultado de lo aprendido en un proceso de enseñanza, instrucción o formación (Pizarro, Clark, Toledo, y Muñoz, 1997).

El rendimiento académico no es algo único, si no se tiene que abordar necesariamente como un fenómeno complejo multifactorial exigiendo el análisis de múltiples factores que influyen en él. Como, por ejemplo, los factores socioeconómicos, afectivos, motivacionales, emocionales, influidos por las expectativas de los familiares, docentes y los mismos estudiantes frente a los logros deseados en el aprendizaje, los objetivos y perfiles de los planes y programas de estudio, las metodologías, pedagogías y didácticas empleadas en la enseñanza, los pre-conceptos o conocimientos previos que tienen los estudiantes como lo expone Benítez *et al.* (2000).

185

Basados en las anteriores definiciones es claro que el rendimiento académico es algo complejo influenciado por muchos factores, por ello es importante tener claro cómo los entes nacionales y regionales, encargados de la administración educativa, así como la misma institución educativa evalúan y escalafona a los estudiantes en el rendimiento académico.

Las inteligencias múltiples como elemento didáctico

Gardner (1983) propone una teoría muy interesante para clasificar la gran variedad de destrezas y habilidades presentes en los

seres humanos para solucionar problemas o crear instrumentos que faciliten la solución de dichos problemas en una o varias comunidades, llamadas inteligencias múltiples. Así mismo, considera que la inteligencia es la capacidad de la mente para construir productos que resuelvan problemas dentro de una o varias culturas, lo cual induce a que la inteligencia en el ser humano, no es algo innato con lo que se nace, sino también son capacidades, destrezas y habilidades que se desarrollan y reproducen dependiendo del contexto en el cual se vive.

Al presentar la inteligencia como un fenómeno complejo e interrelacionado entre la observación, atención, percepción, memoria, razonamiento, imaginación, deseos, costumbres, experiencia, relación entre quienes y lo que hay alrededor. Es la base y fortalecimiento de las inteligencias múltiples (Gardner, 1999).

186

Las ocho inteligencias múltiples que propone son las siguientes (Gardner, 1999):

Inteligencia lingüística. Destreza para utilizar la palabra y el lenguaje de forma oral o escrita de una manera muy efectiva. Esta inteligencia contiene la habilidad para usar la sintaxis, fonética, semántica y utiliza la retórica, la mnemónica, la explicación y el metalenguaje, usos pragmáticos del lenguaje. Inteligencia presente en escritores, poetas, periodistas y oradores. Los estudiantes que disfrutan de juegos con los sonidos del lenguaje o juegos de palabras, que gustan de la lectura de un libro, o en escribir cuentos o poemas. En algunos casos no son grandes escritores o lectores, pero sí son excelentes narradores, con buena memoria para los versos, las letras de canciones. Aprenden otros idiomas pronunciando las palabras u oyéndolas y viéndolas, son personas con habilidad o inteligencia lingüística (Armstrong, 2010). Se

localiza en los lóbulos temporal y frontal izquierdo (áreas de Wernicke y Broca). El área cerebral de Broca es la responsable de la producción de la palabra hablada y la de Wernicke su papel principal es la decodificación auditiva de la función lingüística y comprensión del lenguaje.

Inteligencia lógico-matemática. Presente en aquellas personas con destreza para utilizar los números en cuentas efectivamente con reflexiones adecuadas, incluyendo pasión por los razonamientos en las relaciones lógicas de conjunciones, disyunciones, implicación y equivalencia o los esquemas que estas proporcionan, abstracciones en funciones, facilidad en comprensión de símbolos matemáticos. En otras palabras, facilidad para establecer secuencias, razonamientos lógicos, realizar operaciones de conjuntos y agrupamientos, facilidad para comprensión de teorías matemáticas, realizar progresiones y secuencias. Inteligencia predominante en matemáticos, científicos, ingenieros y programadores informáticos, contadores y similares. Partes del cerebro donde se localizan es, lóbulos parietales izquierdos, las áreas temporal y occipital (Armstrong, 2010).

187

La inteligencia espacial. Destreza para visualizar y comprender el mundo que la rodea de manera exacta, con facilidad para pensar en tres dimensiones, consciente de percibir imágenes externas e internas, recrearlas, transformarlas o modificarlas, con sensibilidad por las formas, líneas, colores, espacios y relaciones existentes entre todos estos elementos, con capacidad de orientarse de manera adecuada en un mapa y recorrerlo tanto mental como físicamente, es decir, decodificar la información gráfica. Se localiza en el cerebro en las regiones posteriores del hemisferio derecho, relacionadas con la visión (Armstrong, 2010).

La inteligencia corporal-cenestésica. También llamada kines-tésica; son aquellas personas con habilidades para utilizar con destreza el cuerpo o manipular objetos con este. Esto quiere decir que cuenta con la coherencia de flexibilidad, destreza, equilibrio, velocidad y agilidad para solucionar problemas o expresar sentimientos e ideas por intermedio de su cuerpo o transformando cosas con sus manos. Presente en los deportistas que manipulan objetos con sus manos o piernas, por ejemplo, futbolistas o basquetbolistas. Se localiza en las regiones del cerebelo, ganglios basales y corteza motriz (Gardner, 1999).

188

Inteligencia musical. Capacidad de registrar, recrear e imitar música, por intermedio de la voz o un instrumento, se le facilita reproducir o crear tonos, ritmos y melodías tanto mental como físicamente, de tal forma que la acción de componer le surge de forma natural. Personas con habilidades para percibir, discriminar, transformar y expresar ritmos y música, sensibles al ritmo, el tono y timbre de melodías, canciones y música. Su localización cerebral se encuentra en el hemisferio derecho, lóbulo frontal y temporal (Armstrong, 2010)

Inteligencia interpersonal. Capacidad de entender, comprender a las otras personas, sus estados de ánimo, motivaciones, sentimientos e intenciones, incluyendo el entender expresiones faciales, tonos de voz, posturas y gestos, con la capacidad de responder de forma efectiva a estas señales en el momento preciso y justo. Inteligencia presente en actores, políticos, vendedores exitosos y buenos docentes. Son personas que entienden a la gente. Son líderes entre sus vecinos o compañeros. Se localiza en el cerebro en los lóbulos frontales (Rincón, 2010).

Inteligencia intrapersonal. Personas con entendimiento y comprensión de sí mismos, con la capacidad de dirigir y organizar su vida, basados en la autocomprensión, autodisciplina y autoestima, conociendo sus alcances y limitaciones; conoce sus emociones las controla y las adapta para guiar su conducta, identificando sus fortalezas y debilidades. Son buenos psicólogos, líderes religiosos, filósofos. Se localiza en el cerebro en los lóbulos frontales (Armstrong, 2010).

Inteligencia naturalista. Personas con gran sentimiento y amor por la naturaleza, entienden y protegen el mundo natural, las plantas, los animales; reconocen, distinguen y relacionan ciertas especies como integrantes de un grupo. Se les facilita y disfrutan de clasificar y reconocer las especies de animales y plantas, personas hábiles en el trabajo de cuidado de plantas y animales. En esta inteligencia se destacan los veterinarios, biólogos, expedicionarios, zoólogos, botánicos. Se localiza en el cerebro en el hemisferio derecho (Gardner, 2010). A continuación, se describe más detalladamente en qué consiste la relación entre las inteligencias múltiples y el rendimiento académico.

189

Inteligencias múltiples y rendimiento académico

Rincón (2010), en su proyecto inteligencias múltiples y rendimiento académico en alumnos de educación básica, halló correlación positiva significativa entre inteligencias múltiples y rendimiento académico, sobresaliendo que la inteligencia matemática era predictora de buen rendimiento académico.

Siempre se pensó que la inteligencia medida en términos de cociente intelectual y la voluntad eran los únicos factores del ren-

dimiento académico, pero se observó que estos solo explicaban entre el 10 % y 20 % del éxito académico, lo que deduce que un alto porcentaje (entre el 80 % y el 90 %) es explicado por otros factores, entre esos posiblemente la inteligencia emocional como parte de las inteligencias múltiples (Otero, Martín, León y Vicente, 2009).

Se observó una correlación positiva y significativa de la inteligencia lógico-matemática con el desempeño académico general pero especialmente con el rendimiento en matemáticas, evidenciándose niveles significativamente mayores en la inteligencia lógico-matemática en estudiantes talentosos (Cerdeña, Ortega y Pérez, Flores y Melipillán 2011; Bermejo, Sainz, Ferrando, Prieto y Ferrándiz, et al, 2008; Ferrándiz, et al, 2010; Kornilova, Kornilov y Chumakova, 2009).

190

García (2012), en su proyecto inteligencias múltiples, creatividad y rendimiento académico en educación secundaria, consiguió correlación positiva significativa entre la inteligencia emocional intrapersonal y el rendimiento académico, pues los estudiantes con alto nivel de inteligencia emocional intrapersonal pertenecían al grupo de alto rendimiento académico, mientras que los que tenían bajo nivel de esta inteligencia tenían también bajo rendimiento académico.

Aquellas personas que son capaces de adaptarse y resolver problemas de una manera más eficiente y adecuada a una cultura determinada, tienden a tener varias inteligencias predominantes (Gardner, 1999), lo cual podría inferirnos que aquellos estudiantes con una mayor cantidad de inteligencias predominantes puedan presentar un alto rendimiento académico.

Aunque desde hace muchos años la teoría de las inteligencias múltiples existe, y se evidencian relaciones entre los altos niveles de estas y el éxito académico (Cerda, et al, 2011; Ferrándiz, et al, 2008; Ferrándiz, et al, 2010; García, 2012; Kornilova, et al, 2009; Rincón, 2010), por lo planteado en los párrafos anteriores es de gran importancia en la educación colombiana, en especial en la nortesantandereana y cucuteña la necesidad de ahondar en estudios que identifiquen nuevas e innovadoras estrategias que posibiliten una mayor comprensión y adquisición de conocimientos por parte de los estudiantes.

Por lo expuesto anteriormente, es clara la necesidad que en las diferentes regiones de Latinoamérica y Colombia se realicen estudios y apliquen estrategias gubernamentales, institucionales o individuales de esta teoría que busquen el fortalecimiento académico de los estudiantes.

191

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Propuesta de intervención

Basados en los diferentes estudios planteados anteriormente, se puede concluir que las inteligencias múltiples influyen en el rendimiento académico de los estudiantes. Por ello, se propone el siguiente programa de actividades para mejorar las inteligencias múltiples.

Es bueno aclarar la necesidad que el programa se realice de forma lúdica y entretenida para el estudiante, teniendo mucho cuidado de que no lo vea como algo obligado y monótono, pues de la constancia y dedicación de ellos dependen los buenos re-

sultados. La aplicación del programa tendrá una duración de tres meses y será realizado por el profesor titular del curso, de lunes a viernes por un tiempo estimado de 10 minutos; las actividades de refuerzo serán para todos los estudiantes por cursos en los grados de primaria. Al perfeccionar estas habilidades se espera que repercuta positivamente en su rendimiento académico en general pero especial en el de matemáticas.

En lo posible hay que involucrar e implicar a los padres de familia en el proyecto para que de manera voluntaria realicen las mismas actividades los días que los estudiantes no asisten al colegio como fines de semana o días festivos.

192 Al comienzo de la propuesta se recomienda la aplicación del test de inteligencias múltiples para observar en qué nivel de cada una de las inteligencias múltiples se encuentra cada estudiante. Al finalizar los tres meses se realizará la evaluación del proyecto de intervención realizando de nuevo el test de inteligencias múltiples; en caso de que los avances sean mínimos o nulos, se aplicará por otros tres meses el proyecto adecuando, transformando o cambiando las actividades que se consideren necesario modificar.

Actividades para mejorar las inteligencias múltiples

Se proponen algunas actividades para mejorar los niveles de inteligencias múltiples, en especial la propuesta profundiza en el desarrollo de las siguientes habilidades matemáticas:

- Observación de tamaños y formas diferentes.
- Manipulación y modelación de diferentes objetos.

- Contar y resolver pequeños problemas realizando operaciones sencillas.
- Observar e identificar formas geométricas en la naturaleza.
- Utilizar los sentidos de la vista, el oído y el tacto como canales para llegar al razonamiento e introducción al método científico: problema, hipótesis, experimento, observación y verificación.
- Construir modelos y razonar sobre construcciones tridimensionales usando Tangram.

Construir objetos a base de figuras geométricas

La primera actividad consiste en crear objetos a partir de figuras geométricas, por ejemplo, camiones, tractomulas, casas, árboles, escritorios. Se organizan en grupos de cuatro estudiantes y crean carteles con los objetos, las cuales serán expuestos y los integrantes de los grupos explicarán cómo los construyeron.

193

Construcción de presupuesto

Reunirse en grupos de dos estudiantes, sacar una lista con los gastos que realizan diariamente en el colegio, como transporte, recreo etc., y a partir de ello, crear el presupuesto de gastos de la semana y del mes.

Crear un cuento

El estudiante creará un cuento a través de un diagrama de barras direccionado en una línea de tiempo, que tenga como eje principal la historia de su vida, resaltando los sucesos principales con sus fechas donde se especifique los años, meses y días desde el

nacimiento hasta el momento del evento, y los años meses y días hasta la actualidad.

Actividades favoritas

Se organiza a los estudiantes en grupos de cuatro; realizarán carteleras para exponer en el salón tablas y gráficas estadísticas de las categorías de las actividades favoritas de los integrantes del salón. Por ejemplo, por intermedio de pictogramas, la frecuencia de los artistas favoritos, o de la música preferida, o el deporte más practicado, etc.

Salidas

194 Realizar con los estudiantes, salidas del salón de clase, al patio de descanso o a las zonas verdes o las canchas de la institución donde ellos puedan observar variedad de objetos con diferentes formas; se les pide que identifiquen las figuras geométricas y patrones simétricos que se ven en los objetos y los consignent y dibujen en el cuaderno de actividades.

Adivinanzas lógicas

Se distribuirán a los estudiantes en grupos para dar solución a varias adivinanzas de lógica. Se discutirá al interior del grupo la mejor respuesta; después, cada grupo explicará la solución que se considera la mejor planteando un debate entre todos los estudiantes para escoger la mejor solución de las esbozadas por todos los grupos. Estas adivinanzas son problemas lógicos, cuyo objetivo es que los estudiantes razonen de un modo lógico y estimulen su creatividad para encontrar la solución. Unos ejemplos de adivinanzas lógicas son:

Un gato parado en una ventana de un décimo piso, salta y cae sin sufrir ningún daño, dar una explicación lógica de lo sucedido.

Un carro se encuentra parado apuntando hacia el sur en una carretera recta. El chofer se sube y empieza a conducir, después de un tiempo, se encuentra a 1 km hacia el norte del punto de partida, den una explicación a lo sucedido.

Observación de plantaciones

Buscar una plantación de hortalizas, o de cultivos en general, observando su agrupación por filas, para deducir por intermedio de las multiplicaciones necesarias la cantidad de plantas que existen del cultivo.

Juegos

195

Enseñar a jugar ajedrez y realizar competencias entre los estudiantes de este juego para reforzar el pensamiento lógico y estratégico del estudiante.

Competencia de juegos de dominó agudiza la paridad de números y el conteo de fichas a los estudiantes.

CONCLUSIONES

En consecuencia a lo expuesto, este estudio finaliza con el diseño del siguiente test que puede resultar valioso en la medición y seguimiento de las inteligencias múltiples, así:

Cuadro 1
Test de inteligencias múltiples.

1 – Inteligencia naturalista	Puntuación
Disfruto clasificando cosas según sus características comunes.	
Los asuntos ecológicos son importantes para mí.	
El senderismo y el camping me divierten.	
Me gusta cuidar las plantas.	
Creo que preservar nuestros parques naturales es importante.	
Colocar las cosas dándole una jerarquía u orden tiene sentido para mí.	
Los animales son importantes en mi vida.	
Reciclo los envases, el vidrio, el papel etc...	
Me gusta la biología, la botánica y la zoología.	
Paso gran parte del tiempo al aire libre.	
Total puntos	
2 – Inteligencia musical	Puntuación
Aprendo fácilmente ritmos.	
Me doy cuenta si la música suena mal o está desentonada.	
Siempre he estado interesado en tocar un instrumento o en cantar en un grupo musical o coro.	
Me resulta fácil moverme según un ritmo concreto.	
Soy consciente de los ruidos ambientales (Ej. La lluvia en los cristales, el tráfico en las calles, etc...).	
Recuerdo las cosas poniéndoles un ritmo.	
Me resulta difícil concentrarme mientras escucho la radio o la televisión.	
Me gustan varios tipos de música.	
Suelo canturrear o tamborilear sobre la mesa sin darme cuenta.	
Me resulta fácil recordar canciones líricas.	
Total puntos	
3 – Inteligencia lógico-matemática	Puntuación
Guardo mis cosas limpias y ordenadas.	
Las instrucciones paso a paso son una gran ayuda.	
Resolver problemas es fácil para mí.	

Me siento mal con la gente que es desorganizada.

Puedo realizar cálculos mentales rápidamente.

Los puzzles que requieren razonamiento son divertidos.

No puedo comenzar un trabajo hasta que todas mis dudas se han resuelto.

La organización me ayuda a tener éxito.

Me gusta trabajar con las hojas de cálculo o las bases de datos del ordenador.

Las cosas que hago tienen que tener sentido para mí.

Total puntos

4 - Inteligencia interpersonal

Puntuación

Aprendo mejor en grupo.

No me importa, e incluso me gusta dar consejos.

Estudiar en grupo es beneficioso para mí.

Me gusta conversar.

Me preocupo por los demás.

Las tertulias de la radio y la televisión son agradables.

Me gustan los deportes de equipo.

Tengo dos o más buenos amigos.

Los clubes y las actividades extraescolares son divertidas.

Presto atención a los asuntos sociales y a sus causas.

Total puntos

5 – Inteligencia física y cinestésica

Puntuación

Me gusta hacer manualidades.

Me cuesta estar sentado mucho tiempo.

Me gustan los deportes y los juegos al aire libre.

Valoro la comunicación no verbal (gestos, miradas, lenguaje de signos).

Un cuerpo en forma es importante para una mente en forma.

Las habilidades artísticas (danza, mimo, alfarería, etc.), son divertidos pasatiempos.

Imito gestos y movimientos característicos de otras personas con facilidad.

Me gusta desarmar cosas y volverlas a armar.

Vivo un estilo de vida activo.

Aprendo haciendo, necesito tocarlo todo.

Total puntos

6 – Inteligencia lingüística	Puntuación
------------------------------	------------

Me gusta leer toda clase de cosas.

Tomar apuntes me ayuda a recordar y comprender.

Me gusta comunicarme con mis amigos a través de cartas, *emails* o mensajes.

Me resulta fácil explicar mis ideas a otros.

Tengo buena memoria para los lugares, fechas, nombres, etc...

Pasatiempos como los crucigramas y las sopas de letras son divertidos.

Escribo por placer.

Me gusta jugar con palabras como los anagramas, las palabras encadenadas, etc...

Me interesan los idiomas.

Me gusta participar en los debates y en las exposiciones en público.

Total puntos

7 – Inteligencia intrapersonal	Puntuación
--------------------------------	------------

Me gusta saber y replantearme mis creencias morales.

Aprendo mejor cuando el tema "toca mis sentimientos".

La justicia es importante para mí.

Suelo aprender de los errores y aciertos que he tenido en mi vida.

Puedo expresar fácilmente cómo me siento.

Trabajar solo puede ser tan productivo como trabajar en grupo.

Antes de aceptar hacer algo necesito saber por qué tengo que hacerlo.

Cuando creo que algo vale la pena me esfuerzo al cien por cien.

Me gusta participar de las causas que ayudan a otros.

Me afectan e importan los comentarios que los demás hagan de mí.

Total puntos

8 – Inteligencia viso-espacial	Puntuación
--------------------------------	------------

Puedo imaginar ideas en mi mente.

Reordenar y cambiar la decoración de mi cuarto es divertido para mí.

Me resulta fácil interpretar y leer mapas y diagramas.

Me gusta ver películas, diapositivas y otras presentaciones visuales.

Aprendo más a través de imágenes que leyendo.

Los rompecabezas y puzles en tres dimensiones me divierten mucho.

Suelo dibujar en los libros y cuadernos sin darme cuenta.

Pintar y dibujar son cosas divertidas para mí.

Comprendo mejor las cosas a través de gráficos y tablas.

Recuerdo las cosas imaginándomelas visualmente.

Total puntos

Fuente: Elaboración propia

Es bueno aclarar que estudios previos encontraron relación entre otras inteligencias múltiples y el rendimiento académico, como por ejemplo la inteligencia interpersonal (Otero, *et al.*, 2009; García, 2012).

Estudios como los realizados por Cerda, *et al.* (2011), Ferrándiz, *et al.* (2008), Kornilova, *et al.* (2009), encontraron correlación positiva entre la inteligencia lógico-matemática y el éxito escolar, en especial en el área de matemáticas.

Continuando con esta misma línea, los resultados también son acordes con los estudios de Ferrándiz, *et al.* (2010), Flanagan y Arancibia (2005), Onrubia (2003) que concluyen que los estudiantes superdotados o talentosos presentan niveles de inteligencia lógico-matemática significativamente superiores.

Gardner (1999) expone que las personas con inteligencias multi-modal o con varias inteligencias predominantes presentan mejor adaptación y desempeño eficiente en la solución de problemas dentro de una comunidad específica.

Por lo expuesto anteriormente es bueno aclarar que existe evidencia suficiente de los diferentes estudios empíricos de la relación e influencia de las inteligencias múltiples en el rendimiento académico de los estudiantes, por ello es importante implementar y aplicar propuestas de intervención que busquen fortalecerlas que influyan en el mejoramiento del rendimiento académico en matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar-Barreto, A.J. (2017). La educación en Colombia: Históricamente un elemento para el desarrollo Social. En *Derechos humanos desde una perspectiva socio-jurídica*. Maracaibo, estado Zulia, República Bolivariana de Venezuela: Publicaciones Universidad del Zulia.
- Arias, F. (2006). *El proyecto de Investigación. Introducción a la metodología científica*. Caracas: Editorial Episteme.
- 200 Armstrong, T. (2010). *Inteligencias múltiples en el aula: guía práctica para educadores*. Barcelona: Paidós.
- Benítez, M., Gimenez, M. y Osicka, R. (2000). *Las asignaturas pendientes y el rendimiento académico: ¿existe alguna relación?* red. Recuperado en: <http://fai.unne.edu.ar/links/LAS,2>
- Bos, M., Ganimian, A. y Vegas, E. (2014). *América Latina en PISA 2012 ¿Cuánto mejoró la región?*
- Brunal-Vergara, B. (2014). *Evaluación de las inteligencias múltiples y estilos de aprendizaje en Primaria*.
- Buchelli, V. y Gonzales, F. (2007). Herramienta informática para vigilancia tecnológico-VIGTECH. *Revista avances en sistemas e informática*, 4(1). Medellín: Universidad Nacional de Colombia, junio 2007.
- Cerda, G., Ortega Ruiz, R., Pérez Wilson, C. E., Flores, C. y Melipillán, R. (2011). *Inteligencia lógica y rendimiento académico en matemáticas: un estudio con estudiantes de Educación Básica y Secundaria de Chile*.
- Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M. y Prieto, M. D.

- (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de Psicología*, 24(2), 213-222.
- Ferrándiz, C., Prieto, D., Fernández, C., Soto, G., Ferrando, M. y Badía, M. (2010). Modelo de identificación de alumnos con altas habilidades de educación secundaria. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 13(1), 63-74.
- Flanagan, A. y Arancibia, V. (2005). Talento académico: un análisis de la identificación de alumnos talentosos efectuada por profesores. *Psykhé*, 14(1), 121-135.
- García, C. (2012). *Inteligencias múltiples, creatividad y rendimiento académico en educación secundaria*. Badajoz: UNIR.
- Gardner, H. (1983) *Frames of Mind. The Theory of Multiple Intelligences*. Nueva York, Basic Books (Versión castellana (2001): Estructuras de la Mente. La Teoría de las Inteligencias Múltiples. México, FCE).
- Gardner, H. (1999). *Intelligence Reframed: Multiple Intelligences for the 21st Century*. Nueva York, Basic Books (Versión castellana, 2001: La Inteligencia Reformulada. Las Inteligencias Múltiples en el Siglo XXI. Barcelona, Paidós).
- Kornilova, T., Kornilov, S. y Chumakova, M. (2009). Subjective evaluations of intelligence and academic self-concept predict academic achievement: evidence from a selective student population. *Learning and Individual Differences*, 19(4), 596-608.
- Onrubia, J. (2003). Las aulas como comunidades de aprendizaje: una propuesta de enseñanza basada en la interacción, la cooperación y el trabajo en equipo. *Cooperación Educativa kikiriki*, 68, 37-46.
- Otero, C., Martín, E., León, B. y Vicente, F. (2009). Inteligencia emocional y rendimiento académico en estudiantes de enseñanza secundaria. Diferencias de género. Revista Galego-portuguesa de Psicoloxía e educación: *Revista de estudos e investigación en Psicología y educación*, 17, 275-286.
- Pizarro, R., Clark, S., Toledo, M. y Muñoz, M. (1997). Síntesis y evaluación experimental simultáneas de automaticidad en

lectura y currículum del hogar: Dos metodologías potenciadoras del rendimiento académico lector. *Paper Presentado en el Encuentro por la Unidad de los Educadores Latinoamericanos Pedagogía, 97*, 3-7.

Rincón, D. (2010). Inteligencia Emocional del Gerente Educativo y su Desarrollo Personal. *Revista Mexicana de Orientación Educativa, 7*(18).

Tedesco, J. C. (2011). Los desafíos de la educación básica en el siglo XXI. *Revista Iberoamericana de Educación, (55)*, 31-47.

Cómo citar este capítulo:

Rincón Álvarez, G. A y Aguilar Barreto, A. J. (2018). Las inteligencias múltiples como estrategia didáctica para mejorar el rendimiento académico de matemáticas en la básica primaria. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, & J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.179-202). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

Obstáculos epistemológicos presentes en estudiantes de cálculo diferencial

Raúl Prada Núñez¹, César Augusto Hernández Suárez²,
Andrea Johana Aguilar Barreto³

203

* Capítulo de libro resultado del proyecto de investigación "Concepción alrededor de los conceptos básicos del cálculo diferencial en estudiantes universitarios".

- 1 Facultad de Educación, Artes y Humanidades - Universidad Francisco de Paula Santander. Profesor Investigador de la Universidad Francisco de Paula Santander. Máster Universitario en Ingeniería de Análisis de Datos, Mejora de Procesos y Toma de Decisiones. Magíster en Matemáticas, mención educación matemática. Especialista en Estadística Aplicada. Licenciado en Matemáticas y Computación. Grupo de Investigación GIPEPP-UFPS. Grupo de Investigación GIPEPP. raulprada@ufps.edu.co
- 2 Facultad de Educación, Artes y Humanidades - Universidad Francisco de Paula Santander. Profesor Investigador y líder del Grupo de Investigación en Pedagogía y Prácticas Pedagógicas (GIPEPP). Magíster en enseñanza de las ciencias básicas, mención Matemática. Especialista en Docencia en Matemática. Especialista en Computación para la Docencia. Especialista en Práctica Pedagógica Universitaria. Licenciado en Matemáticas y Computación. Grupo de Investigación en Pedagogía y Prácticas Pedagógicas (GIPEPP), Universidad Francisco de Paula Santander. cesaraugusto@ufps.edu.co
- 3 Licenciada en Lengua Castellana, Universidad de Pamplona. Abogada, Universidad Libre. Administradora, ESAP. Doctora en Educación, UPEL. PhD (c), Innovación Educativa y TIC. Especialista en Orientación de la conducta, Universidad Francisco de Paula Santander. Especialista en Administración Educativa, UDES. Tutora pedagógica para asuntos de lenguaje y Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional; Docente investigador de la Universidad Simón Bolívar. andreitajaguilar@hotmail.com

RESUMEN

Son muchas las investigaciones que se han realizado teniendo como objetivo la identificación de las dificultades que poseen los estudiantes en el proceso de aprendizaje de los diversos conceptos matemáticos. Algunas han resaltado que el proceso de enseñanza de los conocimientos matemáticos por parte de los docentes en la educación secundaria y media se ha limitado a una expresión minimalista de procesos algebraicos que en nada aportan al entendimiento y apropiación de estos conocimientos de origen abstracto. Los estudiantes matriculados en programas de ingeniería que ingresan a la universidad deben enfrentarse de inmediato a un curso de Cálculo Diferencial, que requiere de un estudiante competente en los pensamientos numérico, variacional y espacial. Este documento identifica los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes de programas de la Facultad de Ingeniería al inicio de proceso del formación académica en la Universidad Francisco de Paula Santander de Cúcuta - UFPS; entendido el obstáculo epistemológico como un conocimiento anterior que impide la apropiación de un nuevo saber. Se diseñó un instrumento que incorpora una serie de actividades que utilizan diversos registros de representación semiótica tendientes a determinar el nivel de apropiación que poseen los estudiantes alrededor de conceptos como función real, límite, continuidad, derivada y problemas de optimización. De los principales hallazgos se resalta la presencia de una amplia gama de concepciones en todos los pensamientos y conceptos que interfieren en el proceso de entendimiento y aprehensión académica, desencadenando en altos índices de pérdida, cancelación y repitencia.

Palabras clave: obstáculos epistemológicos, función, límite, continuidad, derivada.

EPISTEMOLOGICAL OBSTACLES PRESENT IN STUDENTS OF DIFFERENTIAL CALCULUS

ABSTRACT

Many investigations have been carried out taking into account the goal of identifying the difficulties that students in the process of learning the various mathematical concepts. Some have provided the process of teaching mathematical knowledge by teachers in

secondary and secondary education, has been limited to a minimalist expression of algebraic processes that in no way provided knowledge and appropriation of this knowledge of abstract origin. Students enrolled in engineering programs entering college must immediately face a Differential Calculus course, which requires a competent student in numerical, space and spatial thinking. This document identifies the epistemological obstacles that the students of the programs of the Faculty of Engineering present at the beginning of the process of academic formation in the SPUF; understood the epistemological obstacle as an earlier knowledge that prevents the appropriation of a new know. An instrument was designed that incorporates a series of activities that resemble semiotic representation registers that allow students to determine the level of appropriation that students possess in concepts such as real function, limit, continuity, derivative and optimization problems. The main findings highlight the presence of a wide range of concepts in all processes that interfere in the learning process and academic apprehension, triggering high rates of loss, cancellation and repetition.

Keywords: epistemological obstacles, function, limit, continuity, derivative.

205

INTRODUCCIÓN

Todo estudiante que ingresa al sistema de educación superior debe iniciar su formación académica superando como mínimo un curso de Matemáticas en programas de formación socio-humanista, y tres o más cursos en programas de Ingeniería, en el que se tratan diversos conceptos que ya han sido tratados en su formación secundaria y media vocacional; pero el haberlos tratado en cursos anteriores de colegio pareciera que en ningún momento les garantiza el entendimiento y la obtención de resultados favorables en la universidad, posiblemente debido a que el proceso de enseñanza se ha limitado a la realización de procesos mecánicos asociados con el desarrollo de competencias del pensamiento

variacional, lo que se convierte tal como lo afirma Hitt (2003), en dificultad para poder comprender el cálculo sin haber desarrollado habilidades que le favorezcan la construcción de sus propios conceptos. Frente a esta dificultad se debe procurar la comprensión de los conceptos matemáticos, luego se esperaría que un adecuado proceso de enseñanza en el aula propenda por el uso y articulación coherente (libre de errores) de los diversos registros de representación semiótica.

206

Lo anterior coincide con el interés que han mostrado los investigadores en el campo de la educación matemática con respecto al escaso dominio que poseen los estudiantes alrededor de los conceptos matemáticos al finalizar su proceso de formación en educación media; evidencia de esto son los resultados obtenidos por Colombia en pruebas internacionales como por ejemplo el *Trend in International Mathematics and Science Study-TIMSS* o pruebas PISA, donde el promedio de los estudiantes del país ha estado dominado por la media general de la prueba. En este sentido, Palacios (2012) afirma que toda investigación que se oriente a la identificación de dificultades de aprendizaje para mejorar la calidad de la educación siempre será de interés prioritario, por tanto todas las acciones que se puedan realizar tendientes a identificar las dificultades que exhiben los estudiantes, a identificar las buenas o no tan buenas prácticas docentes, al análisis del proceso evaluativo, a la caracterización de los recursos didácticos utilizados en el aula por parte de los docentes, entre otros aspectos; todos aportan información valiosa tendiente a la transformación de las prácticas docentes y al mejoramiento del proceso enseñanza-aprendizaje.

Una pregunta a responder es ¿Cuáles factores intervienen en los procesos de enseñanza que mejoran el aprendizaje de los estu-

diantes? Para iniciar el abordaje de este tema se cita a Santos (1994) al explicar que el tipo de actividades que fomenta el docente en el aula de clase necesariamente influye en el tipo de aprovechamiento que los estudiantes evidencien en el desarrollo de procesos de entendimiento o resolución de problemas.

En muchas ocasiones –como lo menciona Hitt (2003)– el docente presenta en el aula ejemplos asociados a situaciones de la vida real para introducir los conceptos matemáticos, pero si dichos ejemplos no han sido bien diseñados como por ejemplo: la edad de un padre es equivalente al doble de la edad de su hijo aumentado en diez. El enunciado anterior propone una incoherencia lógica que no se ajusta a la realidad debido a que el estudiante puede razonar cuando el hijo tiene edad de cero años su papá tendría entonces 10 años.

Luego, este tipo de ejemplos que puede surgir de la necesidad del docente de presentar una situación en contexto en el aula (pero sin haberla preparado) seguramente desencadenarán en la apropiación limitada y posiblemente errónea en el estudiante. Por ello se recomienda la utilización de ejercicios muy bien pensados que no propicien inconsistencias para alcanzar el objetivo propuesto que es el de llevar a los estudiantes a un nivel más profundo de entendimiento del conocimiento donde evidencien el campo de aplicación de los conceptos en situaciones cotidianas.

Otro problema que se desprende de la incorporación de este tipo de situaciones no preparadas, es generar en el estudiante la insensibilidad a incoherencias y contradicciones lógicas al obtener un resultado. Con lo afirmado en este párrafo se desea hacer énfasis en el hecho de que la presencia de dificultades en el manejo de los conceptos matemáticos no recae solo en el estudiante y en

sus capacidades, sino que el aprendizaje del estudiante termina siendo el producto de las dificultades conceptuales o las mismas concepciones presentes en los docentes que han orientado su proceso educativo.

REFERENTES TEÓRICOS E INVESTIGATIVOS

La actual investigación se fundamenta en el trabajo teórico expuesto por dos investigadores en el campo de la Educación Matemática; por una parte se cuenta con los trabajos de Artigue (1990) "*Epistemología y didáctica. Investigaciones en Didáctica de las Matemáticas*", Artigue (1995) "*Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*", y el trabajo desarrollado por Vergnaud (1990) "*La teoría de los campos conceptuales*". A continuación se presentan los elementos más relevantes de los trabajos en mención que se relacionan fuertemente con el fin del proceso investigativo.

208

En lo concerniente a la *teoría de los campos conceptuales*, Vergnaud (1990) afirma que es una teoría que estudia los procesos mentales implicados en el proceso de aprendizaje, que pretende proporcionar un marco que permita comprender las filiaciones y las rupturas entre conocimientos. La teoría de los campos conceptuales no es específica de las matemáticas, pero ha sido elaborada primeramente para dar cuenta de procesos de conceptualización progresiva de las estructuras aditivas, multiplicativas, relaciones número-espacio, y del álgebra.

Dos definiciones esenciales en la teoría de los campos conceptuales son concepto y esquema. Para que un concepto sea entendido y apropiado por el estudiante no puede ser reducido a su definición. Para que un concepto adquiera sentido en el estudiante se requiere de la implementación en el aula por parte del docente

de una serie de situaciones didácticamente diseñadas con el fin de que los estudiantes vean en ellas un espacio de aplicación de ese saber. Este proceso demanda enfrentar al estudiante a varios tipos de situaciones, algunas para las que le resultan rutinarias, puesto que ya han sido abordadas con anterioridad y de las cuales se puede considerar competente para resolverlas. Por otra parte, están aquellas situaciones que le resultan novedosas, que lo obligan a reflexionar, a explorar alternativas de solución, que en algunos casos lo pueden llevar al éxito o en otros, al fracaso. El valor que aportan estas situaciones novedosas en el estudiante es que lo obligan a pensar antes de actuar, y sin importar si llega a la respuesta correcta o no, siempre le aportarán una experiencia de aprendizaje al estudiante.

Con lo mencionado en el párrafo anterior de los dos tipos de situaciones surge como elemento complementario el identificar el esquema utilizado por el estudiante en el momento de buscar la solución al problema propuesto. En el caso de las situaciones ya conocidas por el estudiante, el esquema adoptado resulta único y muy seguramente se ejecuta de forma automática sin ningún proceso de razonamiento previo. En cambio, cuando el estudiante se enfrenta a situaciones no rutinarias o novedosas, surge el reto de buscar una solución que seguramente demanda acomodar, separar o combinar varios esquemas ya conocidos. Vergnaud (1990) afirma que un esquema es una organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada. En los esquemas es donde se deben investigar los conocimientos en acto del sujeto, es decir, los elementos cognitivos que permiten a la acción del sujeto ser operatoria.

El funcionamiento cognitivo del estudiante implica la realización de operaciones que se automatizan progresivamente (como por

ejemplo el cambiar de signo cuando se cambia de miembro en una igualdad con el fin de aislar una variable) y de decisiones conscientes que permiten tener en cuenta valores particulares de las variables de la situación. La fiabilidad del esquema para el estudiante reposa en última instancia sobre el conocimiento que tiene, explícito o implícito, de las relaciones entre el algoritmo y las características del problema a resolver.

La automatización es evidentemente una de las manifestaciones más visibles del carácter invariante de la organización de la acción. Pero una serie de decisiones conscientes puede también constituir el objeto de una organización invariante para una clase de situaciones dadas. Por otra parte, la automatización no impide que el sujeto conserve el control de las condiciones bajo las cuales tal operación es apropiada o no. De hecho, las conductas en general reflejan una parte de automaticidad y una parte de decisión consciente.

210

Se puede llegar a pensar que los algoritmos son esquemas, o también que los esquemas son objetos del mismo tipo lógico que los algoritmos: les falta eventualmente la efectividad, es decir, la propiedad de lograr el fin con seguridad en un número finito de pasos. Los esquemas son frecuentemente eficaces, pero no siempre efectivos. Cuando un niño utiliza un esquema ineficaz para una cierta situación, la experiencia le conduce, bien a cambiar de esquema, bien a modificarlo.

Un esquema reposa siempre sobre una conceptualización su- puesta que en algunos casos puede afectar el resultado de su aplicación sin ser errores derivados de su propia aplicación. Por ello la observación de los estudiantes, al momento de resolver problemas, el análisis de sus dudas y de sus errores, muestra que

las conductas en situación abierta son igualmente estructuradas por los esquemas. Estos son tomados del vasto repertorio de esquemas conocidos y especialmente de los que están asociados a las clases de situaciones que parecen tener una semejanza con la situación propuesta.

Finalmente, las conductas que exhibe el estudiante al enfrentarse a una situación propuesta se apoyan en el conjunto de esquemas disponibles y ya conocidos; luego, no se puede teorizar sobre el funcionamiento cognitivo sin considerar la existencia de los obstáculos epistemológicos mencionados por Bachelard y Babini (1972). Para los autores, abordar la noción de obstáculos epistemológicos, cuando se buscan las condiciones psicológicas de los progresos científicos, permite la pronta convicción que estos están en términos de los obstáculos que debe plantear el problema del conocimiento científico. Y no se preocupa por considerar los obstáculos externos como la complejidad y la fugacidad de los fenómenos, ni de incriminar la debilidad del sentido y del espíritu humano: es dentro del acto mismo del conocimiento, íntimamente, que aparecen, por una clase de necesidad funcional, las lentitudes y los problemas. Aquí se muestran las causas de estancamiento, e incluso de regresión, descubriendo las causas de la inercia que se llaman los *obstáculos epistemológicos*. El conocimiento de lo real es una luz que proyecta siempre algunas sombras. Ella no es inmediata y nunca plena. Las revelaciones de lo real son siempre recurrentes. Lo real no será jamás *aquello* que podamos creer pero esto es aquello que siempre debemos pensar. El pensamiento empírico es claro, sobre todo, cuando el aparato de razones ha estado puesto a punto. En correspondencia con un pasado de errores, se encuentra la verdad en un verdadero arrepentimiento intelectual. De hecho, conocemos, en contra de un conocimiento anterior, en destrucción de conocimientos mal

hechos, en dominación dentro del espíritu mismo, que obstaculiza la espiritualización.

Posteriormente, Brousseau (1983), en la conferencia Internacional para la mejora de la enseñanza de la matemática-CIEAEM en *Louvain la Neuve*, propone –dentro de la noción de obstáculo– la manera de cambiar el significado del error mostrando que:

El error y fracaso no tienen el papel simplificado que queremos a veces hacerles jugar. El error no es simplemente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, como lo creemos de acuerdo a las teorías empíricas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, su éxito, pero que ahora se revela falso o simplemente inadaptado. Los errores de ese tipo no son erráticos e imprevisibles, ellos son establecidos como obstáculos. Adicionalmente dentro del funcionamiento del maestro y del estudiante, el error se constituye como el sentido del conocimiento adquirido. (s.p.)

212

Dentro de lo expuesto, Brousseau (1983) hace referencia a tres tipos de orígenes diferentes de los obstáculos en el proceso de enseñanza de las matemáticas:

Un origen ontogenético correspondiente a los obstáculos unidos a las limitaciones de las capacidades cognitivas de los estudiantes comprometidos dentro del proceso de enseñanza, es decir, esta asociado con el desarrollo físico del estudiante.

Un origen didáctico para los obstáculos ligados a las opciones del sistema de enseñanza, es decir, está asociado con los recursos didácticos que el docente implementa en el proceso de enseñanza.

Un origen epistemológico para los obstáculos relacionados con la resistencia a un saber mal adaptado, es decir, corresponde a todas las limitaciones que afectan la capacidad que poseen los estudiantes para construir conocimiento real o empírico.

Dentro de la perspectiva que es la base de un aprendizaje por adaptación en un medio problemático, el objeto principal de la didáctica es justamente estudiar las condiciones que deben cumplir las situaciones o problemas propuestos al estudiante para favorecer la aparición, el funcionamiento y el resultado de esas concepciones sucesivas. Esto conduce a la noción de salto de información, que solo si es suficiente podrá, de hecho, bloquear los mecanismos de adaptación y de acomodación de las concepciones anteriores que llevan consigo la entrega en causa de un conocimiento-obstáculo.

Al mismo tiempo, se resalta la importancia para el didáctico del análisis epistemológico, la identificación de los obstáculos, dando la posibilidad de escoger, en medio de las dificultades que generalmente se encuentran por la enseñanza dentro del aprendizaje de tal o cual noción, aquellas que son realmente inevitables porque constituyen el desarrollo del conocimiento.

Para el investigador didáctico, una condición ya citada de ser un conocimiento es la existencia de un dominio de validez y de eficacia, de resistencia, y es dentro del análisis histórico de estas resistencias y dentro de los debates que les han vencido en donde se deben buscar los elementos que permitan identificar los obstáculos de los estudiantes, y sin buscar unir el estudio histórico con el estudio didáctico, buscar también los argumentos para construir las situaciones de enseñanza que permitirán su superación.

Pero la impresión de estos trabajos es que, aquello que funda alguna clase de obstáculos epistemológicos, es su aparición y su resistencia en la historia de los conceptos considerados, así como la observación de concepciones análogas en los estudiantes, más que la constancia de las resistencias a estas concepciones para los estudiantes actuales.

214 Esta condición es esencial: del hecho de la disparidad de contrarios que rigen los dos sistemas, el análisis histórico puede ayudar al didáctico dentro de su investigación de los nudos de resistencia del aprendizaje; él no puede en ningún caso, aportar a la investigación la prueba de la existencia de tal o cual obstáculo para los estudiantes actuales. Adicionalmente, como hallazgos de diversas investigaciones se puede constatar que los nudos actuales de resistencia severa corresponden, a menudo, con los puntos donde un obstáculo de origen epistemológico histórico interviene reforzado por un obstáculo de otro origen, que en particular es un obstáculo de origen didáctico.

Teniendo en cuenta las diferencias entre las condiciones de génesis histórica y escolar, parece razonable hacer la hipótesis de la existencia para la enseñanza actual de nudos de resistencia que funcionan como han funcionado los obstáculos epistemológicos dentro del desarrollo de las matemáticas, sin que sea posible por tanto el atribuirle históricamente el papel de obstáculo. Esto remite inevitablemente a la identificación de los obstáculos dentro de la historia o la enseñanza de tal o cual noción, a una identificación de los procesos productores de obstáculos en matemáticas.

Brousseau (1983), en su trabajo titulado *Los obstáculos epistemológicos y la didáctica de las Matemáticas*, retoma el análisis

de los obstáculos como factor importante para el investigador en didáctica de las matemáticas, precisando que lo primero que debe hacer el investigador es identificar los errores que son recurrentes para verificar cómo ellos se agrupan alrededor de diversas concepciones; posteriormente, y mediante el estudio histórico de las matemáticas determinar los obstáculos que fueron surgiendo en su proceso evolutivo para finalmente, poder confrontar dichos obstáculos históricos con los hallados en sus unidades de estudio y poder así determinar su carácter de obstáculo epistemológico.

Duroux (1982) proporciona una serie de características que evidencian cuándo un investigador está frente a un obstáculo en el proceso de aprendizaje de sus estudiantes. Afirma que un obstáculo nunca debe ser visto como una falta de conocimiento, por el contrario, detrás de un obstáculo siempre hay un conocimiento que produce respuestas acertadas en cierto contexto específico, pero al cambiar las características de ese contexto de aplicación casi siempre desencadena en respuestas falsas. Ante esta ambivalencia de resultados, dicho conocimiento local (obstáculo) se resiste de manera obstinada a ser modificado a través de un nuevo saber que pierda esa condición de localidad funcional. Entonces se hace hincapié, más allá del aspecto del conocimiento y del reconocimiento histórico, sobre la necesidad de probar la resistencia actual de ese conocimiento así comprendido después de que lo se pueda considerar como la superación del obstáculo (última condición).

215

METODOLOGÍA

Para Arias (2012), el nivel de la investigación se refiere al grado de profundidad con que se aborda el fenómeno u objeto de estudio, para el presente ejercicio ubicada en el nivel de investigación

descriptiva en la medición de variables independientes ya que se buscaba caracterizar las dificultades observadas en una población de individuos, resaltando en ellos aspectos como porcentajes de aciertos, desaciertos, actividades realizadas, herramientas utilizadas, entre otros.

El diseño de la investigación es la estrategia general que adopta el investigador para responder al problema planteado (Arias, 2012, p.26). Por ello esta investigación adopta el diseño de *campo* (Echevarria, 2005, p.31) ya que la información será recolectada directamente de la fuente primaria como lo son los estudiantes.

216 Con relación a la definición de la población se parte del marco referencial que está integrada por la totalidad de estudiantes matriculados en el curso de Cálculo Diferencial para el II semestre de 2016 de la Facultad de Ingenierías en la Universidad Francisco de Paula Santander. No se consideró la aplicación de un proceso de muestreo puesto que se deseaba explorar todas las opciones que ofrece la Facultad de Ingenierías.

En cuanto a los instrumentos utilizados se recurrieron a dos fuentes de información: a) fuentes secundarias a través de las consultas realizadas en la búsqueda de antecedentes así como en la revisión de documentos de historia de las matemáticas con el fin de evidenciar una lista de posibles dificultades de aprendizaje que se comportan como concepciones; b) fuentes primarias que consistieron en la conformación de un panel de docentes que han orientado el curso de Cálculo Diferencial por al menos dos años. A ellos se les consultó sobre las dificultades que presentaban los estudiantes al momento de enseñar y evaluar los conceptos básicos del Cálculo Diferencial.

Una vez se tenía la información de las fuentes mencionadas se procedió a construir dos instrumentos, uno para evaluar los temas de límite y continuidad, y otro, para el tema de derivación. Se recurrió a la utilización de diversos registros de representación semiótica en cada instrumento y cada uno de ellos estaba orientado a un aspecto específico necesario para entender como concepto. Finalmente, su aplicación se realizó en dos momentos diferentes del semestre, garantizando que al momento de cada aplicación ya los conceptos evaluados se hubiesen desarrollado al interior de sus cursos.

RESULTADOS

Para la presentación de la información derivada de la aplicación de cada prueba se utilizaron representaciones gráficas porcentuales acompañadas de una descripción detallada de los hallazgos en cada uno de los ítems de cada prueba. El total de estudiantes evaluados fue de 376 personas.

217

Prueba de límites y continuidad

Ítem 1. La temperatura en grados centígrados de un objeto en función del tiempo t , medido en horas, está dado por la siguiente función:

$$T(t) = \frac{20t^2 + 10t + 25}{t^2 + 6t + 5}$$

¿Qué temperatura tendrá el objeto con el paso indefinido del tiempo?

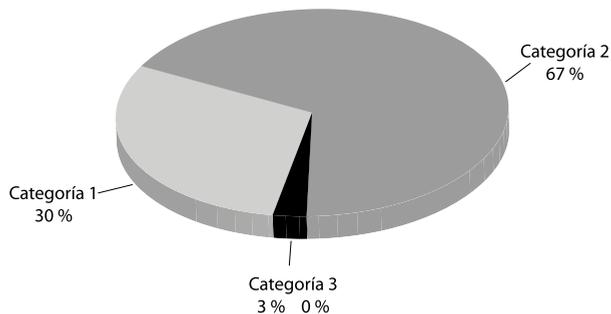


Figura 1

Resultados en términos de categorías de la situación problema

Fuente: Elaboración propia

218

El enunciado propone una situación en contexto con el fin de evaluar el límite en el infinito proporcionando la expresión algebraica asociada a la misma donde la variable independiente corresponde al tiempo, y la clave del enunciado se centra en la frase “*paso indefinido del tiempo*”. De los resultados se destaca que ningún estudiante resolvió la situación de forma completa y correcta. Por ejemplo: los estudiantes agrupados en la Categoría 1 a partir de la expresión algebraica buscando determinar el límite a través del registro tabular, pero dado que no interpretaron de manera correcta la clave del ejercicio, evaluaron los cinco primeros números naturales; en la Categoría 2 se ubica el predominio del grupo, todos intentaron resolver el límite de forma algebraica, intentando factorizar cada término de la fracción (el denominador lo factorizan bien, pero fallan con la expresión del numerador) con el fin de eliminar factores comunes, pero no superan la fase algebraica del ejercicio; finalmente en la Categoría 3 se ubica el grupo de estudiantes que al leer el enunciado interpreta adecuadamente la clave del enunciado, realiza el procedimiento algebraico de límites en el infinito, pero al llegar al valor de 20 consideran que esa es la respuesta, sin realizar la formulación de una conclusión en donde se fusione el resultado numérico con el contexto de la situación propuesta.

Ítem 2. Calcule el siguiente límite de forma tabular:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2}{x} + 1 \right)$$

								3									

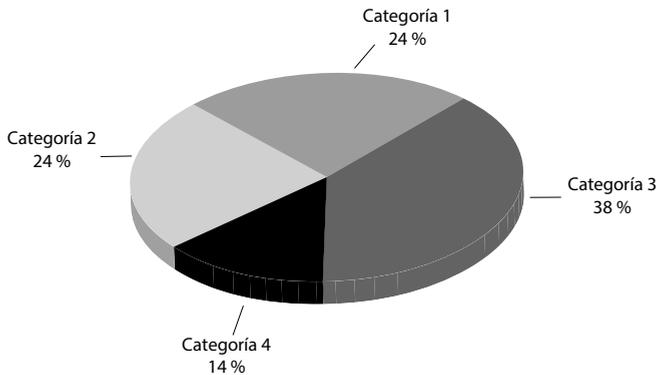


Figura 2
Resultados del cálculo del límite en forma tabular
 Fuente: Eaboración propia

El enunciado propone determinar el límite de una función utilizando el registro tabular; de los procesos realizados se destaca: en la Categoría 1 se ubican aquellos estudiantes que construyen de forma inadecuada la tabla de valores ya que asignan solo valores enteros alrededor del 3 a la variable “X” desconociendo el concepto de límites laterales; en la Categoría 2 se encuentran los estudiantes que al evaluar el límite en la tabla asignan adecuadamente los valores de “X” acercándose tanto por izquierda como por derecha a partir de una distancia máxima de una unidad, finalizando con la conclusión del límite a partir de la igualdad de los límites laterales; en la Categoría 3 están los estudiantes que

desconocieron la indicación de calcular el límite de forma tabular, a pesar de que se les proporciona la tabla para su diligenciamiento, resolviendo el límite de forma algebraica realizando el proceso de sustitución de la variable "X" por el valor de tendencia; finalmente en la Categoría 4 están todos los estudiantes que construyen adecuadamente la tabla para calcular el límite, evalúan correctamente los valores asignados considerando la condición de máximo acercamiento al valor analizado, pero no concluyen el valor del límite, es decir, realizan solo el proceso aritmético con los valores dados.

Ítem 3. Determine la existencia del límite:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 4}$$

220

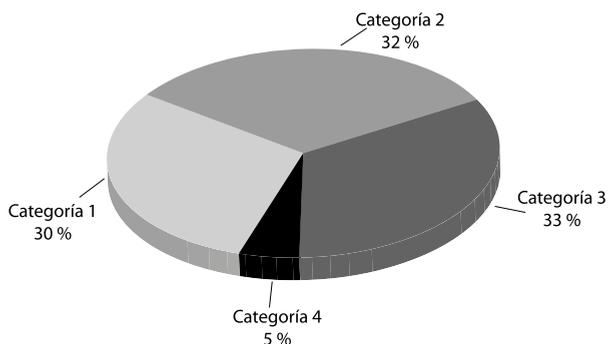


Figura 3
Resultados del cálculo del límite propuesto

Fuente: Elaboración propia

El enunciado propone determinar el límite de una función a partir del registro algebraico pero sin dar instrucciones del método a utilizar. De los resultados se generan cuatro categorías que se describen a continuación: en la Categoría 1 están los estudiantes que resolvieron el límite utilizando los registros tabular y algebraico, para concluir sobre la existencia del mismo a partir de la igualdad del resultado obtenido en ambos métodos; en la

Categoría 2 se ubicaron los estudiantes que intentaron resolver primero el límite de forma tabular pero como seleccionan valores inadecuados no pueden llegar a ninguna conclusión, entonces luego proceden a resolverlo de forma algebraica donde presentan dificultades en los procesos de descomposición factorial, para finalmente afirmar que el límite no existe; en la Categoría 3 están agrupados aquellos estudiantes que inicialmente intentan determinar el límite por medio del registro tabular pero fallan en el intento debido al uso inadecuado de valores, pero posteriormente resuelven de forma correcta el límite utilizando procesos algebraicos; por último en la Categoría 4 se encuentran los estudiantes que resolvieron de forma adecuada el límite utilizando el registro tabular, pero al intentar determinar la solución de forma algebraica, cometen errores en los procesos de descomposición factorial después de verificar la condición de indeterminación.

Ítem 4. Utilizando la información que le suministra la siguiente gráfica, determine:

221

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

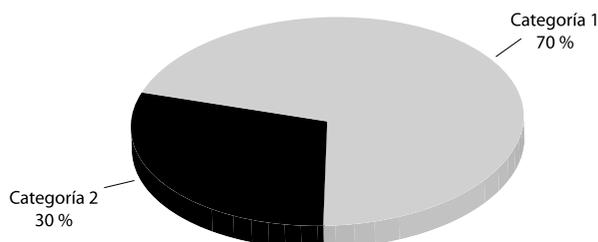
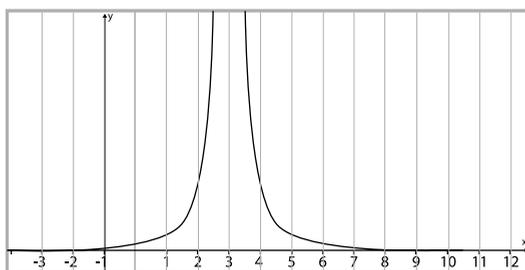


Figura 4
Interpretación del límite a partir de una gráfica
 Fuente: Elaboración propia

El enunciado propone determinar el límite de una función a partir del registro gráfico sin proporcionar expresión algebraica alguna. En la Categoría 1 se ubican la mayoría de los estudiantes evaluados, quienes afirman que nunca les habían solicitado determinar la existencia de un límite a partir de una gráfica y sin ninguna ecuación; por ende afirman que no saben cómo resolver la situación propuesta; en la Categoría 2 están aquellos estudiantes que a pesar de afirmar nunca haber trabajado con situaciones de esta clase, aun sin total seguridad afirman que el límite de la función en el valor indicado es de infinito. Situación que entra en conflicto con la condición de unicidad del límite.

Ítem 5. Evalúe la continuidad de la siguiente función cuando

$$t = 2: g(t) = \frac{t^3 - 8}{t - 2}$$

222

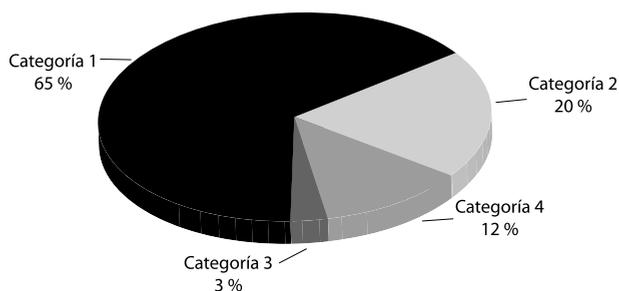


Figura 5
Resultados de la evaluación de continuidad de una función
 Fuente: Elaboración propia

El enunciado propone determinar la continuidad de una función racional en un punto dado. En la Categoría 1 se agrupan los estudiantes que evalúan el valor dado en la función, al obtener la indeterminación % no avanzan más; en la Categoría 2 están los estudiantes que afirmaron desconocer totalmente el tema de continuidad ya que nunca les fue mencionado en las clases; la Categoría 3 la integran los estudiantes que después de evaluar

el valor en la función afirman que se llega a una indeterminación que es propiciada por la existencia de un factor común entre el numerador y el denominador, por ello factoriza cada término, simplifica y con la expresión reducida calcula el límite en $t=2$, para finalmente afirmar que la función presenta una discontinuidad evitable o removible pero no propone una expresión algebraica que regule dicha condición de continuidad; finalmente en la Categoría 4 están los estudiantes que factorizan la expresión dada, luego determinan el límite de la función reducida en $t=2$, obtienen un valor y dan por terminada la solución, sin hacer comentario alguno sobre el proceso de continuidad.

Prueba de derivación

Ítem 1. A partir de la gráfica de la función $f(x)$, grafique su derivada $f'(x)$ en el mismo plano, justificando la respuesta.

223

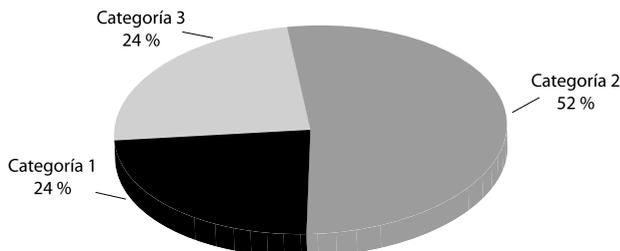
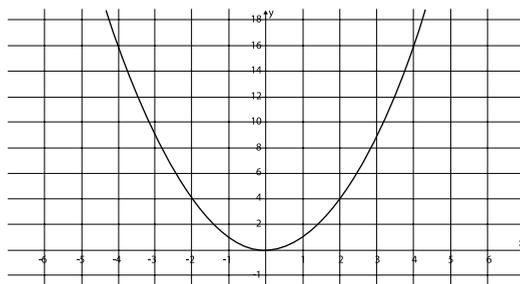


Figura 6
Resultados de la prueba de derivación
 Fuente: Elaboración propia

El enunciado propone graficar la derivada de una función conocida dada en el registro gráfico. En la Categoría 1 se agrupan todos aquellos estudiantes que al ver la gráfica le asignan una expresión algebraica, dicha expresión luego la derivan correctamente, pero nunca la representan en el plano cartesiano; la Categoría 2 se identifica porque los estudiantes reconocen la gráfica y le sugieren una expresión algebraica, luego determinan de forma algebraica la derivada y con la función resultante determinan dos puntos, los ubican en el plano y los unen argumentando que la derivada es una línea recta; en la Categoría 3 están los estudiantes que afirman que la gráfica dada es una función de segundo grado, luego su derivada es otra función pero de grado uno y grafican cualquier línea recta desconociendo el signo de la pendiente que determina la orientación de la misma.

224

Ítem 2. Calcule la derivada de la siguiente función utilizando los teoremas de derivación que sean necesarios y simplifique la expresión obtenida.

$$g(x) = \frac{x^4 - 2x^2 + 5x + 1}{x^4}$$

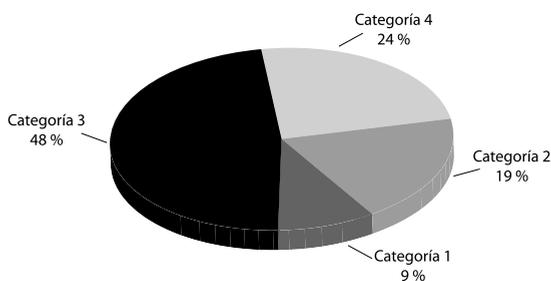


Figura 7
Resultados de la derivada de una función
 Fuente: Elaboración propia

El enunciado propone determinar la derivada de una función racional expresada en el registro algebraico. En la Categoría 1 se

ubicar los estudiantes que determinan correctamente la derivada de la función utilizando la derivada del cociente, simplificando la expresión obtenida; la Categoría 2 agrupa a los estudiantes que proponen la derivada del cociente pero al simplificar la expresión cometen errores algebraicos; en la Categoría 3 se encuentran los estudiantes que proponen inadecuadamente la derivada del cociente (sumando y no restando) y de forma adicional cometen errores algebraicos en la simplificación de la expresión; finalmente, en la Categoría 4 se encuentran los estudiantes que se limitan a proponer la regla de derivación del cociente, reemplazan cada término de la expresión y dan por concluido el ejercicio.

Ítem 3. Un fabricante de cajas de cartón quiere elaborar cajas abiertas a partir de trozos rectangulares de cartón con dimensiones de 30 por 69 centímetros, cortando cuadrados en las cuatro esquinas y doblando los lados hacia arriba. Se desea determinar la longitud del lado de los cuadrados que se deben cortar de modo que la caja tenga el mayor volumen posible.

225

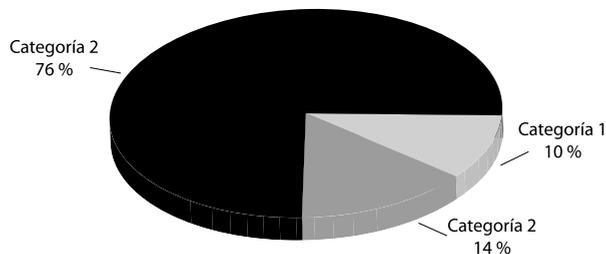


Figura 8
Resultados del proceso de optimización
Fuente: Elaboración propia

El enunciado propone una situación en contexto expresada en lenguaje cotidiano, que corresponde a un ejercicio clásico en todos los textos de Cálculo, cuando se aborda el tema de optimización.

De los resultados obtenidos se genera la siguiente agrupación de esquemas de solución: en la Categoría 1 se encuentran los estudiantes que realizan un dibujo de la situación propuesta con sus respectivos datos, pero no avanzan más; en la Categoría 2 están los estudiantes que proponen las expresiones algebraicas del área del rectángulo y la de volumen para una caja sin tapa, pero no realizan proceso alguno ni sustitución de valores conocidos; y en la Categoría 3 se ubican los estudiantes que argumentan no saber cómo resolver este tipo de situaciones ya que no formaron parte de los temas tratados.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

De la realización de esta investigación frente a los hallazgos generados en la ejecución de los objetivos específicos se plantean a manera de conclusión:

226

En cuanto al tema de continuidad de funciones se evidencia desconocimiento en los estudiantes en el proceso a seguir en cuanto la evaluación de la misma; se evidencia dificultad para determinar el tipo de discontinuidad que presenta una función, que sumado al desconocimiento de las funciones definidas por partes resulta inoperable la determinación de una adecuada solución.

En lo que respecta al tema de derivación se encuentra la fuerte presencia de la cultura del uso del registro algebraico como único medio de solución, pero que presenta dificultades propiciadas por las incompetencias algebraicas. El estudiante sigue desconociendo los diversos registros de representación, que sumado al escaso tiempo que los docentes le dedican a la solución de problemas de optimización, reduce el tema de derivación a su más mínima expresión de impacto conceptual.

Finalmente, de manera emergente es factible establecer frente al tema de límite de una función, abordado por el docente casi siempre de forma algebraica centrada en la simple sustitución del valor de tendencia en la expresión, concepción que resulta válida hasta el momento en que el estudiante se tiene que enfrentar a expresiones con límites factorizables; luego allí empiezan a surgir inconvenientes debido a la baja competencia que poseen los estudiantes en los procesos de descomposición factorial. Esta dificultad es evitable si al momento de explicar el tema el docente incorporara diversos registros de representación semiótica de forma que resulten complementarios unos con otros.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arias, F. (2012). *El proyecto de investigación: Introducción a la metodología científica* (6a ed.). Caracas: Episteme.
- Artigue, M. (1990). Epistemología y didáctica. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos, en M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Bachelard, G. y Babini, J. (1972). *La formación del espíritu científico*. Buenos Aires: Siglo XXI.
- Borbón, A. (2003). *Concepciones de profesores sobre varios conceptos del cálculo diferencial*. Tesis de Maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- Brousseau, G. (1983). Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Confrey, J. (1990). A revue of the research on student conceptions in mathematics, science and programming. *Revue on Research Education*, 16, 3-55.

- De la Rosa, A. (2003). *Errores e inconsistencias en la enseñanza del concepto de función en el docente: el grado de visualización*. Mosaicos Matemáticos N°11, México.
- Dubinsky, Ed. y Harel, G. (Eds) (1992). *The concept of function: some aspects of epistemology and pedagogy*. MAA Notes, N° 25.
- Duroux, A. (1982), *La valeur absolue: difficultés majeures pour une notion mineure*, memoria de DEA, Publications de l'IREM, Burdeos.
- Echavarría (2005). *La integración de métodos cualitativos y cuantitativos en la investigación psicogenética y el problema de validez*. Dunken, Buenos Aires.
- Eisenberg, T. (1991). Functions and associated learning difficulties. En Tall, D. (Ed). *Advanced Mathematical Thinking*, pp.14-152. Dor drecht: Kluwer Academic Publisher.
- Janvier, C. (1987). Representation and Understanding: The notion of function as an example. En Janvier (ed) *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Londres: LEA Publications.
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del Cálculo. *XI Meeting of Middle-Higher Level Mathematics Teachers*, Morelia (México): Michoacán University San Nicolás de Hidalgo.
- Palacios, M. (2012). Resultados pruebas TIMSS Colombia. Recuperado en: <http://es.slideshare.net/marianopalaciosanzola/resultados-timss-2007>
- Quiroga, L. G., Cedeño, R. A. V. y Rivera, M. H. (2004). Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de ingeniería. *Ingenierías*, 7(24), 27.
- Ruiz, L. (1993). *Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función*. Análisis epistemológico y didáctico. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, Granada.
- Santos, L. (1994). *La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Cuadernos de investigación. Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México.
- Tall, D. y Vinner, S. (1991). Concept imagen and concept definition

- with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Trends in International Mathematics and Sciences Study "TIMSS" (2007). *International Mathematics Report*. Formato pdf, p.34. <http://nces.ed.gov/timss/>
- Vázquez, M. S., Astudillo, M. T. G. y Esteban, C. L. (2000). Concepciones de los alumnos de bachillerato y curso de orientación universitaria sobre límite funcional y continuidad. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(1), 71-86.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los Campos Conceptuales. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10(23), 133-170.

Cómo citar este capítulo:

Prada Núñez, R., Hernández Suárez, C. A. y Aguilar Barreto, A. (2018). Obstáculos epistemológicos presentes en estudiantes de cálculo diferencial. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, y J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.203-229). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

Estudio de las funciones de variable real a través de las dimensiones de la competencia matemática

Nidmar Torrealba¹, Ángela Mora², Miguel Vera³, Elkin Gelvez⁴

231

* Capítulo derivado del proyecto de investigación titulado “Evaluación de las oportunidades de aprendizaje durante el estudio de las funciones de variable real a través de las dimensiones de la competencia matemática”, del Grupo de Investigación en Procesamiento Computacional de Datos de la Universidad de los Andes y finalizado el 2 de diciembre de 2015

- 1 Licenciada en Educación, mención Matemática (ULA). Magíster en Evaluación Educativa (ULA). Profesora de Matemáticas (UNEFA).
zignar@gmail.com
- 2 Licenciada en Educación, mención Matemática (ULA). Magíster en Matemática, mención Educación Matemática (UNET). Doctora en Educación (ULA). Profesora de Matemáticas de la Universidad de los Andes. Vinculada al grupo de Procesamiento Computacional de Datos (ULA).
ammzuluaga@gmail.com
- 3 Licenciado en Educación, mención Matemática (ULA). Magíster en Matemática, mención Educación Matemática (UNET). Doctor en Ciencias Aplicadas (ULA). Profesor de Matemáticas de la Universidad Simón Bolívar-sede Cúcuta. Investigador Senior-Colciencias-Colombia. Vinculado al grupo de investigación Altos Estudios en Frontera (ALEF) e Ingeobiocaribe, Universidad Simón Bolívar-Colombia.
m.avera@unisimonbolivar.edu.co
- 4 Licenciado en Matemáticas e Informática (UFPS). Magíster en Enseñanza Aprendizaje de las Ciencias Básicas, mención Matemáticas (UNET). Profesor y coordinador del área de Ciencias Exactas de la Universidad Simón Bolívar-sede Cúcuta. Vinculado al grupo de investigación Altos Estudios en Frontera (ALEF).
e.gelvez@unisimonbolivar.edu.co

RESUMEN

Los actuales enfoques de la educación matemática se direccionan hacia una formación que permita el desarrollo de la competencia matemática y sus dimensiones. Esta investigación tuvo como propósito general evaluar las oportunidades de aprendizaje planteadas en el proceso de enseñanza de las funciones de variable real a través de las dimensiones de la competencia matemática en docentes del cuarto año de Educación Media General del Liceo Bolivariano Monseñor Sanmiguel, ubicado en San Cristóbal, estado Táchira. Para esto se llevó a cabo una investigación cualitativa con una perspectiva teórica interpretativa, bajo el método fenomenológico a través del estudio de casos. Los informantes claves fueron cinco docentes de la institución y la información fue recolectada mediante la entrevista, el análisis de contenido de la planificación y la observación de las sesiones de clase. El análisis de la información se realizó mediante la codificación y categorización. Los resultados permiten afirmar que el diseño curricular, la planificación del docente y las clases se encuentran desvinculadas, las tareas que presentan los docentes no son diseñadas por ellos, y sin concepto de competencia matemática; sin embargo en la praxis existe una relación con las dimensiones: pensar y razonar, representar, argumentar, uso del lenguaje técnico matemático y uso de recursos tecnológicos. Aunado a esto se percibió que no existe una correspondencia estricta entre la planificación, el diseño curricular y la práctica del docente.

Palabras clave: planificación docente, proceso de enseñanza, oportunidades de aprendizaje, competencia matemática.

STUDY OF THE FUNCTIONS OF REAL VARIABLE THROUGH THE DIMENSIONS OF MATHEMATICAL COMPETENCE

ABSTRACT

The current approaches of mathematical education, are directed towards a formation that allows the development of mathematical competence and its dimensions. This research had as general purpose to evaluate the learning opportunities raised in the process of teaching the functions of real variable through the dimensions of mathematical competence in teachers of the fourth year of general secondary education of the Bolivarian Lyceum

Monseñor Sanmiguel located in San Cristóbal, Táchira State. For this, a qualitative research was carried out with a theoretical interpretive perspective, under the phenomenological method through the study of cases. Key informants were five institution teachers and information was collected through interview, content analysis of planning and observation of classroom sessions. The analysis of the information was done through coding and categorization. The results allow to affirm that the curricular design, the teacher's planning and the classes are unlinked, the tasks that teachers present are not designed by them, and the concept of mathematical competence is understood, although in praxis there is a relation with the dimensions: think and reason, represent, argue, use of mathematical technical language and use of technological resources. In addition, it was perceived that there is no strict correspondence between planning, curriculum design and teacher practice.

Keywords: teaching planning, teaching process, learning opportunities, mathematical competence.

INTRODUCCIÓN

233

En la actualidad, el debate en la comunidad de investigadores en educación matemática tiene entre una de sus temáticas la relación entre la matemática escolar y el contexto o realidad de los estudiantes. Uno de los abordajes se realiza desde el rol de las aplicaciones de los contenidos matemáticos en la solución de situaciones problema, propias del contexto del alumno. En este sentido, la potencialidad de la matemática en el contexto de enseñanza, radica en sus aportes al desarrollo cognitivo necesario para abordar y resolver situaciones problema propios del contexto donde se desarrollan los estudiantes.

En relación con lo anterior, Galaviz (2010) señala que “la matemática está presente en la realidad y se pone de manifiesto en las diversas actividades que realizan las personas; por lo tanto está allí

esperando para ser utilizada; y tan solo es necesario justificarlo dentro de una estructura formal” (p.44). Esto hace un llamado directo al docente, indicando que la matemática puede ser utilizada desde una realidad externa al sujeto e indagar a través de las experiencias que posea, para así poder dar a esa estructura formal de la matemática un enfoque cotidiano y asequible para quien quiera hacer uso de ella. Por su parte, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) por medio de Bronzina, Chemello y Agrasar (2009), considera que:

Hoy las expectativas sobre la educación indican que la escuela debe contribuir al desarrollo de la capacidad de utilizar conceptos, representaciones y procedimientos matemáticos para interpretar y comprender el mundo real, tanto en lo referido a la vida en el entorno social inmediato, como a los ámbitos de trabajo y estudio. (p.33)

234

Debido a la falta de relación entre lo que se aprende de manera formal en la escuela y lo que se vive cotidianamente, surgen diversas polémicas que tienen una vertiente exclusiva hacia el cómo aprenden matemática los estudiantes y como la enseña el docente; propiciando hipótesis acerca de los diversos métodos, modelos, teorías y estrategias didácticas que proponen una educación de calidad. Adicionalmente, Serrano (2009) afirma que regularmente el docente hace uso de libros para desarrollar sus contenidos y así limita su práctica pedagógica en función de lo que allí señalan, sin tomar en cuenta que este es solo un recurso de los tantos que puede utilizar dentro de sus estrategias didácticas, por lo que se evidencia que el docente muy pocas veces conoce y utiliza el currículo real para planificar sus clases en función de lo que establecen las políticas educativas.

En Venezuela, a partir del año 2007, con la implementación del Diseño Curricular Bolivariano se buscó resaltar cada una de las necesidades o contextos en los cuales se desarrollaban los procesos educativos del país. Entre otros aspectos se quiso garantizar a través del currículo que este pueda ser visto de manera flexible y no como un reglamento. Esto con el propósito de formar seres libres, capaces de construir sus conocimientos desde el contexto cultural en el cual se desenvuelven. A partir de ello se le brinda al docente la posibilidad de poder adaptar el deber ser (lo que brinda el currículo) con lo que se puede desarrollar en el aula, basado en las necesidades del contexto y de sus estudiantes. Por ello el Ministerio del Poder Popular para la Educación (2007), a través del Currículo Nacional Bolivariano puntualiza que:

Este tipo de currículo fue diseñado para dar respuesta al nuevo modelo de desarrollo social, político, cultural y económico. De allí que lo contemple en su fundamentación y como componente de las áreas de aprendizaje a desarrollar por los actores comprometidos con el hecho educativo. (p.36)

235

Esto debe permitirle al docente, en su rol de orientador y mediador de aprendizajes, buscar estrategias de enseñanza que permitan el logro de las expectativas de aprendizaje propias y las establecidas en el Diseño Curricular Bolivariano, y así poner en práctica el desarrollo de sus actividades académicas partiendo de los cuatro pilares fundamentales de la educación bolivariana, es decir, hacia el aprender a crear, aprender a reflexionar, aprender a convivir y aprender a valorar, teniendo una visión holística de la educación para de esta forma destacar la importancia de la matemática en todos los espacios dentro y fuera del aula.

En lo referente a la educación basada en competencias se entiende, de acuerdo con Torrado (2017), no solo como “las habilida-

des instrumentales o desempeños eficientes sino que evidencia la fuerte integración de las dimensiones que configuran el ser humano” (p.161), por lo que se evidencia la importancia de la relación del contexto con el contenido, en este caso matemático. Por su parte, el término competencia hace referencia a “todos aquellos procesos cognitivos que el alumno es capaz de llevar a cabo a partir de sus conocimientos y destrezas... mostrando una riqueza cognitiva que se alcanza por medio de una disciplina como la matemática” (Lupíañez y Rico, 2008, p.71), por lo que estrategias como la lúdica, la modelación, la enseñanza de la matemática a través de la historia, la heurística, e incluso la tecnología, permiten estimular y dar respuesta a ese nexo que debe existir entre el saber y el saber hacer dentro de la matematización de un contexto.

236

Adicionalmente, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE] (2004), establece que el rol de la educación basada en competencias es vital para poder realizar cambios y avances en una sociedad que busca competir para obtener una mejor calidad de vida, por ello propone a través del *Program for International Student Assessment (PISA)* que la educación matemática debe ser visualizada desde el marco de ocho dimensiones, que conforman la competencia matemática. Con esto se proporcionan los indicadores base para la alfabetización matemática de los escolares, pero no en términos del currículo escolar convencional, sino sobre los conocimientos, habilidades y capacidades necesarias para desarrollarse en la sociedad.

A su vez los indicadores que plantea esta organización para evaluar la efectividad de la alfabetización matemática se describen en función de los procesos formales y técnicos que la ubican en correspondencia, en sentido amplio, con la metodología de

la enseñanza de la matemática y los procesos a ser abordados desde esta perspectiva. Para poder darle un enfoque formal a esta propuesta se realiza un marco institucional a través de PISA, que desde su óptica curricular sostiene la creencia de que aprender a matematizar debe ser un objetivo básico para todos los estudiantes. Lupiáñez y Rico (2008), y Rico (2006), toman desde la OCDE/ PISA las competencias a desarrollar por parte de los estudiantes durante el proceso de matematización dentro de los sistemas escolares a partir de las siguientes características o dimensiones de la competencia matemática:

- Pensar y razonar
- Argumentar
- Comunicar
- Modelizar
- Plantear y resolver problemas
- Representar
- Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico, y las operaciones
- Emplear soportes y herramientas tecnológicas

237

Estas competencias van a permitir enunciar expectativas de aprendizaje a mediano y largo plazo. Por tanto los objetivos específicos expresados en términos de dominios de contenido o procedimientos se orientan hacia el desarrollo de esas competencias. Esos objetivos representan expectativas de aprendizaje a corto plazo marcando una diferencia entre el desarrollo de capacidades durante una unidad didáctica, y el logro de las competencias a alcanzar durante todo el periodo formativo del estudiante.

Generalmente, las expectativas de aprendizaje que el profesor aborda en cada una de sus clases y por ende, en los temas a desarrollar, se expresan mediante el logro de unos objetivos específicos, vinculados con unos contenidos curriculares. Esto implica dificultades para un enfoque curricular basado en competencias puesto que al tener estas un carácter general hace la práctica diaria un poco irreal. En función de esto solo queda que el docente –dentro de su planificación diaria– establezca conexiones o vínculos entre los objetivos específicos y las competencias, a través de las tareas u oportunidades de aprendizaje que planifica.

238

En el contexto de esta investigación se buscó evaluar la planificación global para el estudio de las Funciones de Variable Real, el cual se corresponde con las políticas de Estado expuestas por el Ministerio del Poder Popular para la Educación a través del Currículo Nacional Bolivariano y la relación que establece el docente en sus prácticas educativas a través del currículo implementado (planificación local); para así generar una visión que permita valorar la congruencia o diferencia entre lo que es el deber ser de la enseñanza matemática y lo que se desarrolla dentro del aula de clase.

METODOLOGÍA

Es importante iniciar este aspecto considerando la apreciación de Gurdían (2007), quien establece que la naturaleza de la realidad investigada se produce al conocer cuál es la concepción o creencia que sostiene el investigador respecto a la realidad a investigar. Sin embargo, esta naturaleza es una condición importante para fundamentar no solo el método y las técnicas a utilizar en la investigación sino, principalmente, permite señalar la opción paradigmática considerada. Ahora bien, los enfoques teóricos de

investigación establecen que a partir del desarrollo investigativo de la educación surgen nuevos enfoques. Bizquerra (2009) los distingue en tres paradigmas predominantes que guían el modo de llevar a cabo las investigaciones, como son: el positivista, el interpretativo y el socio-crítico.

De los tres paradigmas mencionados reviste especial interés el interpretativo, por ello a continuación se presentan algunos argumentos que permiten adquirir una noción preliminar del significado del mencionado paradigma. En este sentido, Sandín (2003), afirma que tal paradigma desarrolla interpretaciones de la vida social y el mundo desde una perspectiva cultural e histórica. Del mismo modo, Bizquerra (2009) manifiesta que este enfoque mantiene una perspectiva humanista-interpretativa, con base naturalista-fenomenológica que conlleva a una metodología de tipo cualitativa. El mismo es integrado por una variedad de escuelas filosóficas (la hermenéutica, la fenomenología y el interaccionismo simbólico), cuyos supuestos básicos son:

239

- La naturaleza interpretativa, holística, dinámica y simbólica de todos los procesos sociales (investigación)
- El contexto como un factor constitutivo de los significados sociales
- El objeto de la investigación es la acción humana
- La construcción teórica es la construcción teleológica antes que la explicación causal
- El objetivo se alcanza accediendo al significado subjetivo que tiene la acción para sus protagonistas

En cuanto al carácter metodológico de la investigación, se adoptan como recursos la investigación fenomenológica y como

estrategia metodológica el estudio de casos. Desde el punto de vista fenomenológico, Sandín (2003) señala que este tipo de estudio busca describir el significado de las experiencias vividas por una persona o un grupo de personas acerca de un concepto o fenómeno. A partir de ello, se toma en cuenta que las acciones educativas son significativas y no pueden ser consideradas como rasgos objetivos de una población, por lo que se debe reconocer la singularidad e impredecibilidad de toda situación de enseñanza y aprendizaje.

240

Aunado a esto, Forner y La Torre (1996) aportan que “la fenomenología... es la base del conocimiento de la experiencia subjetiva inmediata de los hechos tal y como se perciben” (p.76). Debido a esto el carácter subjetivo del método fenomenológico se preocupa por los aspectos esenciales de la experiencia educativa desde el punto de vista curricular, tomando en cuenta cómo se desenvuelve el docente en función de lo establecido en dicho currículo.

En este orden de ideas, se toma como modalidad en función del propósito el “estudio instrumental de casos” para la comprensión del tema objeto de estudio, tomando en consideración que durante esta investigación se busca evaluar algunas características particulares de las tareas u oportunidades de aprendizaje que diseñan y desarrollan los docentes de matemática del cuarto año, los cuales describen de manera directa el proceso de enseñanza de las funciones de variable real y su enfoque real acerca del desarrollo curricular de los mismos en función de las competencias matemáticas durante el desarrollo de sus clases.

Con relación a los informantes claves, es importante la apreciación de Rodríguez, Gil y García (1999), quienes consideran que “los

informantes en una investigación cualitativa, se eligen porque cumplen ciertos requisitos que en el mismo contexto educativo o en la misma población, no cumplen otros miembros del grupo o comunidad” (p.135). Por lo anterior, en esta investigación se toma como grupo informante a los docentes de matemática del cuarto año de Educación Media General del Liceo Bolivariano Monseñor San Miguel, considerando que estos se ajustaban a los criterios establecidos, entre los cuales se encuentran: los objetivos de la investigación, nivel de experiencia docente, disciplina y año en que imparten clase, además de ser los responsables de desarrollar el contenido de funciones de variable real.

Durante el desarrollo de esta investigación, las técnicas e instrumentos que permitieron comparar situaciones, captar contradicciones, diferenciar y escuchar las distintas opiniones (sobre el objeto en estudio) estuvieron dirigidas hacia el análisis de contenidos, la observación y la entrevista. La siguiente Tabla describe las técnicas e instrumentos de recolección de información seleccionados para el logro de las finalidades de esta investigación.

241

Tabla 1
Técnicas e instrumentos de recolección de información

Técnica	Instrumento	Procedimiento	Ámbito analizado
Observación	Grabación en audio y video, guion de observación.	Descriptivo, narrativo y categorizada.	Tareas y competencias matemáticas.
Análisis de contenido	Guion de temas.	Definir unidades de análisis, codificar, categorizar e inferir.	Tareas y competencias matemáticas.
Entrevista	Entrevista semi-estructurada.	Narrativo.	Tareas y competencias matemáticas.

Fuente: Elaboración propia

Así mismo, los instrumentos utilizados para la recolección de la información se sometieron a la valoración de tres expertos para establecer la validez de su contenido, utilizando para ello el índice de concordancia Kappa de Fleiss por medio del *software* estadístico SPSS en su versión 19. El resultado obtenido para el guión de entrevista fue de 0,90 y para el guión de observación 0,88, concordancia casi perfecta entre los expertos, mientras que para el análisis de contenido fue de 1,0, concordancia perfecta entre ellos. Con base en esto, se consideró que los instrumentos evaluados contaron con la suficiente validez de contenido para ser aplicados.

242

Finalmente, para el análisis e interpretación de la información, se adopta el modelo de Taylor y Bogdan (1990), que propone un análisis en progreso de la investigación cualitativa basado en tres momentos (descubrimiento, codificación y relativización) los cuales están dirigidos a evaluar las tareas escolares presentadas por los docentes de matemática del cuarto año de Educación Media General, desde la perspectiva del desarrollo de las competencias matemáticas en la ejecución de las mismas.

RESULTADOS

Análisis de las entrevistas

Iniciando con el análisis de la entrevista, se partió de la primera categoría referida al proceso de enseñanza, la cual se enmarcó en la planificación del docente y su relación con el diseño curricular al momento de establecer el logro de objetivos de enseñanza. En este sentido, de acuerdo con lo expresado por los docentes, se toma en cuenta el currículo tanto para llevar a cabo la planificación como para establecer sus objetivos de enseñanza, además

de otros recursos como libros o textos y su experiencia docente. Así mismo resultaba importante indagar si el proceso de enseñanza permitía el logro de objetivos, y si estos definían expectativas de aprendizaje, también, sobre las estrategias de enseñanza y las actividades o tareas usadas para el desarrollo del contenido de funciones de variable real, para lo cual algunos docentes expresan limitantes como el tiempo para dar cumplimiento a los objetivos trazados en un principio. De esto se infiere que no logran desarrollar la totalidad de los contenidos establecidos en la planificación.

En cuanto a las estrategias de enseñanza, de acuerdo con lo expresado por los entrevistados, estas se definen a partir de lo establecido en el diagnóstico escolar, el cual incide en la selección de los contenidos programáticos, así como el entorno social del estudiantado y el nivel académico y cognitivo. De lo expuesto en las entrevistas se infiere que aspectos como el diagnóstico escolar y los recursos que tenga al alcance el docente al momento de seleccionar las estrategias de enseñanza, son los puntos de partida para definirlos. Así mismo, la motivación basada en la participación escolar (realizando tareas en el aula, así como el trabajo grupal), al igual que la evaluación continua se han convertido en estrategias del docente para generar interés al momento de desarrollar las actividades o tareas a realizar dentro y fuera del aula.

Con relación a las actividades o tareas usadas durante el desarrollo del contenido, según lo expresado por los entrevistados, estas toman en cuenta las expectativas de aprendizaje que el docente selecciona cuando desarrolla y diseña la planificación y las tareas o actividades a formular. Para el diseño de tareas, los docentes señalaron que estas no responden a un diseño propio, sino que las seleccionan de acuerdo al contenido, el nivel de di-

ficultad y el tiempo para poder llevarlas a cabo, apoyándose en libros o textos.

Por su parte, al indagar acerca de la relación entre las tareas con otras áreas del conocimiento, los docentes entrevistados expresaron que intentaban integrarlas en el estudio de las funciones de variable real, tomando ejemplos o situaciones de la física, la química, la biología, la economía, la geografía, el lenguaje y la comunicación. Desde este enfoque, los docentes describen que la contextualización de los contenidos tiene un rol importante durante el desarrollo de las competencias matemáticas.

244

En este sentido, Gelvez, Jaimes y Pabuce (2017), resaltan la importancia de la creatividad del docente para acercarse a situaciones problemáticas reales evitando conceptualizaciones sin vivencias, entes fríos, inertes y aislados sin afinidad y reacción en los estudiantes. Finalmente, con el desarrollo de las competencias matemáticas mencionadas en este capítulo, se busca estimular las habilidades y capacidades cognitivas dirigidas hacia las dimensiones de pensar y razonar, argumentar, representar, comunicar y resolver problemas.

Análisis de contenido

Para el análisis de contenido, organización y planificación de las tareas a desarrollar durante el estudio de las funciones de variable real, se tomaron en cuenta recursos como el diseño curricular bolivariano y la planificación del docente. Con respecto a la relación entre el diseño curricular y las expectativas de aprendizaje del docente, se pudo percibir que el currículo no brinda ningún aporte, ya que el mismo no señala expectativas de aprendizaje y se limita a exponer los contenidos programáticos y los compo-

nentes de aprendizaje a desarrollar durante el año o grado escolar correspondiente.

Otro de los aspectos necesarios a determinar es la presencia de tareas escolares dentro de la planificación, la cual define y caracteriza las oportunidades de aprendizaje y su relación con las expectativas de aprendizaje, o en esta oportunidad los llamados indicadores de evaluación. Sobre ello se encontró que no existe presencia de una planificación diaria, lo cual no permitió obtener información acerca de las tareas que el docente propone para el desarrollo del contenido. Además, no se pudo indagar sobre el diseño y análisis de tareas contemplado dentro del deber ser de la planificación y las expectativas de aprendizaje formuladas allí, al igual que la posible relación con otras aéreas del conocimiento.

Con respecto a la presencia de las dimensiones de la competencia matemática dentro de la planificación del docente y el diseño curricular, se pudo percibir que no están expuestas de manera directa dentro de la planificación, pero dentro de los indicadores de evaluación (expectativas de aprendizaje) se pudo observar aspectos como graficar y analizar. Del mismo modo, en el diseño curricular se apreciaron algunas relaciones desde el punto de vista de la contextualización de los contenidos así como la relación con otras áreas del conocimiento a través del contenido de las funciones exponencial y logarítmica, por lo que se identificaron competencias como pensar y razonar, argumentar, representar (gráficos) y el uso de herramientas tecnológicas (calculadora).

En conclusión, con el análisis de contenido se pudo inferir la poca relación que hay entre el diseño curricular y la construcción de la planificación del docente. Consecuentemente, al no existir una planeación diaria no hay presencia de las tareas a desarro-

llar durante la clase. Ahora bien, esta situación es encontrada en ambientes universitarios, así como lo expone Gelvez y Vivas (2017), quienes al contrastar programas analíticos, desarrollo de contenidos y diarios de campo, evidenciaron que lo proyectado en competencias, metodología y técnicas e instrumentos de evaluación, no coincide con la práctica del profesor. Finalmente, en cuanto a las competencias matemáticas, solo hay presencia de algunas de ellas, las cuales se identifican solo en la planificación a través de los indicadores de evaluación.

Análisis de la observación

246

El análisis realizado al guión de observación se llevó a cabo, igual que los dos instrumentos anteriores, es decir, se recolectó la información y se transcribió con el propósito de organizarla y codificarla, para luego poder cotejar cada una de las categorías. Para la categoría referida al proceso de enseñanza, se indagó sobre la relación entre los objetivos específicos propuestos en el diseño curricular para la planificación del docente y el desarrollo de la clase; de acuerdo con lo observado, se pudo inferir que el diseño curricular solo plantea los contenidos programáticos a desarrollar para un año o grado escolar y no presenta objetivos o finalidades específicas a alcanzar por lo que se deduce que los docentes hacen un uso superficial del diseño curricular y de su planificación al momento de organizar sus clases, ya que los mismos estructuran esta última a partir del diagnóstico escolar, el cual permite seleccionar de manera no directa las competencias matemáticas a lograr durante el desarrollo del contenido.

Con relación a la segunda categoría referida a las oportunidades de aprendizaje y la formulación o diseño de las actividades o tareas, se observó que los docentes no diseñan las tareas a de-

sarrollar en el aula; por el contrario, las seleccionan desde libros o textos. Adicionalmente, también se percibió que las enunciaban de manera improvisada, según su experiencia docente y el nivel de dificultad, relacionando una tarea con otra para ir avanzando en el contenido, dentro del mismo desarrollo de la clase.

En cuanto a la relación entre el desarrollo de la competencia matemática y las tareas desarrolladas en el aula, se percibió que esta no representa una finalidad explícita o consciente de los docentes. Sin embargo, al analizar las capacidades implícitas en las tareas o actividades desarrolladas en el aula, se pudo inferir que los docentes procuran desarrollar las siguientes dimensiones de dicha competencia: pensar y razonar (analizando el dominio, rango y tipo de función en cada uno de los casos), representar (realizando gráficos), uso de lenguaje técnico matemático (interpretando símbolos y definiciones de las funciones) y uso de tecnologías (a través del uso de la calculadora).

247

En conclusión, se puede afirmar que los docentes observados no diseñan las tareas o actividades en función de la planificación, por ende estas no guardan relación directa con las expectativas de aprendizaje y los objetivos de enseñanza. Por otra parte, como los docentes no diseñan las tareas o actividades, no llevan a cabo el análisis de las tareas, y esto genera desconexión entre las mismas y con otras áreas de conocimiento. Por último, se percibió que la participación escolar es muy limitada a resolver ejercicios y realizar los cálculos correspondientes para el gráfico de una función.

Análisis de la triangulación de la información

Cada uno de los registros obtenidos en los diferentes momentos y a los diferentes participantes, generaron un contraste informati-

vo, en el cual se experimentan las diferentes visiones entre lo que se desea hacer, lo que se planifica y lo que realmente se realiza durante el proceso de enseñanza. Evaluar las oportunidades de aprendizaje durante el proceso de enseñanza de las funciones de variable real a través de las dimensiones de la competencia matemática, generó una serie de categorías que pretendieron establecer una relación entre los procesos de enseñanza (categoría 1), las oportunidades de aprendizaje (categoría 2) expuestas a través de las tareas o actividades escolares, y las competencias matemáticas (categoría 3) propuestas por OCDE; estas últimas para definir la participación de todas o algunas dentro del estudio del contenido a evaluar.

248

Con relación a la categoría del proceso de enseñanza, se consideraron aspectos relacionados con el diseño curricular, obteniéndose que este solo es tomado para definir los contenidos programáticos, por lo que no fue usado por ninguno de los docentes para establecer los objetivos de enseñanza dentro de su planificación. Por otra parte se pudo percibir que los docentes realizan una planificación trimestral llamada proyecto de aprendizaje donde se describen los contenidos, temas e indicadores de evaluación considerados por los investigadores como las expectativas de aprendizaje, las cuales son formuladas a partir del diagnóstico escolar realizado por el docente al momento de dar inicio al contenido. De igual forma se detectó que el profesor no desarrolla sus clases atendiendo de manera estricta su planificación.

Por su parte, las expectativas de aprendizaje –según los docentes entrevistados– permiten definir los objetivos de enseñanza utilizando para ello la contextualización de los contenidos, basados en las necesidades escolares. Dichas expectativas, desde el

punto de vista del análisis de contenido, mantienen una relación directa con la selección de las dimensiones "competencia matemática", por lo que durante el desarrollo de la clase se pudo identificar la presencia de algunas de ellas.

Desde el punto de vista de la caracterización de las estrategias propuestas dentro del proceso de enseñanza, los docentes apuntaron a su formulación a través del diagnóstico escolar y el saber docente, el cual permite identificar los conocimientos previos de los alumnos para contribuir con la construcción de los nuevos conocimientos. No obstante, este acude a la clase expositiva como técnica de enseñanza y utiliza como motivación la evaluación continua y la participación en clase.

Ahora bien, con relación a las oportunidades de aprendizaje, estas se dispusieron a través de las actividades o tareas en las cuales los docentes señalan que tienen relación directa con el desarrollo del contenido propuesto y son seleccionadas desde recursos como libros o textos. Por lo que se pudo observar, estas van en función del nivel de dificultad, de lo simple a lo complejo y proponiéndolas de acuerdo al diagnóstico realizado, en función de las capacidades de los estudiantes y el entorno donde se desenvuelve.

249

Con respecto al desarrollo de las competencias matemáticas, los docentes describen en las entrevistas que estas se establecen a través de los logros u objetivos de enseñanza y las relacionan con las habilidades y capacidades de los estudiantes. Dentro de la planificación, dichas competencias se reflejan a través de los indicadores de evaluación (expectativas de aprendizaje), y durante el desarrollo de la clase se evidenciaron algunas capacidades relacionadas con las dimensiones, entre las cuales están:

- **Pensar y razonar**, la cual se encuentra presente durante los tres momentos de la investigación y señala aspectos como comprender, analizar e interpretar una función.
- **Representar**, esta dimensión se registra durante todos los momentos de la investigación y se relacionó con la representación gráfica de las funciones de variable real, así como el cálculo de las mismas a través del uso de las tablas de valores para algunas de ellas.
- **Argumentar**, esta dimensión solo es evidenciada en las entrevistas realizadas a los docentes y la planificación.
- **Uso de lenguaje técnico**, los docentes manifiestan que el lenguaje técnico durante el estudio de las funciones de variable real es de vital importancia para expresar de manera oral y escrita aspectos señalados dentro del contenido en estudio. Sin embargo, los docentes no lo señalan como competencia dentro de la planificación.
- **Uso de recursos tecnológicos**, en cada uno de los momentos los docentes manifestaron la importancia de la realización de cálculos para la construcción de la gráfica de funciones. Para esto, hicieron uso de la calculadora, en algunas oportunidades se adoptó su utilización para obtener resultados inmediatos en cuanto a puntos de corte de algunas funciones en el plano cartesiano.

Durante la investigación, se percibió el desconocimiento por parte de los docentes del concepto de competencia matemática y sus dimensiones; por ende, no son conscientes de la relación con las expectativas de aprendizaje, los objetivos de enseñanza y las tareas o actividades. Sin embargo, partiendo de sus experiencias como docentes se logró percibir algunos elementos que

permitieron inferir alguna conexión entre estos elementos de la planificación. Por otra parte, resulta importante destacar que los docentes llevan a cabo procesos de enseñanza con tareas o actividades improvisadas o extraídas de textos sin analizar de qué manera estas contribuyen al logro de los objetivos de enseñanza y de las expectativas de aprendizaje.

CONCLUSIONES

La interpretación de la información encontrada a través de la investigación permitió arribar a las conclusiones, que son, en todo caso aplicables al escenario donde se desarrolló el estudio. En el primer momento se pudo percibir que los aspectos relacionados con el diseño curricular se limitan a la selección de los contenidos programáticos señalados por el mismo. Adicionalmente, los docentes fijan sus criterios a partir de lo obtenido en el diagnóstico escolar, basado en las habilidades cognitivas de los estudiantes y sus capacidades, y en el entorno en el cual se desenvuelven; esto con el propósito de cubrir las necesidades escolares.

251

Ahora bien, en relación con las expectativas de aprendizaje, se pudo apreciar que el docente las expone a través de los indicadores de evaluación planteados en el proyecto de aprendizaje. Sin embargo, es importante resaltar que desde la visión del docente, no se percibió relación entre estas expectativas y las dimensiones de la competencia matemática, esto por desconocimiento de sus definiciones.

Con respecto a las dimensiones de la competencia matemática, se pudo inferir que las tareas propuestas por los docentes para el desarrollo del contenido de funciones de variable real, no eran diseñadas por ellos, por lo cual no aparecían de manera explíci-

ta en su planificación. Se pudo percibir que en algunos momentos estas se presentaban de manera improvisada, atendiendo a lo que ellos denominaron “experiencia docente”, mientras que en otros casos eran extraídas de libros sin la previa reflexión sobre su conexión con los objetivos de enseñanza y las expectativas de aprendizaje.

Finalmente, se percibió que la planificación no señalaba estrategias, ni tareas a desarrollar durante la clase, por consiguiente no se pudo hacer un registro comparativo acerca de estos sucesos. En cuanto a lo que propone el diseño curricular con respecto a las dimensiones de la competencia matemática, como se mencionó anteriormente, el diseño solo expone los contenidos programáticos a desarrollar durante el año o grado correspondiente. No obstante, este postula ciertas competencias generales que van vinculadas con el saber ser, hacer, conocer y convivir del aprendizaje.

252

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bizquera, R. (2009). *Metodología de la Investigación Educativa*. Madrid, España: Editorial La Muralla.
- Bronzina, L., Chemello, G. y Agrasar M. (2009). *Aportes para la Enseñanza de la Matemática*. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0018/001802/180273s.pdf>
- Forner, A. y La Torre, A. (1996). *Diccionario Terminológico de Investigación Educativa y Psicopedagógica*. Barcelona, España: Ediciones Universitarias de Barcelona.
- Galaviz, M. (2010). La Matemática en la actualidad: ¿Cómo aprehenderla? *Dialéctica*, 6(2), 35-52.
- Gelvez, E., Jaimes, S. y Pabuce, M. (2017). Implicaciones de la epistemología, pedagogía y didáctica en el desarrollo de competencias matemáticas. En M., Graterol, M., Mendoza, R., Gra-

- terol, J., Contreras y J. Espinosa (Eds.). *Prácticas pedagógicas*, (921-941). Maracaibo, Venezuela: Universidad del Zulia.
- Gelvez, E. y Vivas, M. (2017). Aspectos cognitivos, metodológicos y epistemológicos que subyacen en la formación por competencias del estudiante de Ingeniería de Sistemas. En M., Graterol, M., Mendoza, R., Graterol, J., Contreras y J. Espinosa (Eds.). *Prácticas pedagógicas* (987-1007). Maracaibo, Venezuela: Universidad del Zulia.
- Gurdían, A. (2007). *El Paradigma Cualitativo en la Investigación Socio-Educativa*. San José, Costa Rica: Investigación y Desarrollo Educativo Regional (IDER).
- Lupiáñez, J. y Rico, L. (2008). Análisis Didáctico y Formación Inicial de Profesores. Competencias y Capacidades en el Aprendizaje de los Escolares. *PNA*, 3(1), 35-48. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/563/1/Lupianez2008Analisis.pdf>
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2007). *Diseño Curricular del Sistema Educativo Bolivariano* (1a ed.). Caracas, Venezuela: Cenamec.
- OCDE (2004). *Marcos Teóricos de PISA 2003. Conocimiento y Destrezas en Matemática, Lectura, Ciencia y Solución de Problemas*. Recuperado de: http://archivos.agenciaeducacion.cl/Marco_de_referencia_evaluacion_version_espanol.pdf
- Rico, L. (2006). Marco Teórico de la Evaluación en PISA sobre Matemáticas y Resolución de Problemas. *Revista de Educación*, Número Extraordinario, 275-294. Recuperado de: <http://www.mecd.gob.es/dctm/revista-de-educacion/articulosre2006/re200616.pdf?documentId=0901e72b8120459c>
- Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa* (2ª ed.). Málaga, España: Editorial Ajibe.
- Sandín, M. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones*. Madrid, España: McGraw-Hill.
- Serrano, W. (2009). *Las actividades matemáticas, el saber y los*

libros de texto: necesidad de una visión socio-cultural y crítica.

Caracas, Venezuela: Fondo Editorial Ipasme.

Taylor, S. y Bogdan, R. (1990). *Introducción a los Métodos Cualitativos de la Investigación*. Barcelona, España: Editorial Paidós.

Torrado, R. (2017). Diseño curricular para favorecer las competencias de lectura y escritura en función de la ciudadanía crítica: una experiencia desde la investigación-acción educativa. En J., Hernández, J., Garavito, R., Torrado, J., Salazar, J. y Espinosa, (Eds.), *Encrucijadas pedagógicas: resignificación, emergencias y praxis educativa* (pp.153-183). Maracaibo, Venezuela: Universidad del Zulia.

Cómo citar este capítulo:

Torrealba, N., Mora, Á., Vera, M. y Gelvez, E. (2018). Estudio de las funciones de variable real a través de las dimensiones de la competencia matemática. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, y J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.231-254). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.

SECCIÓN III

Aplicación de un *software*
matemático

Software: aplicaciones de ecuaciones diferenciales de primer orden

257

Jhon-Franklin Espinosa-Castro¹

* Capítulo de investigaciones y experiencia en la enseñanza de la matemática aplicada en diferentes contextos a nivel universitario

1 Licenciado en Matemáticas e Informática. Especialista en Gerencia en Informática. Magíster en Administración de Empresas e Innovación. Universidad Simón Bolívar, Departamento de Ciencias Sociales y Humanas, Cúcuta, Colombia. Autor de correspondencia. j.espinosa@unisimonbolivar.edu.co - jhonfec1983@gmail.com
ORCID_ID: <https://orcid.org/0000-0003-2186-3000>
Researchgate: https://www.researchgate.net/profile/Jhon_Franklin

RESUMEN

La aplicabilidad de la ciencia ha evolucionado de manera constante, desarrollando nuevos procedimientos a través de investigaciones, innovaciones e implementación de tecnología, como un *software* en la aplicabilidad de variables en diferentes áreas de conocimientos, para ciencias exactas o afines. Una manera para describir y analizar cada uno de estos eventos o sucesos, es mediante el empleo de la matemática, estadística, físicas e informática. Es decir, un programa matemático permite optimizar tiempo y proceso, inferir datos, información y análisis en un instante de tiempo dado, desde lo analítico y gráfico. El objetivo del escrito, es describir el procedimiento en la solución de aplicaciones para ecuaciones diferenciales de variables separables, utilizando la sintaxis separable (p, q, x, y, x_0, y_0) , para proporcionar la solución del problema de valor inicial, donde se asume $y' = p(x)$. $q(y)$ para $y(x_0) = y$. Metodológicamente se fundamenta en el paradigma positivista, utilizando un enfoque cuantitativo, a través de un alcance descriptivo y explicativo. El resultado de cada aplicación es presentado secuencialmente hasta la solución particular o un dato, cuando es requerido. Concluyendo, el aprendizaje adquirido en diferentes áreas del conocimiento a nivel de pregrado, es innovador, porque puede determinar si el proceso analítico es correcto o no, visual, por la sintaxis y las modificaciones que se pueden hacer en él, asimismo la posibilidad de resolver problemas más reales, por la facilidad en el manejo de sus interfaces en los procesos.

Palabras clave: *software* matemático, modelamiento, cálculo diferencial e integral, ecuación diferencial ordinaria, *derive*, TIC.

Software: applications of differential equations of the first order

ABSTRACT

The applicability of science has evolved constantly, developing new procedures through research, innovation and implementation of technology, such as software in the applicability of variables in different areas of knowledge, for exact sciences or related. One way to describe and analyze each of these events or events is

through the use of mathematics, statistics, physics and information technology. That is, a mathematical program allows to optimize time and process, infer data, information and analysis in a given time, from the analytical and graphic. The objective of the writing, is to describe the procedure in the solution of applications for differential equations of separable variables, using separable syntax (p, q, x, y, x_0, y_0) , to provide the solution of the initial value problem, where it is assumed $y' = p(x) \cdot q(y)$ para $y(x_0) = y_0$. Methodologically, it is based on the positivist paradigm, using a quantitative approach, through a descriptive and explanatory scope. The result of each application is presented sequentially to the particular solution or a datum, when it is required. Concluding, that the learning acquired in different areas of knowledge at the undergraduate level, is innovative, because it can determine if its analytical process is correct or not, visual, by the syntax and the modifications that can be done in it, also the possibility of solve more real problems, by the ease in handling their interfaces in the processes.

Keywords: mathematical software, modeling, difference and integral calculation, ordinary differential equation, derive, TIC.

259

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el desarrollo de las nuevas tecnologías ha generado transformaciones en el contexto educativo, como lo planteó Lopategui (1997) citado por Giráldez (2005, p.16) “las implicaciones educativas para el presente y las expectativas futuras de las telecomunicaciones mediante Internet son de incalculable magnitud”, luego se debe considerar que la “tecnología permite potenciar los procesos de enseñanza y aprendizaje, es decir, que debe ser un escenario de reflexión del docente para la construcción de ambientes de aprendizaje, redefiniendo de esta forma un enfoque pedagógico que responda a los nuevos cambios y exigencias educativas” (Contreras y Espinosa, 2017, pp.30-31).

Utilizar correctamente un *software* matemático desde las TIC como *Matlab, Maple, Mathematica, Derive, Graphmatica, Cabri Geometry, Graph*, Calculadora de *Microsoft mathematics, Superficie, Wxmaxima, Geup*, hoja de cálculo de Excel, programas para la simulación, modelamientos en procesos de enseñanza y aprendizaje en aplicaciones de matemáticas, desarrollando aptitudes de autoaprendizaje en los estudiantes, docentes e investigadores por la manipulación de la interfaz en lo analítico y gráfico. Es decir, como lo indicó Schiavo (2007),

el principal uso que se les da a las TIC es el de utilizarla como una herramienta que acelera procesos y por tal motivo disminuir el tiempo de dedicación a los mismos. Otro uso de gran importancia es que sirve para organizar las diversas actividades e interactuar en el espacio-tiempo que estas tecnologías generan, lugar donde la distancia no existe y el tiempo es continuo. (citado por Granados, 2015, p.145)

260

Gatica y Ares especifican,

el uso reflexivo y creativo de las nuevas tecnologías permite dar un significado concreto a las nociones matemáticas. Por esta razón es necesario el diseño de nuevos materiales utilizando esta nueva metodología, donde muestren su uso efectivo en el aula. El poder someter a la verificación interactiva los resultados predichos por la teoría, permiten afianzar la comprensión y fijar el concepto[...] es primordial que los profesores, aunque ya sea en un nivel universitario avanzado, utilicemos estas herramientas para ayudar a los alumnos a visualizar los conceptos y a comprobar los resultados obtenidos en la realización de sus trabajos prácticos. (2012, p.105)

El beneficio por utilizar una herramienta como un *software*, computador o calculadora en la solución de sucesos o eventos de fenómenos naturales, permite desarrollar y obtener resultados

con un alto grado de exactitud en menor tiempo. Es decir, la aplicación a través de un *software* en el estudio de áreas como la matemática, biología, química, física y economía u otras, permite profundizar e inferir diferentes alternativas. La UNESCO (2008) en estándares de competencia en TIC para docentes, se refiere al papel de él desde un enfoque relativo a la generación del conocimiento; consiste en modelar abiertamente procesos de aprendizaje, estructurar situaciones en las que los estudiantes apliquen sus competencias cognitivas y ayudar a los estudiantes a adquirirlas (citado por Granados, 2015, p.146).

Por consiguiente, siendo las nuevas tecnologías una realidad que actualmente influye en el contexto educativo, es pertinente pensar en ambientes de aprendizaje virtuales puesto “que constituyen una forma totalmente nueva de tecnología educativa y ofrece una compleja serie de oportunidades y tareas a las instituciones de enseñanza de todo el mundo, donde el entorno de aprendizaje virtual se define como un programa informático interactivo de carácter pedagógico” (s.p.) que posee una capacidad de comunicación integrada, es decir, que está asociado a nuevas tecnologías” (UNESCO, 1998).

261

De esta forma el aprovechamiento adecuado de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) le permiten al docente crear herramientas y estrategias que impacten de manera creativa el proceso de enseñanza y aprendizaje, respondiendo al reto actual que demanda la actual sociedad del conocimiento, es decir, la creación de herramientas y estrategias con el uso TIC es fundamental puesto que “juegan y jugarán un rol protagónico en el fortalecimiento de la capacidad de los sistemas educativos y en el mejoramiento de su calidad, razón por la cual, es constante el impulso que desde el Ministerio de Educación Nacional se da para mejorar las condiciones y los servicios de la infraestructura

tecnológica nacional y promover su apropiación y uso por parte de las comunidades educativas” como lo afirmó el Ministerio de Educación Nacional (2012, p.19). Asimismo, desde las mismas políticas lideradas por ellos, se busca dar respuestas a los retos actuales. En ese sentido se promueve, fomenta y desarrolla el uso de las TIC desde la producción y gestión de contenidos educativos digitales (citado por Contreras y Espinosa, 2017, p.32).

En definitiva, las TIC –con toda la gama de herramientas de *hardware* y *software* que contienen, convertidas en herramientas de la mente, usadas para potenciarla– facilitan la creación de ambientes de aprendizaje enriquecidos, que se adaptan a modernas estrategias de aprendizaje, con excelentes resultados en el desarrollo de las habilidades cognitivas de jóvenes en las áreas tradicionales del currículo (Eduteka, 2007, citado por Granados, 2015, p.145).

262 Cuicas, Debel, Casadie y Álvarez, en función de un *software* matemático (2007, p.8) dicen que con el uso adecuado del *software* matemático, el/la docente debe convertirse en un facilitador y diseñador de situaciones de aprendizaje para desarrollar en el alumnado habilidades de autoaprendizaje (Meza y Cantarell, 2002). Su uso permite la interacción entre el/la docente y el discente, “generando una dinámica enriquecedora para ambos, en la que el centro del proceso es el estudiante, el cual se hace responsable por la calidad del aprendizaje” (Ríos, 1998, p.4). Adicionalmente, para Ángel y Bautista (2001), con el empleo del *software* matemático, el/la docente debe adaptar su metodología a esta herramienta e integrar los conocimientos teóricos y prácticos, así como diseñar aplicaciones y problemas orientados al uso del *software*, sin olvidar que diseñar este tipo de actividades requiere buen conocimiento del *software*, coherencia didáctica respecto a lo que se le propone al alumnado y ofrecer a este último una guía de cómo, cuándo y para qué utilizar esta herramienta (Ángel y Bautista, 2001).

En este sentido, Ángel y Bautista (2001), Balderas (2002), Galdo y Cociña (1998), Orellana (1999) y Queralt (2000) argumentaron que entre las posibilidades del software están: (a) favorece los procesos inductivos y visualización de conceptos; (b) permite comparar, verificar, conjeturar y refutar hipótesis; (c) posibilita tener un laboratorio de cálculo; (d) individualiza el proceso de enseñanza-aprendizaje; (e) sirve como elemento de motivación y como instrumento generador de problemas matemáticos, y (f) facilita la comprensión y aprendizaje de los contenidos programáticos (citados por Cuicas et al. 2007, p.9).

Así mismo, Robles y Marín argumentan,

en las universidades se ha incorporado el uso de los *software* en la enseñanza de diversas asignaturas entre ellas las matemáticas; estos *software* potencializan la enseñanza más allá del alcance de los sistemas educativos tradicionales en la que solamente bastaba con usar el pizarrón, cuadernos y libros como únicos instrumentos, es decir, el profesor planteaba en un pizarrón problemas matemáticos y los estudiantes lo resolvían manualmente. El uso de las TIC modifica el rol del docente adquiriendo este un rol de facilitador, generador de espacios para la reflexión, la discusión, la construcción de conocimiento, la resolución de problemas, la investigación, entre otros. (2007, pp.2,3)

263

Con el fin de simplificar procedimientos, se utiliza el *software* matemático *Derive*, como un manipulador algebraico que realiza cálculos numéricos, para optimizar tiempo en el proceso analítico y gráfico. Es decir, es un potente programa para el cálculo matemático avanzado (Hallett y Gleason, 1999, p.464), y no resulta complicado su manejo, por la gran cantidad de herramientas que ofrece y el uso de la sintaxis en la introducción de datos.

El software *Derive 6*

es ampliamente usado para el análisis de problemas matemáticos ya que ofrece una interfaz de fácil uso y se obtienen datos fiables en la resolución de dichos problemas[...], es un asistente matemático utilizado y reconocido por una gran diversidad de estudiantes, ingenieros, científicos y profesores en todo el mundo. Integra y resuelve cálculos de álgebra, trigonometría, cálculo y álgebra lineal eficientemente. Reduce significativamente el tiempo de cálculo de operaciones laboriosas[...], esta herramienta puede solucionar cálculos simbólicos, problemas numéricos y presentar los resultados como gráficos en segunda y tercera dimensión. (EduRed, 2018)

264

La ecuación diferencial de primer orden especificada en el *software*, proporciona la solución, utilizando el método de separación de variables, siendo la ecuación diferencial “una ecuación que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes”. Igualmente se clasifica como ordinaria y de primer orden, porque, “si una ecuación contiene sólo derivadas de una o más variables dependientes respecto a una sola variable independiente se dice que es una ecuación diferencial ordinaria”. Además, el orden de una ecuación diferencial ordinaria “es el orden de la mayor derivada en la ecuación” (Zill, 2009, pp.2-3).

Una ecuación diferencial separable, o de variables separables, de primer orden es de la forma $\frac{dy}{dx} = p(x) \cdot q(y)$ y lineal $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$ (Zill, 2009, pp.45-53), la sintaxis para digitar en el *software* separable (p, q, x, y, x_0, y_0), que proporciona la solución del problema de valor inicial, asumiendo $y' = p(x) \cdot q(y)$ para $y(x_0) = y_0$.

A continuación, se presentan las temáticas trabajadas utilizando el *software* en las respectivas ecuaciones diferenciales de primer

orden. Las aplicaciones o ejercicios fueron extraídos y adaptados de los libros publicados por Bronson y Costa (2008, pp.50-67) e igualmente Zill (2009, pp.83-86):

Aplicación 1. Circuito RC: intensidad de corriente, capacidad, resistencia y fuerza electromotriz.

Aplicación 2. Demografía bacterias: constante de proporcionalidad y población inicial.

Aplicación 3. Temperatura: temperatura ambiente y constante de proporcionalidad (teniendo en cuenta el signo “-” por ser una aplicación de enfriamiento).

Aplicación 4. Mezclas químicas: salmuera, concentración inicial de sal, flujo entrante y flujo saliente.

Aplicación 5. Economía: tasa de interés continuo para un capital presente.

265

Aplicación 6. Contaminación: concentración inicial de contaminante, volumen y flujo de salida.

Aplicación 7. Datación (C^{14}): vida media del C^{14} y constante de decaimiento.

Aplicación 8. Medicamentos: vida media del medicamento, cantidad inicial del medicamento

La siguiente sintaxis “separable (p, q, x, y, x_0, y_0)”, digitada en el *software*, en función de la ecuación diferencial, proporciona la solución del problema de valor inicial, donde se asume $y' = p(x) * q(y)$ para $y(x_0) = y_0$, asignando “ x ” como variable independiente, “ y ” dependiente. (Sánchez, Legua y Moraño, 2001).

RESULTADOS

Aplicación 1

Se aplica una fuerza electromotriz de 100V en circuito en serie RC, donde el valor de la resistencia es 200Ω y una capacitancia de 0,0001F. Hallar la función $q(t)$, $i(t)$ que establece carga y la intensidad de la corriente para $q(0) = 0$.

A continuación se presenta la asignación de la variable independiente $x = t$ e igualmente dependiente $y = q$.

Ecuación diferencial antes:

$$\frac{dq}{dt} = 0,5 - 50q$$

266

Ecuación diferencial después:

$$\frac{dy}{dx} = 0,5 - 50y$$

La sintaxis separable $p(x) = 1$ e igualmente $q(y) = 0,5 - 50y$

Teniendo en cuenta:

$$\frac{dy}{dx} = p(x) \cdot q(y)$$

#1: SEPARABLE (1, 0,5 - 50 y,x,y,0,0)

#2: SOLVE (SEPARABLE (1, 0,5 - 50 y,x,y,0,0), y, Real)

La solución particular o específica de la ecuación diferencial que determina la carga en cualquier instante de tiempo es: $x = t$ es:

$$\#3: y = \frac{1}{100} - \frac{e^{-50x}}{100}$$

$$\text{Es decir, } q(t) = \frac{1}{100} - \frac{e^{-50t}}{100} = \frac{1 - e^{-50t}}{100}$$

Ahora, la solución particular o específica de la ecuación diferencial que determina la intensidad de la corriente en cualquier instante de tiempo $x = t$, se debe realizar la derivada de la función de la carga.

$$\#4: \frac{1}{100} - \frac{e^{-50x}}{100}$$

$$\#5: \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{100} - \frac{e^{-50x}}{100} \right)$$

267

$$\#6: \frac{e^{-50x}}{2}$$

Luego, $y = y'$ dado que y es intensidad de la corriente.

$$\#7: y = \frac{e^{-50x}}{2}$$

$$\text{Es decir, } i(t) = \frac{e^{-50t}}{2}$$

Para determinar tabla:

$$\#8: \text{TABLE} \left(y = \frac{1}{100} - \frac{e^{-50x}}{100}, x, 0, 0,5, 0,1 \right)$$

Tabla 1
Circuito RC, valores de carga

$x = t$	$y = q(x) = q(t)$
0	0
0,1	0,009932621
0,2	0,009999546
0,3	0,00999997
0,4	0,01
0,5	0,01
0,6	0,01
0,7	0,01
0,8	0,01
0,9	0,01
1	0,01

Fuente: Derive

En la Tabla 1, a medida que aumenta el tiempo, el valor de la carga es constante.

268

Ahora, la tabla con respecto a la intensidad de la corriente es:

#9: TABLE $\left(y = \frac{e^{-50x}}{100}, x, 0, 0,5, 0,1 \right)$

Tabla 2
Circuito RC, valores de intensidad de la corriente

$x = t$	$y = i(x) = i(t)$
0	0,5
0,1	0,003368974
0,2	2,27E-05
0,3	1,52951E-07
0,4	1,03058E-09
0,5	6,94397E-12
0,6	4,67881E-14
0,7	3,15256E-16
0,8	2,12418E-18
0,9	1,43126E-20
1	9,64375E-23

Fuente: Derive

En la Tabla 2, a medida que aumenta el tiempo, el valor de la intensidad de la corriente se aproxima a cero.

Aplicación 2

Se realizará un respectivo análisis de una colonia de bacterias que crecen en cultivo a un ritmo proporcional a la cantidad presente. Inicialmente hay 300 colonias de bacterias en el cultivo y en un tiempo de 2 horas el número ha crecido un 20 %. Hallar a. La ecuación que determina la población en cualquier instante de tiempo t . Igualmente, b. La respectiva tabla.

Modelo: $\frac{dp}{dt} = kP$; asignación de variables: $x = t=0$; $y = p = 300$.

#1: SEPARABLE (1, yk, x, y, 0, 300)

#2: SOLVE (*SEPARABLE* (1, yk, x, y, 0, 300), y, Real)

269

#3: $y = 300e^{kx}$

Utilizando la condición, $x = 2$; $y = 360$

#4: $360 = 300e^{2x}$

#5: SOLVE ($360 = 300e^{2x}$), k, Real

#6: $k = 0,09116077839$

La solución particular o específica de la ecuación diferencial que determina la población en cualquier instante de tiempo $x = t$ es:

#7: $y = 360e^{0,09116077839x}$

Es decir, $P(t) = 360e^{0,09116077839t}$

#8: TABLE ($y=360e^{0.09116077839x}$, $x, 0, 5, 1$)

Tabla 3
Demografía de bacterias

$x = t$	$y = P(x) = P(t)$
0	300
1	328.6335345
2	360
3	394.3602413
4	432
5	473.2322289

Fuente: Derive

En la Tabla 3, las colonias de bacterias aumentan su cantidad inicial de 300, directamente proporcional al tiempo.

Aplicación 3

270

Al sacar un pastel de un horno, su temperatura es de 300°F , en un tiempo $t=0$. A una temperatura ambiente de 70°F . Luego de tres minutos, su temperatura es de 200°F . Hallar a. La ecuación que determina la temperatura en cualquier instante de tiempo $x = t$. Igualmente, b. La respectiva tabla.

Modelo: $\frac{dT}{dt} = k(T-70)$ Asignación de variables: $x= t= 0$; $y= T= 300$.

#1: SEPARABLE (1, $y=300-x$, $y, 0, 300$)

#2: SOLVE (SEPARABLE (1, $y=300-kx$, $x, y, 0, 300$), y , Real)

#3: $y= 230e^{kx}+70$

Utilizando la condición, $x= 3$, $y= 200$.

#4: $200= 230e^{3k}+70$

#5: SOLVE ($200 = 230e^{3k+70}$), k, Real)

#6: $k = -0.1901816194$

La solución particular o específica, de la ecuación diferencial, que determina la temperatura en cualquier instante de tiempo $x = t$ es:

#7: $y = 230e^{-0.190181x+70}$

Es decir, $T(t) = 230e^{-0.190181t+70}$

#8: TABLE ($y = 230e^{-0.190181x+70}$, x, 0, 50, 10)

Tabla 4
Temperatura

$x = t$	$y = T(x) = T(t)$
0	300
10	104.3385733
20	75.1266852
30	70.7654046
40	70.1142734
50	70.0170608

271

Fuente: Derive

En la Tabla 4, a medida que aumenta el tiempo, la temperatura del pastel se aproxima a la temperatura ambiente de 70°F , por el enfriamiento.

Aplicación 4

Un tanque mezclador contiene 300 galones de salmuera (sal di-

suelta en agua). Otra solución se bombea al tanque a razón de 3 galones por minuto; la concentración de sal en este efluente es de 2 libras por galón. La solución bien agitada se desaloja a la misma razón. Si $A(t)$, denota la cantidad de sal medida en libras en el tanque en un tiempo, encuentre a, la cantidad de sal en el tanque en cualquier instante de tiempo t , si había 50 libras de sal disueltas en los 300 galones iniciales.

Modelo: $\frac{dA}{dt} = 6 - \frac{A}{100}$; asignación de variables: $x = t = 0$; $y = A = 50$.

#1: SEPARABLE (1, $6 - \frac{y}{100}$, x , y , 0, 50)

#2: SOLVE (SEPARABLE (1, $6 - \frac{y}{100}$, x , y , 0, 50), y Real)

La solución particular o específica de la ecuación diferencial que determina la cantidad de sal en cualquier instante de tiempo $x = t$ es:

272

#3: $y = 600 - 550e^{-0.01x}$

Es decir, $A(t) = 600 - 550e^{-0.01t}$

#4: TABLE ($y = 600 - 550e^{-0.01x}$, x , 0, 5, 1)

Tabla 5
Mezclas químicas

$x = t$	$y = A(x) = A(t)$
0	50
10	55.47259143
20	60.89072968
30	66.25495654
40	71.56580846
50	76.82381652

Fuente: Derive

En la tabla 5, se establece un crecimiento en la salmuera a medida que aumenta el tiempo

Aplicación 5

Una cuenta bancaria gana interés continuamente a razón de 5 % del saldo corriente por año. Suponga que el depósito inicial es de \$1000 y que no hacen otros depósitos ni retiros. Hallar a, la ecuación que determina el saldo de la cuenta en cualquier instante de tiempo $x=t$.

Modelo: $\frac{ds}{dt} = 0.05s$; asignación de variables: $x= t= 0$; $y= s= 1000$.

#1: SEPARABLE (1, 0.05y, x, y, 0, 1000)

#2: SOLVE (SEPARABLE (1, 0.05y, x, y, 0, 1000) y, Real)

La solución particular o específica de la ecuación diferencial, que determina el saldo de la cuenta en cualquier instante de tiempo $x= t$ es:

#3: $y= 1000e^{0.05x}$

Es decir, $S(t)= 1000e^{0.05t}$

#4: TABLE ($y= 1000e^{0.05x}$, x, 0, 5, 1)

Tabla 6
Interés continuo

$x = t$	$y = S(x) = S(t)$
0	1000
10	1051.271096
20	1105.170918
30	1161.834242
40	1221.402758
50	1284.025416

Fuente: Derive

En la Tabla 6 se establece un crecimiento en el saldo del capital para una tasa de interés que se efectúa continuamente.

Aplicación 6

¿Cuánto tiempo tardará para que el 90 % de la contaminación sea eliminada del lago Michigan? Suponiendo que no se viertan más contaminantes.

Modelo: $\frac{dQ}{dt} = -\frac{rQ}{v}$; asignación de variables: $x = t = 0$; $y = Q = q$. Donde "q" representa cantidad inicial de contaminación $r/v = 0.03224489796$

#1: SEPARABLE (1, $-\frac{ry}{v}$, x, y, 0, q)

#2: SOLVE (SEPARABLE (1, $-\frac{ry}{v}$, x, y, 0, q), y, real)

#3: $y = qe^{-\frac{ry}{v}x}$

274

Reemplazando el valor de $r/v = 0,0322$ en #3

#4: $y = qe^{-0.0322x}$

Es decir, $Q(t) = qe^{-0.0322t}$

Cuando el 90 % de la contaminación se haya eliminado del lago, resta un 10 % de contaminación.

Es decir, $y = 0,1q$.

#5: $0,1q = qe^{-0.0322x}$

#6: SOLVE ($0,1q = qe^{-0.0322x}$, x, real)

#7: $x = 71,50885381$

Solución: aproximadamente: 72 años

Aplicación 7

Se analizó un hueso fosilizado y se encontró que contenía la milésima parte de la cantidad original de C-14; se requiere determinar la edad del fósil.

Modelo $\frac{dA}{dt} = kA$; asignación de variables: $x = t = 0$; $y = A = a$, donde "a" representa la cantidad inicial de C¹⁴.

#1: SEPARABLE (1, y , k , x , y , 0, a)

#2: SOLVE (SEPARABLE (1, y , k , x , y , 0, a), y , Real)

#3: $y = ae^{kx}$

275

Para calcular el valor de la constante de decaimiento, se debe tener en cuenta la siguiente condición: que $0,5a = A(5600)$, porque la vida media es el valor que corresponde en tiempo $x = t$, $A(t) = 0,5a$, para una cantidad inicial.

#4: $0,5a = ae^{5600k}$

#5: SOLVE ($0,5a = ae^{5600k}$, k , Real)

#6: $k = -0,0001237762822$

Reemplazando en #3

#7: $y = ae^{-0,000123x}$

Utilizando la condición, $y = 0,001a$ que representa la milésima parte

de la cantidad original de C-14.

#8: $0,001a = ae^{-0,000123x}$

#9: *SOLVE* ($0.001a = ae^{-0,000123x}$, $x, Real$)

#10: $x = 56160,61201$

Aproximadamente, 56.000 años

Aplicación 8

El ácido valproic es un medicamento que se emplea para controlar la epilepsia; su vida media en el cuerpo humano es de unas 15 horas. Hallar a qué hora quedará 10 % de la dosis original.

276 Modelo: $\frac{dQ}{dt} = -kQ$; asignación de variables: $x = t = 0$; $y = Q = q$, donde "q" representa cantidad inicial del medicamento.

#1: SEPARABLE ($1, -yk, x, y, 0, q$)

#2: *SOLVE* (*SEPARABLE* ($1, -yk, x, y, 0, q$), $y, Real$)

#3: $y = qe^{-kx}$

Como la vida media es de 15 horas, sabemos que la cantidad restante $Q = 0,5q$ cuando

$t = 15$ horas

#4: $0,5q = qe^{-15k}$

#5: *SOLVE* ($0,5q = qe^{-15k}$, $k, Real$)

$$\#6: k = 0,04620981203$$

Remplazando en #3

$$\#7: y = qe^{-0.04620981203x}$$

Utilizando la condición, $y = 0.10q$. Es decir, 10 % de la dosis original.

$$\#8: 0,1q = qe^{-0.04620981203x}$$

$$\#9: \text{SOLVE } (0,1q = qe^{-0.04620981203x}, x, \text{Real})$$

$$\#10: x = 49,82892142$$

Aproximadamente, en un tiempo de 50 horas.

METODOLOGÍA

277

La investigación se fundamenta en el positivismo, “el cual percibe la uniformidad de los fenómenos, aplica la concepción hipotética-deductiva como una forma de acotación y predica que la materialización del dato es el resultado de procesos derivados de la experiencia. Esta concepción se organiza sobre la base de procesos de operacionalización que permiten descomponer el todo en sus partes e integrar estas para lograr el todo” (Palella y Martins, 2010, p.40), utilizando un enfoque cuantitativo, es decir “representa, un conjunto de procesos, es secuencial y probatorio. Cada etapa precede a la siguiente y no podemos ‘brincar’ o eludir pasos. El orden es riguroso, aunque desde luego, podemos redefinir alguna fase”[...] “refleja la necesidad de medir y estimar magnitudes de los fenómenos o problemas de investigación”[...] “se vale de la lógica o razonamiento deductivo, que comienza con la teoría, y de esta se derivan expresiones lógicas denominadas

‘hipótesis’ que el investigador somete a prueba” (Hernández, Fernández y Batista, 2014, pp.4, 5, 6). Además, presenta un alcance descriptivo, al “especificar propiedades y características importantes de cualquier fenómeno que se analice”. Igualmente, “está dirigido a responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos; su interés se centra en explicar por qué ocurre, en qué condiciones se manifiesta y relacionan dos o más variables” (Hernández, Fernández y Batista, 2014, p.95, citado por Espinosa y Mariño, 2017, p.68).

278

Se realizó una revisión literaria, que consistió en “detectar, consultar y obtener la bibliografía y otros materiales útiles para los propósitos del estudio, de los cuales se extrae y recopila información relevante y necesaria para el problema de investigación” (Hernández et al., 2010, p.88). Igualmente, una revisión documental de cualquier clase, “se concreta exclusivamente en la recopilación de información en diversas fuentes. Indaga sobre un tema en documentos –escritos u orales–” (Paella y Martins, 2010, p.90, citado por Contreras y Espinosa, 2017, p.37).

Con el objetivo de minimizar tiempo y procedimientos, se utilizó una herramienta computacional en tres fases: 1. Digitalizar la sintaxis de la ecuación, 2. Indicar variables dependientes e independientes, 3. Verificar utilizando las respectivas condiciones. Teniendo en cuenta el método de separación de variables en ecuaciones diferenciales de primer orden.

POBLACIÓN

Serán estudiantes, profesores e investigadores de universidades públicas y privadas, en la enseñanza del cálculo diferencial, integral y ecuaciones diferenciales. Teniendo en cuenta lo anterior,

la muestra seleccionada debe estar en un proceso de enseñanza y aprendizaje en las asignaturas nombradas anteriormente, aplicando la técnica de muestreo no probabilístico, La interpretación de la información, se hace a través de los *software* Derive y Excel, para tabular, procesar y presentar la información en cuadros, tablas, gráficos y figuras, con su respectiva interpretación.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La interacción con un *software* académico genera un proceso innovador, porque puede determinar si el procedimiento analítico o gráfico es correcto. Investigativo, por el planteamiento de hipótesis en función de las variables, permitiendo resolver problemas en diferentes contextos, igualmente de interés personal, la asignatura y el programa académico.

La incorporación de tecnologías (computadores, *software* y calculadoras) en la aplicabilidad de la matemática, favorece los ambientes de aprendizaje de los estudiantes, innovación en las prácticas educativas, adaptación de los currículos académicos, capacidad para investigar, escribir, publicar, divulgar en diferentes escenarios.

Utilizar el *software* es una alternativa para proponer el desarrollo de aplicaciones para circuitos eléctricos, demografía, temperaturas, mezclas químicas, economía, contaminación, dotación de carbono y medicamentos, en ecuaciones diferenciales de primer orden.

Con respecto a la solución de las aplicaciones propuestas, cada una tiene un modelo propio, que describe el comportamiento de una variable dependiente e independiente, así mismo, las condiciones con respecto a un tiempo $t \geq 0$. Por otra parte, algunas

necesitan el ingreso de una constante adimensional (demografía, temperatura, economía, contaminación, administración de medicamentos y datación), y otras no (circuito RC y mezclas químicas).

Asignando correctamente la sintaxis para funciones $p(x)$, $q(y)$ y la condición inicial dada, permiten obtener la función particular o específica de la ecuación diferencial, para hacer análisis, tabulación de tablas y descripción de trayectorias gráficamente.

“Desde las exigencias de la actual sociedad del conocimiento, es necesario reflexionar y proponer en el contexto educativo la construcción de ambientes de aprendizaje propicios para el proceso de enseñanza y/o aprendizaje”.

De esta manera, “el uso de las tecnologías en la actual sociedad del conocimiento permite ver al docente como mediador del aprendizaje y al estudiante como sujeto que construye su propio conocimiento; desde los planteamientos educativos que permiten analizar la relación entre información y conocimiento” (Contreras y Espinosa, 2017, pp.29,31).

280

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bronson, R. y Costa, B. G. (2008). *Ecuaciones diferenciales. Schaum* (3a Ed.). México, DF: Editorial: McGraw-Hill Interamericana. Recuperado de: http://www.academia.edu/30389784/Ecuaciones_Diferenciales_-_3ra_Edici%C3%B3n_Richard_Bronson_y_Gabriel_B._Costa
- Contreras Santander, Y. L. y Espinosa Castro, J. F. (2017). Objeto virtual de aprendizaje: función lineal. En M. E., Graterol Rivas, M. I., Mendoza Bernal, R., Graterol Silva, J. C. Contreras Velásquez y J. E. Espinosa Castro. *Las tecnologías de información y comunicación y la gestión empresarial*. (1a Ed.). Maracaibo, Venezuela: Ediciones Universidad del Zulia.

- Cuicas Ávila, M., Debel Chourio, E., Casadei Carniel, L. y Álvarez Vargas, Z. (2007). El *software* matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 7(2), 2-34.
- EduRed. Conocimiento con todos y para todos (2018). *Derive 6*. Recuperado de https://www.ecured.cu/Derive_6
- Espinosa Castro, J. F. y Mariño Castro, L. M. (2017). *Estrategias para la permanencia estudiantil universitaria* (1a Ed.). Barranquilla, Colombia: Ediciones Universidad Simón Bolívar.
- Gatica, S. N. y Ares, O. E. (2012). La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC*, 1(2), 88-107.
- Giráldez Hayes, A. (2005). *Internet y educación musical*. (1a Ed.). Barcelona, España: Imprimeix.
- Granados Ospina, A. (2015). Las TIC en la enseñanza de los métodos numéricos. *Revista Sophia*, 11(2), 143-154
- Hallett, H. D. y Gleason, M. A. (1999). *Cálculo aplicado*. (1a Ed.). México, DF: Compañía Editorial Continental.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, M. P. (2010). *Metodología de la investigación* (5a Ed.). México: Quirón Ediciones. McGraw-Hill.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, M.P. (2014). *Metodología de la investigación* (6a Ed.). México: Quirón Ediciones. McGraw-Hill.
- Ministerio de Educación Nacional (2012). *Recursos educativos digitales abiertos*. Bogotá D.C., Cundinamarca, Colombia: Graficando Servicios Integrados.
- Nora Gatica, S. y Ares, O. E. (2012). La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC*, 1(2), 88-107
- Parella Stracuzzi, S. y Martins Pestana, F. (2010). *Metodología*

de la investigación cuantitativa (3ª Ed.). Caracas, Venezuela: Fedupel.

Robles García, O. L. y Marín Laredo, M. (2007). Comunidades académicas virtuales como medio en la enseñanza y aprendizaje usando software matemático. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*, 1(1), 1-8

Sánchez Ruiz, L. M., Legua Fernández, M. P. y Morano Fernández, J. A. (2001). *Matemáticas con Derive* (1a Ed.), Valencia, España: Editorial: Universidad Politécnica de Valencia.

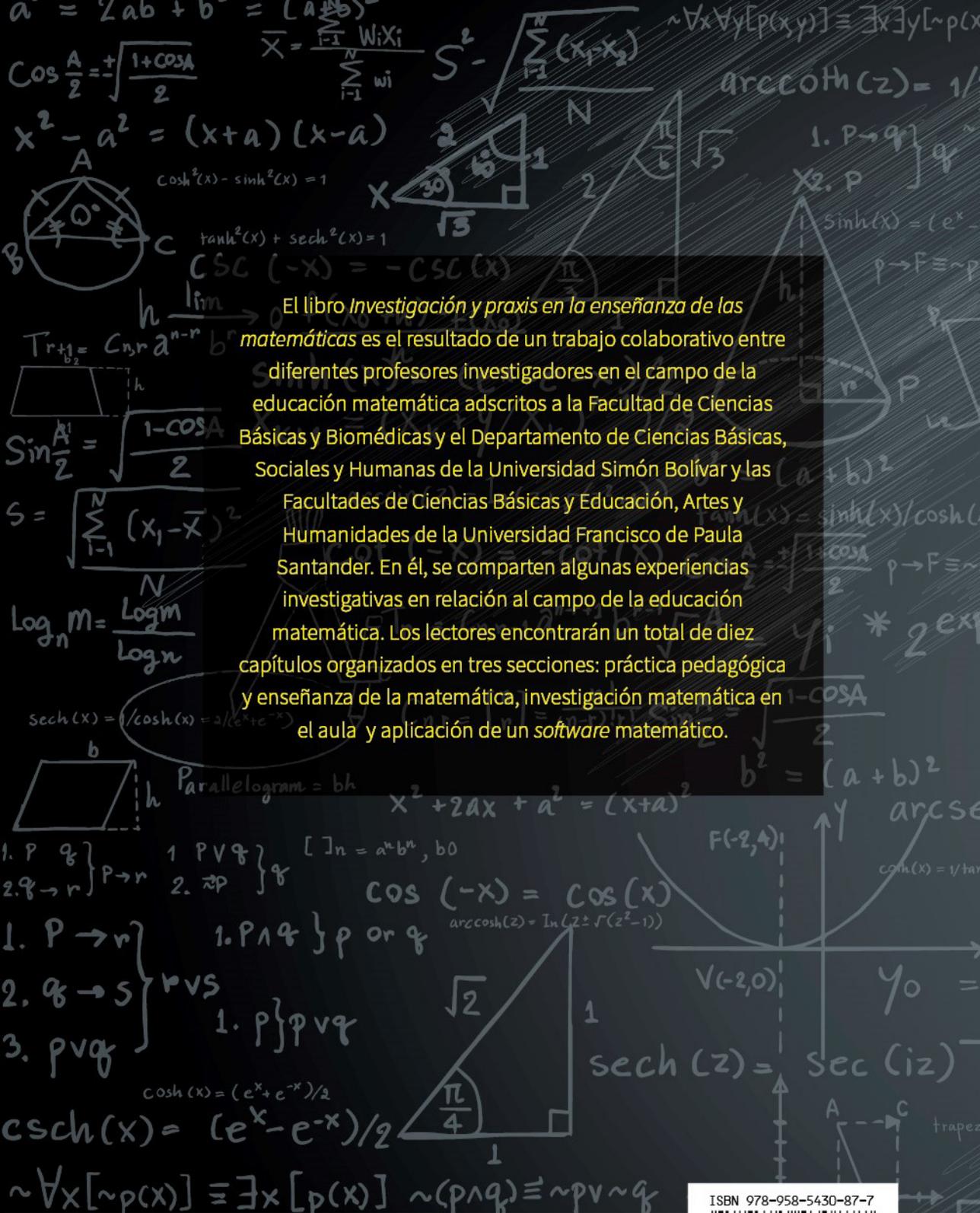
UNESCO. (1998). *El aprendizaje virtual y la Gestión del Conocimiento: Una experiencia de la universidad abierta para adultos de la República Dominicana*. Recuperado de: http://www.iesalc.unesco.org.ve/index.php?option=com_content&view=article&id=2091:elaprendizaje-virtual-y-la-gestion-del-conocimiento-una-experiencia-dela-universidad-abierta-para-adultos-de-la-republica-dominicana&catid=126&Itemid=694&lang=es

282

Zill, D. G. (2009). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado* (9a Ed.). México, D.F.: Editorial Cengage Learning.

Cómo citar este capítulo:

Espinosa Castro, J. F. (2018). Software: aplicaciones de ecuaciones diferenciales de primer orden. En J. P. Salazar Torres, Y. L. Contreras Santander, & J. F. Espinosa Castro (Edits.), *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* (pp.257-282). Barranquilla: Ediciones Universidad Simón Bolívar.



El libro *Investigación y praxis en la enseñanza de las matemáticas* es el resultado de un trabajo colaborativo entre diferentes profesores investigadores en el campo de la educación matemática adscritos a la Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas y el Departamento de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas de la Universidad Simón Bolívar y las Facultades de Ciencias Básicas y Educación, Artes y Humanidades de la Universidad Francisco de Paula Santander. En él, se comparten algunas experiencias investigativas en relación al campo de la educación matemática. Los lectores encontrarán un total de diez capítulos organizados en tres secciones: práctica pedagógica y enseñanza de la matemática, investigación matemática en el aula y aplicación de un software matemático.



$a_n = a_1 + (n-1)d$ $a_n = \frac{1}{a_1 + (n-1)d}$ $S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$ x_{n+1}